

高等学校试用教材

控制工程基础

清华大学张伯鹏 主编



机械工业出版社

前 言

本书是根据一九七八年四月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会的精神，及同年在大连召开的机械制造工艺、设备及自动化专业会议所确定的教材编写大纲编写的。本书适应机械制造工艺、设备及自动化专业及其它机械专业学生学习工程控制理论的需要。为了便于掌握，在阐述基本理论的过程中，主要以机械传动和随动系统，以及某些工艺过程为例进行了具体分析。还介绍了用计算机辅助以 BASIC 语言解算控制工程问题的基本方法。

工程控制理论不仅提供了分析设计各种调节器和随动系统的基本方法，还是研究各种机械动力学系统的有力工具。机械技术和控制及计算机科学技术相结合将给制造工程带来重要的变革。

在机械制造工艺、设备及自动化专业的教学计划中，控制工程基础课程的主要任务是阐述机械系统自动化的基础理论。教材大致由以下五部分组成：

(一) 第一章至第五章介绍有关控制和机械控制系统的基本概念、数学工具以及建立机械控制系统线性化数学模型的方法。

(二) 第六章至第八章阐述线性连续控制理论，根据机械控制系统的动力学特点，着重介绍时间响应分析和频率响应分析方法。

(三) 第九章扼要地介绍了线性连续控制系统的校正和设计的一般方法。

(四) 考虑到时延和非线性特性在机械控制系统中的重要性，在第十章和第十一章分别对这两个方面作了叙述。

(五) 第十二章叙述了怎样运用基本理论分析机床进给系统的性能，算是全书的一个小结。

本书由清华大学张伯鹏编写，徐家球对第三、七章作了补充，并对第九章作了校核。葛长华对第四、五章作了补充，并对第六章作了校核。第六章中用计算机辅助解算控制系统例题的工作是葛长华完成的。陕西机械学院北京研究生部朱骥北同志和清华大学徐丰仁同志对初稿提出了不少宝贵意见。在编写过程中徐丰仁同志还为第四章提供了材料。全书由西安交通大学阳含和主审。

本书编写过程比较仓促，我们的业务水平有限，疏漏错误之处在所不免，请读者不吝提出批评指正。

目 录

前言

第一章 绪论	1
§ 1-1 机械工业中科学技术的发展	1
§ 1-2 制造工程中的控制与信息问题	2
§ 1-3 关于控制工程	8
第二章 控制系统的线性化数学模型和基本控制概念	9
§ 2-1 控制系统数学模型的建立	9
§ 2-2 控制系统的线性化数学模型	14
§ 2-3 线性控制系统的叠加效应和卷积关系式	17
§ 2-4 状态、变异和约束	18
§ 2-5 输入、干扰和输出	19
§ 2-6 信息与控制	20
第三章 拉氏变换	25
§ 3-1 拉氏变换的定义	25
§ 3-2 拉氏变换的几个定理	26
§ 3-3 拉氏反变换	32
§ 3-4 用拉氏变换法解常系数线性微分方程	35
附录一 关于伽马函数	37
附录二 轮廓积分法作拉氏反变换	37
附录三 用拉氏变换法解偏微分方程	44
第四章 传递函数	46
§ 4-1 传递函数的定义	46
§ 4-2 典型环节的传递函数	47
§ 4-3 物理系统传递函数的推导	53
§ 4-4 框图及其联接	59
§ 4-5 多变量系统和传递矩阵	62
§ 4-6 传递函数中系数的微分方程法识别	69
§ 4-7 暗箱及其传递特性的识别	70
第五章 控制和控制系统	74
§ 5-1 控制系统的基本原理	74
§ 5-2 控制器和控制作用	78
§ 5-3 反馈和自动控制系统	87
第六章 时间响应分析	91
§ 6-1 时间响应和典型输入信号	91
§ 6-2 脉冲输入时间响应	93
§ 6-3 阶跃输入时间响应	98

§ 6-4	恒速输入时间响应	104
§ 6-5	时间响应的实验方法	106
§ 6-6	时间响应的计算机数值解法	109
第七章 频率响应分析		126
§ 7-1	频率响应的一般特点	126
§ 7-2	谐波输入时的定态响应	127
§ 7-3	频率响应的极坐标图	129
§ 7-4	频率响应的对数坐标图	136
§ 7-5	最小和非最小相位系统的频率响应	144
§ 7-6	频率响应和时间响应	147
§ 7-7	频率响应和脉冲响应	149
§ 7-8	频率响应的实验方法	149
第八章 控制系统的稳定性		159
§ 8-1	平衡和稳定	159
§ 8-2	时域稳定判据	161
§ 8-3	频率域稳定判据	167
§ 8-4	稳定性分析	175
§ 8-5	控制系统的相对稳定性	181
第九章 性能分析和校正		187
§ 9-1	控制系统的性能指标	187
§ 9-2	控制系统的定态差异	192
§ 9-3	根据综合性能指标求算最优参数	195
§ 9-4	控制系统的校正	198
§ 9-5	控制系统的增益调整	202
§ 9-6	控制系统的串联校正	204
§ 9-7	控制系统的并联校正	214
§ 9-8	顺馈校正和多通道顺馈补偿原理	219
第十章 有时延的线性控制系统		226
§ 10-1	时延环节和有时延的线性控制系统	226
§ 10-2	有时延的线性控制系统稳定性分析	228
§ 10-3	车削过程的稳定性分析	229
§ 10-4	提高液压仿形车削精度的一个措施的分析	232
第十一章 非线性控制系统		234
§ 11-1	非线性控制系统的相平面分析	236
§ 11-2	非线性控制系统的描述函数分析	250
第十二章 机床进给系统的动态性能分析		257
§ 12-1	机床进给传动链的动态参数选择	257
§ 12-2	数控机床的进给随动系统	258
§ 12-3	液压伺服马达的稳定性核算	264
§ 12-4	进给随动系统的运动平稳性	271
§ 12-5	进给随动系统的随动精度	279
参考资料		284

第一章 绪 论

控制工程基础主要阐述有关自动化技术的基础理论。

早在一千多年以前，我国劳动人民就先后发明了铜壶滴漏计时器、自动定向指南车以及各种天文仪器等自动装置，对当时的社会经济发展起了促进作用。从十八世纪欧洲的产业革命开始，蒸汽机飞球调速装置、液面控制装置和温度控制装置等自动化技术在工业生产中就广泛地得到应用。尽管有关控制的概念和实例在历史上屡见不鲜，但是在工业实践的基础上对控制系统进行科学分析，那还是在蒸汽机工业应用数十年以后的一八六八年[8]。

二十世纪三十年代以后，特别是第二次世界大战开始后，由于发展生产和军事技术的需要，出现了各种类型的自动化系统，其中如各种自动化加工设备、电力系统和化工流程的自动调节系统以及内燃机和汽轮机的自动控制装置等，都显著地提高了工业生产效率；另外一类，如飞机的自动驾驶仪、火炮的自动瞄准以及雷达的自动跟踪等技术，又改善了军事装备的性能。四十年代后期诞生了“控制论”[7]和“信息论”，不久又出现“工程控制论”[1]和“生物控制论”等新兴学科，所有这一切都把自动化技术推向了一个新的高度。

现代自动化技术的科学基础是工程控制论的理论和方法，各种自动化元件和计算机则是它的物质基础。

§ 1-1 机械工业中科学技术的发展

在实现我国四个现代化的伟大斗争中，机械工业担负着为国民经济各部门提供高质量的、先进的、成套的技术装备的重要任务。机械工业为发展基础科学和新技术提供各种技术装备，而科学技术的迅速发展又不断地改变着机械工业的面貌。当前机械工业生产技术的发展表现为产品技术性能参数进一步提高，在产品和附件的规格方面则向大型、超大型和微型方向扩展，在生产方式上专业化大量生产和多品种小批量生产都产生了重大的变革，出现了柔性制造系统，其目的在于以最高的效率、最低的成本、取得最优质量的产品。另一方面，设计理论、科学实验、制造技术和计算机科学技术、现代控制理论和技术相结合，还逐步实现了计算机辅助设计、辅助科学实验和辅助制造等，这就有可能在更广泛的基础上实现产品设计和制造过程的全面优化控制。

加工精度是工艺装备最重要的技术指标之一。从产业革命开始在不到一百年的时间里，到一八五〇年加工精度已经达到0.01毫米，二十世纪初由于千分尺的出现，加工精度开始向微米级过渡，一九五〇年以后由于航天技术、计算机技术、微电子技术等部门的发展，对加工精度提出了更高的要求，在二十年左右的时间里，由于综合采用新工艺、现代控制技术和计算机科学技术等，使加工精度提高了一至二个数量级，到达目前的0.01微米级，进入到超精密加工的新阶段。

§ 1-2 制造工程中的控制与信息问题

随着自动化技术在制造工程中日益广泛地得到应用，许多工程控制和信息处理的新问题出现在我们面前，例如：

- (1) 机床的数字控制、自适应控制和柔性制造系统的研究；
- (2) 工业机械人的研究；
- (3) 部件及产品的自动装配问题；
- (4) 产品的自动和半自动测量和检验；
- (5) 具有图象分辨能力及其它人工智能的智能控制机器的研究；
- (6) 制造过程的动态仿真及其优化；
- (7) 计算机辅助数据处理、设计、试验和制造及其应用软件的研究；
- (8) 计算机辅助管理。

不难看出，为了解决以上例举的一些问题，就要求我们不仅要熟悉制造工艺和装备，还要了解工程控制和信息处理技术。

前面提到的历史上早期关于控制的科学论文是有关机械调速系统的分析，但是控制理论在机械技术领域得到较多应用那还是从本世纪四十年代初期开始的，主要是用于分析、测试和设计各种调节器和随动系统，五十年代起控制理论和技术更迅速地渗入到机械技术各个领域，六十年代初有的国家开始用新技术大规模地改造机械制造业，取得了显著的经济效果，七十年代起开始用工程控制论的方法和计算机技术分析工艺过程为离散型的机械制造系统，探索它的动态性能及其优化。

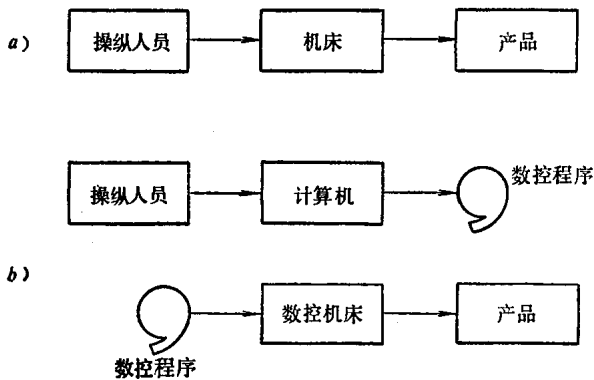


图 1-1

下面就举例说明工程控制和信息处理技术在制造工程中的应用。

图 1-1 a 是工人操纵普通机床加工零件的控制作用框图。这时操纵人员、机床和产品之间的联系是实时直接的，操纵人员的任何误动作都会造成加工误差。图 1-1 b 是数控机床加工零件的控制作用框图，

这时操纵人员编写源程序，通过计算机得到数控程序，再用数控程序操纵数控机床加工出产品，这时操纵人员和产品之间没有实时的联系，操纵人员可以事先考虑各种因素编出较好的数控程序，在数控程序操纵下数控机床可以完成更复杂更精确的加工运动[6]。

图 1-2 a 用框图表示普通铣床上的加工工艺过程，在给定的切深、切速和进给条件下完成加工操作。采用控制技术可以改进这一工艺过程，比如首先根据加工精度按切削用量手册选择额定进给量，而机床实际进给大小则按照加工过程中切削力的变化（通过变位进行测量）作可控变动，以保持切削力接近恒定，这样作可以提高加工精度并延长刀具寿命，其控制作用框图如图 1-2 b。

图 1-3 是采用控制技术改善齿轮磨削质量和生产率的示意图。磨齿过程中实时测量砂轮

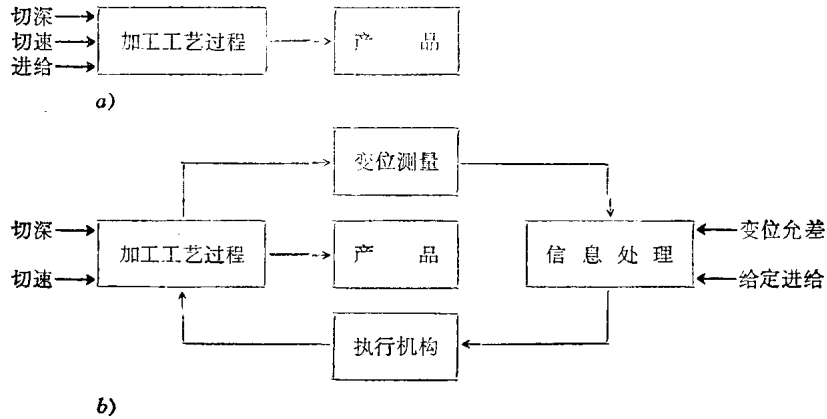


图 1-2

磨削转矩并将测量值用调频载波无线电信号发送到邻近的控制装置中去，采用发送无线电信号的优点是方法简便，免去了滑环电刷等滑动接触装置，控制装置则将根据砂轮磨削转矩使实际磨削进给在额定磨削进给附近作可控变动，这个办法减少了齿面的磨削烧伤并提高了生产率。

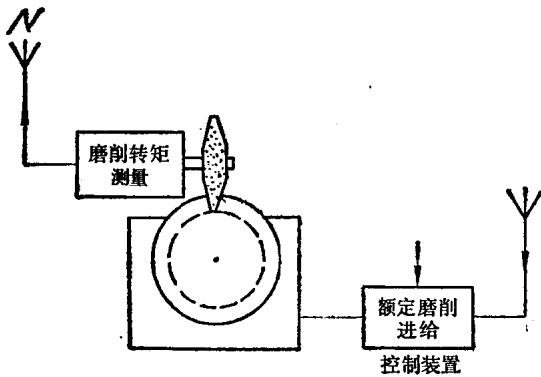


图 1-3

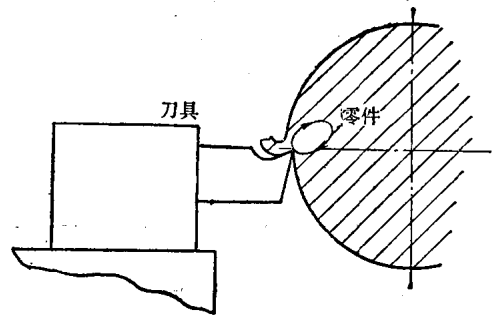


图 1-4

采用控制技术可以显著地改善车削系统的抗振性。车削加工时在一定条件下车床、刀具和零件系统会产生自激振荡，这时刀尖相对于零件的运动轨迹近似是一个椭圆如图 1-4。在

图 1-5 中通过压电式测力计实测 y 向切削力，并利用这一信号通过快速电气、液压执行机构使刀架作可控运动，合理选择各部分的参数就有可能消除自激振荡。图 1-6 a 是普通车削过程的控制作用框图，图 1-6 b 是可控的车削过程控制作用框图，附加的控制通道提供了消除振荡的可能性。

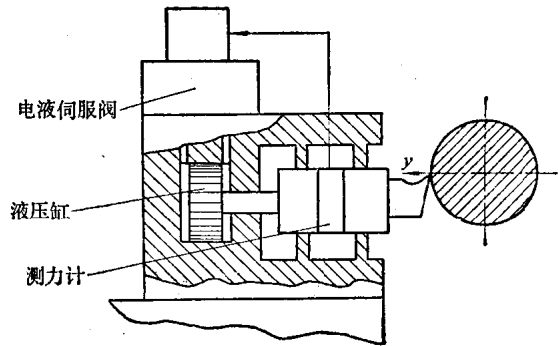


图 1-5

在静压轴承上应用控制技术可以有效地提高静压轴承的负载刚度。图 1-7 a 是通过小孔节流供油的静压轴承， p_1 是供油压力，轴颈上施加 y 向负载力 L_y 后，轴颈相对于轴承

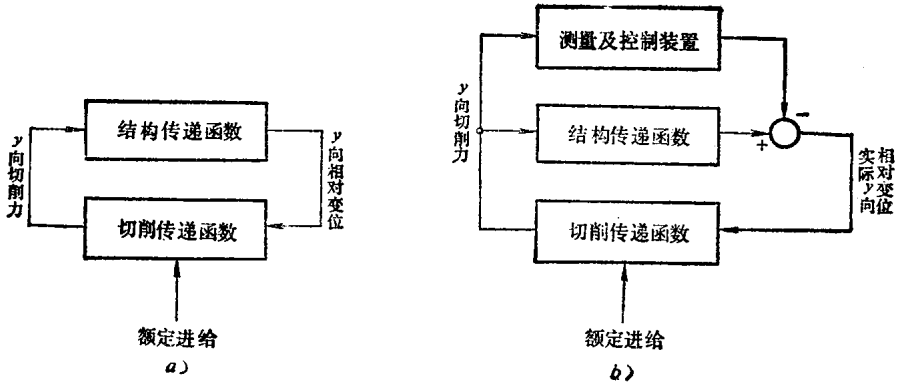


图 1-6

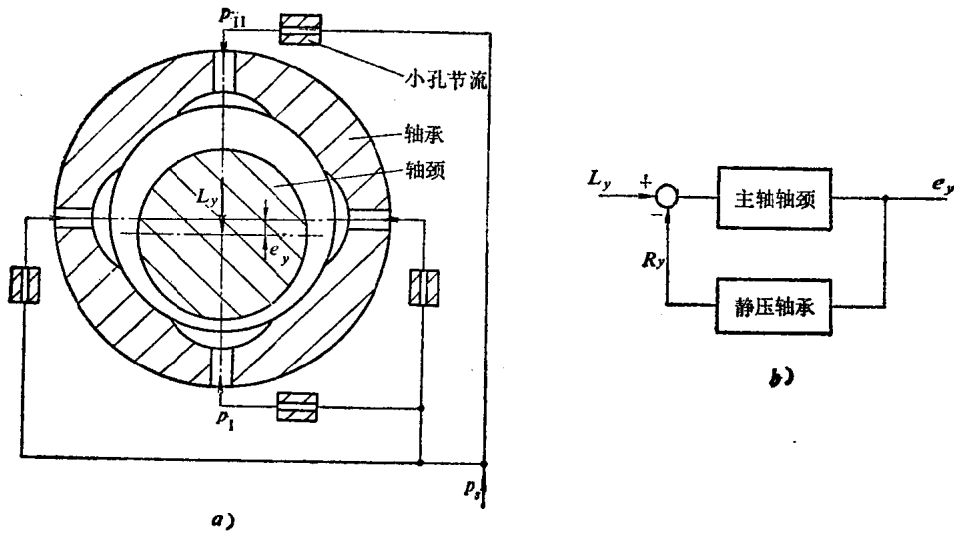


图 1-7

在 y 向 偏移量 将 为 e_y ， 这 时 下 油 腔 压 力 增 为 p_1 ， 上 油 腔 压 力 降 为 p_2 ， 上 下 油 腔 压 力 之 差 所 产 生 的 恢 复 力 R_y 和 L_y 平 衡。 对 应 于 这 一 系 统 的 控 制 作 用 框 图 如 图 1-7 b， e_y 和 L_y 之 间 是 一 个 有 负 反 馈 联 接 的 闭 环 系 统。

为 了 提 高 静 压 轴 承 的 负 载 刚 度， 可 以 用 薄 膜 反 馈 小 孔 节 流 代 替 小 孔 节 流 如 图 1-8 a。 在 图 1-7 a 方 案 中 恢 复 力 完 全 是 靠 轴 颈 偏 移 而 产 生 的， 而 在 图 1-8 a 方 案 中， 只 要 轴 颈 稍 有 偏 移， 所 引 起 的 p_1 、 p_2 之 差 即 足 以 使 薄 膜 产 生 偏 移， 进 而 加 大 p_1 、 p_2 之 差。 由 于 恢 复 力 R_y 主 要 是 由 薄 膜 补 偿 作 用 产 生 的， 所 以 在 相 同 负 载 力 L_y 作 用 下 具 有 薄 膜 反 馈 小 孔 节 流 的 静 压 轴 承 的 负 载 刚 度 显 著 提 高， 其 控 制 作 用 框 图 如 图 1-8 b， 薄 膜 补 偿 提 供 了 一 个 高 增 益 的 反 馈 通 道 使 e_y 减 小。

应 用 工 程 控 制 理 论 的 分 析 方 法 有 助 于 改 进 数 控 机 床 进 给 系 统 的 设 计。 在 图 1-9 中 电 液 步 进 马 达 通 过 减 速 齿 轮 及 滚 珠 丝 杠 螺 母 副 驱 动 工 作 台， 为 了 保 证 工 作 台 能 随 驱 动 马 达 作 快 速 平 稳 的 随 从 运 动， 需 要 核 算 传 动 链 的 动 态 性 能。 例 如 首 先 将 工 作 台 质 量 及 III 轴、 II 轴 的 转 动 惯 量 归 算 为 I 轴 的 归 算 转 动 惯 量 J_1 ；

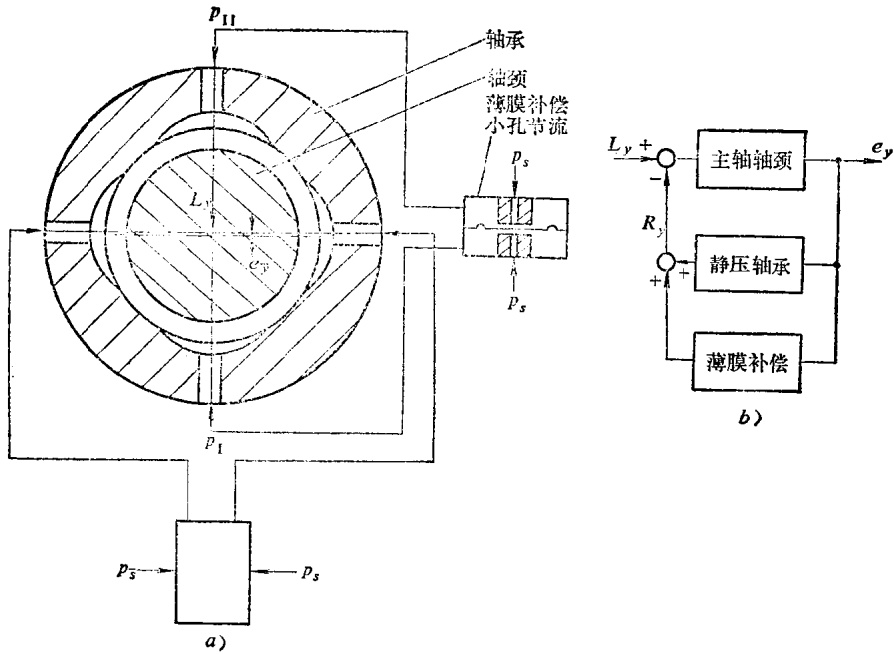


图 1-8

$$J = J_1 + J_2 \frac{1}{N_1^2} + J_3 \frac{1}{(N_1 N_2)^2} + m \left(\frac{l}{2\pi N_1 N_2} \right)^2 \quad (1-1)$$

式中 J_1, J_2, J_3 ——I, II, III 轴的转动惯量;

N_1 ——I、II 轴间减速比, 大于 1;

N_2 ——II、III 轴间减速比, 大于 1;

l ——滚珠丝杠导程;

m ——工作台质量。

对 I 轴取动力平衡得到:

$$K \left(x_i - \frac{2\pi N_1 N_2}{l} x_o \right) = J \frac{2\pi N_1 N_2}{l} \ddot{x}_o + C \frac{2\pi N_1 N_2}{l} \dot{x}_o \quad (1-2)$$

式中 K ——整个传动链归算到 I 轴上的扭转刚度;

C ——同上归算到 I 轴的速度阻尼系数;

x_i ——I 轴输入转角;

x_o ——工作台位移输出。

公式 (1-2) 整理后为

$$J \ddot{x}_o + C \dot{x}_o + K x_o = \frac{Kl}{2\pi N_1 N_2} x_i \quad (1-3)$$

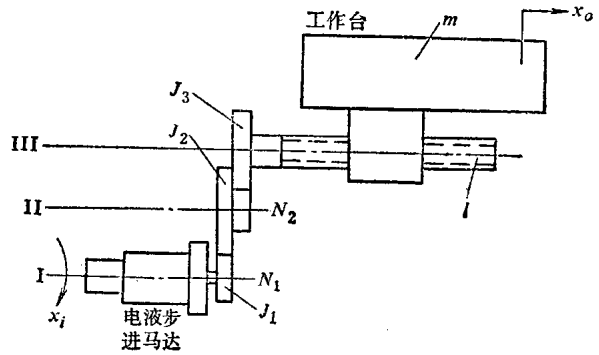


图 1-9

可见考虑到传动链的扭转刚度，传动链是一个二阶振荡系统，它的自振频率 ω_n 为：

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{J}} \quad (1-4)$$

同一个进给系统，当工作台作低速进给运动时，在一定条件下会产生爬行，这是一种行进中的自激振荡现象，为了便于分析可以将整个传动链归算成为一个弹性、阻尼、质量系统如图 1-10，图中：

\bar{x}_i ——归算输入位移；

x_o ——归算输出位移；

K ——归算刚度系数；

C ——归算速度阻尼系数；

m ——归算质量。

产生爬行现象的主要原因之一是速度阻尼

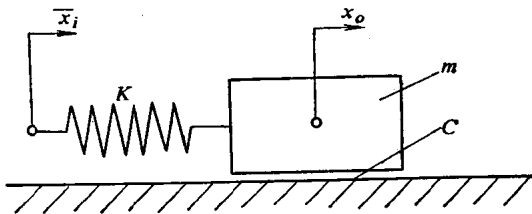


图 1-10

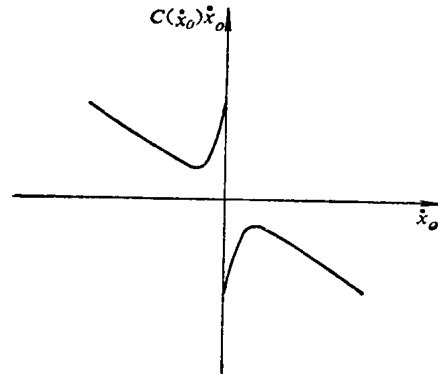


图 1-11

系数 $C=C(\dot{x}_o)$ 和 \dot{x}_o 间有函数关系。图 1-11 是速度阻尼力 $C(\dot{x}_o)\dot{x}_o$ 和 \dot{x}_o 间的关系，在低速范围内 $|C(\dot{x}_o)\dot{x}_o|$ 随 $|\dot{x}_o|$ 增加而减小，在一定条件下这将引起弹性、阻尼、质量系统产生爬行现象。在第十一章将用相平面分析法找出产生爬行的条件，提高刚度系数 K 、减小质量 m 、消除非线性速度阻尼特性等都有助于消除爬行现象。

以下再介绍两个制造工程中应用信息处理技术的实例。一些机械传动部件如蜗轮副、齿轮副和丝杠螺母等，在工作时都存在周期性系统误差（误差的随机部分这里暂不考虑），这一误差一般是由加工机床传动链中某些环节的不同频率周期性误差分量合成的。

图 1-12 是齿轮单面啮合精度测量装置示意图。主动轮和被测从动轮的转角都用角位移

测量装置检测，主动轮转角为 θ_1 ，被测从动轮名义转角为 $\theta_1 \frac{Z_1}{Z_2}$ ，而实际转角为 θ_2 ，单面啮合误差 $\Delta\theta$ 是：

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \frac{Z_1}{Z_2}$$

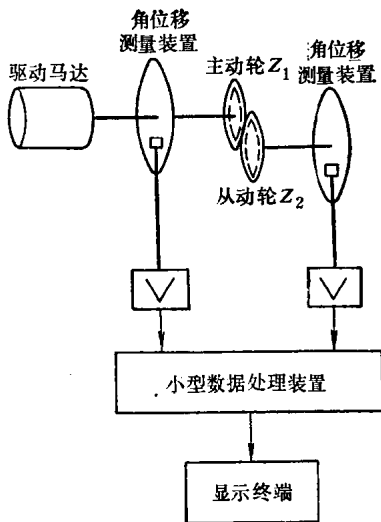


图 1-12

在加工过程中 $\Delta\theta$ 是由 $\Delta\theta_1$,
 $\Delta\theta_2, \dots, \Delta\theta_n$ 等不同频率不同
 幅值的周期性误差合成的, 示意
 如图1-13。图中:

θ_i ——被加工齿轮名义转
 角;

θ_o ——被加工齿轮实际转角。

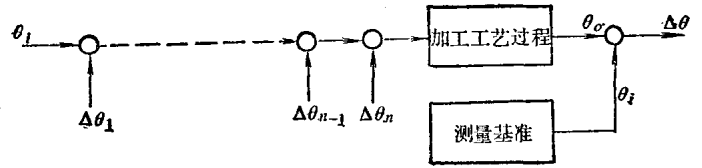


图 1-13

在显示终端上得到 $\Delta\theta - \theta_i \frac{Z_1}{Z_2}$ 单面啮合误差曲线, 与此同时单面啮合误差数据经数
 字化采样后在小型数据处理装置中作频谱分析, 得到单面啮合误差的频谱特性如图 1-14。

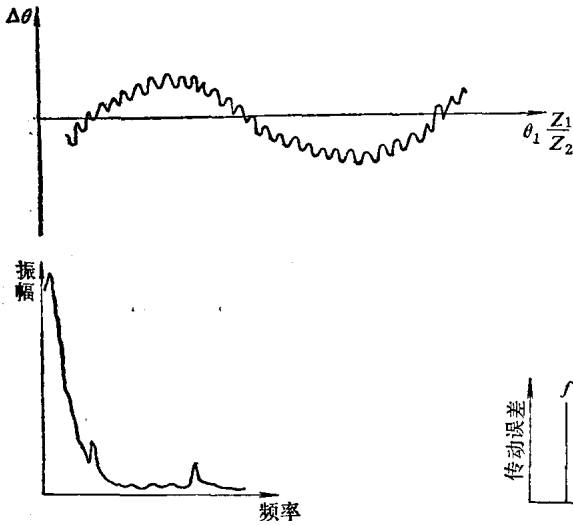


图 1-14

根据误差的频谱特性中基波和各个谐
 波的位置不仅可以评价被测齿轮的质量,
 还可以据之查找出加工机床传动链中产生
 误差的环节(因为各个环节的工作频率是
 固定的)。在图1-14中基波频率和被测齿
 轮的转动频率一致, 说明这一误差分量主
 要是由于被加工齿轮在加工机床上装卡有
 偏心造成的。用这种对误差测量数据进行信

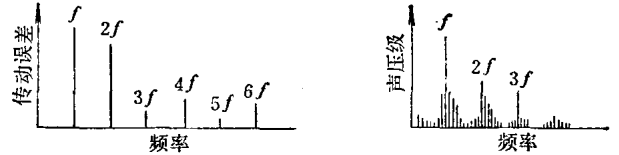


图 1-15

息处理的方法, 分析被加工零件的精度并查找加工机床上产生误差的环节是很有效的。

再一个例子是关于齿轮传动误差和齿轮噪声之间关系的实验分析。对齿轮传动误差进行
 频谱分析并对同一齿轮传动的噪声进行窄频带频谱分析后可以看出, 两种频谱(如图1-15)
 的形状相似都以啮合频率 f 及其谐波为特征, 说明齿轮传动误差引起的转动不均匀和齿轮噪
 声有密切的关系, 这也说明对测量数据进行频谱分析信息处理的实用价值。

工程控制理论是发展和设计各种调节器、随动系统、复杂控制及自适应控制系统、智能
 控制机器和高效制造系统等的技术基础理论。在制造工程中发展工程控制理论和技术所引起
 的变化是多方面的, 首先是引入了象反馈和稳定、信息与干扰、传递函数和传递矩阵、控制
 和适应控制、仿生和人工智能、大系统及动态仿真等相对来说新的概念和方法, 很多制造工
 程中的重要技术问题都可以从控制的角度加以处理; 其次工程控制分析中通过实测及理论分
 析建立对象仿真模型的方法同样也可以用于制造工程, 象时间响应分析、频率响应分析、相
 关分析、优化理论、系统识别以及计算机辅助数据处理和设计等, 都给制造工程技术的发展
 增添了有效的手段; 工程控制理论、信息处理技术和制造工程相结合的一个重要发展趋势是
 不仅赋予机器以动作能力, 还赋予机器以不同程度的人工智能, 使机器在变化着的和不完全

确定的工作环境中具有一定程度的自适应和自学习的能力，以利于更好地完成任务指标，为了这个目的，小型和微型计算机作为控制和信息处理装置，日益成为各种类型机器的不可分割的组成部分。

今天制造工程中的技术问题是多种多样的，它们是从加工到装配、从机理到应用、从切削到检测、从工艺到设备、从单机到整个制造系统、从超精密及细微加工到超重型设备以及从数控机床到智能控制机器等。把工程控制和信息处理技术和制造工程技术结合起来将是解决这些问题的一个有效途径。

§ 1-3 关于控制工程

控制工程逐步发展成为一门独立的学科大致是在本世纪四十年代，它的理论基础是古典的振动和运动稳定性理论以及四十年代后期出现的控制论和信息论。控制工程在制造工程领域所涉及的内容，如前所述包括各种调节器和随动系统的分析和设计、连续及离散生产过程的动态描述和仿真、信息的获取及其处理、参数估计及系统识别、优化控制、自适应和自学习系统、仿生和人工智能、图象和语言辨识以及工业机器人和柔性制造系统等等。近二十年来在古典控制理论和计算机科学技术的基础上，现代控制理论又取得了许多新的进展。

在控制工程中我们关心的是怎样把机械、光学、电子、电气等各种器件组合成为一个稳定的、具有特定性能且能完成指定任务的系统，从控制的角度看首先要解决系统的稳定性，进而分析它的动态性能并进行优化，与此同时还要解决系统构件的强度、刚度、耐用度以及工作可靠性等问题，并妥善处理系统的能量消耗及工作效率等。

控制工程处理问题的特点是：

(1) 为了进行工程控制理论的分析，首先要建立控制系统的仿真或数学模型。不同的工程控制系统甚至工程控制系统和生物控制系统之间，从控制的角度看它们的运动有相似的方面，所以同一个仿真或数学模型不仅可以描述某一个工程控制系统，在一定的条件下也可以描述某一生物控制系统。工程控制理论注意到各种物质运动的统一性，控制工程是在统一的基础上分析它们的动态性能和稳定性问题。

(2) 分析一个系统的动态性能特别是稳定性，必须从系统的整体出发。在控制工程中不仅要分析组成系统的各个环节的特性，更重要的是分析各环节、各部分之间的联系和相互作用。以一个简单的单环控制系统为例，要分析它的动态性能就不仅要看到控制部分对被控部分的作用，还要看到被控部分对控制部分的影响(如图 1-16)。控制工程是整体地、联系地看问题的，这种观点对于处理复杂的大系统时尤为重要。

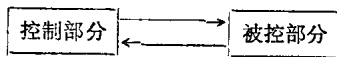


图 1-16

(3) 整个控制系统所处的工作环境总是在作不断的变化，要实现控制目标，控制部分就必须作对应的变化，所以工作中的控制系统总是处在不断的运动之中，控制工程所观察分析的内容总是有关控制系统的动态性能、它的稳定性以及动态过程的优化等，并在这一基础上设计各种控制系统。

近三十年来，控制工程和信息处理技术在推动制造工程技术的迅速发展方面起了重要的作用，今天控制工程技术和计算机科学技术已经成为现代制造工程中一个十分重要的组成部分。

第二章 控制系统的线性化数学模型和基本控制概念

建立控制系统的模型，并在这一基础上进行分析是控制工程的基本方法。为了建立模型要用实验方法获取原始数据，分析模型所得到的结论也需要在实践中进一步验证。

模型可以是实体模型，也可以是一组数学方程即数学模型。这一章将讨论如何从控制系统实体抽象出数学模型，以及为了便于求解将数学模型作线性化处理的方法。最后介绍几个基本控制概念。

§ 2-1 控制系统数学模型的建立

控制工程研究的主要问题是有关控制系统作为一个整体的动态性能，所要建立的数学模型是描述控制系统某种控制运动的一组方程(微分方程、传递函数、逻辑关系等)。

同一个控制系统可以具有各种物质运动形式(机械传动运动、热变形运动、电磁量运动、液流运动等)，而不同的物质运动形式又分别受不同物理规律的约束，所以视所要处理的问题不同，同一个控制系统可以有不同的数学模型。

考虑到不同控制系统中各种控制运动的相似性，同一个数学模型常可以描述不同的控制运动，例如同一个衰减振荡函数既可以描述机械单摆在平衡位置附近的自由运动，也可以描述电阻、电容和电感电路中电压在电源电压附近的振荡运动，如图 2-1 所示。又如电路和油路的动态性能也往往可以用同一微分方程来描述。

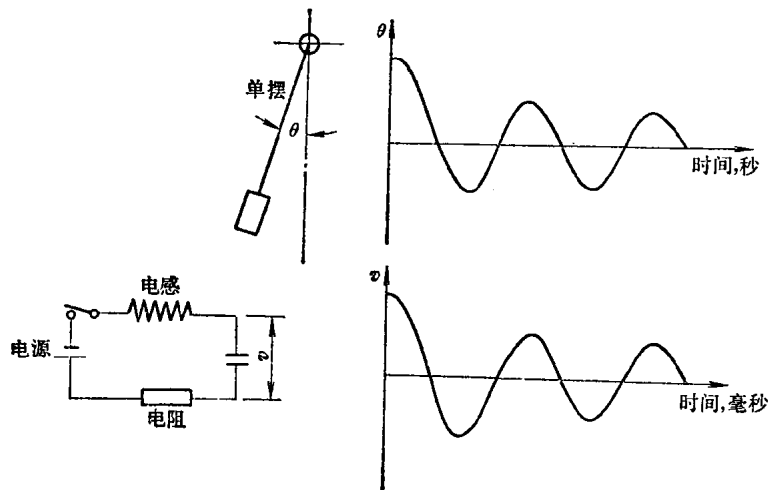


图 2-1

现实存在的控制系统总是比较复杂的，这表现为众多的内外影响因素；组成控制系统各环节的非线性和时变性以及存在各种关联的关系等。而按工程要求建立的数学模型必定是在某些理想化的条件下建立的，即为了使数学模型是便于求解的，需要忽略某些次要因素，需要把某些性能理想化，所以尽管数学模型的解析求解过程是严谨的，但是由之所得到的结论却不一定都很确

切，需要在实践中加以验证和改进。

求解已有的数学模型常常会遇到数学上的困难(解析方法方面的困难，编制源程序方面的困难等)，这时与其攻数学模型不如回过头来看一看建立这一数学模型的前提是否合理。

一个常见的情况是把某些前提作些工程上允许的改动，就可以使数学模型简化便于求解。

制造工程中的控制系统往往是由机械部件、电气电子器件、光学器件、液压部件等多种环节组成的。要建立这一系统的数学模型就要运用物理学、动力学、流体力学、电工及电子学等基础知识，而在数学模型的建立过程中各种条件及因素的取舍则主要取决于要解决的问题和工程上的可能性和合理性，这就是说建立良好的数学模型不仅要运用基础理论还要有科学实验和工程实践的基础。以下先举例说明数学模型的建立过程，再讨论建立控制系统数学模型的一般步骤。

图 2-2 是端面车削过程中，维持切削速度恒定的控制系统示意图。在这个例子中主要要

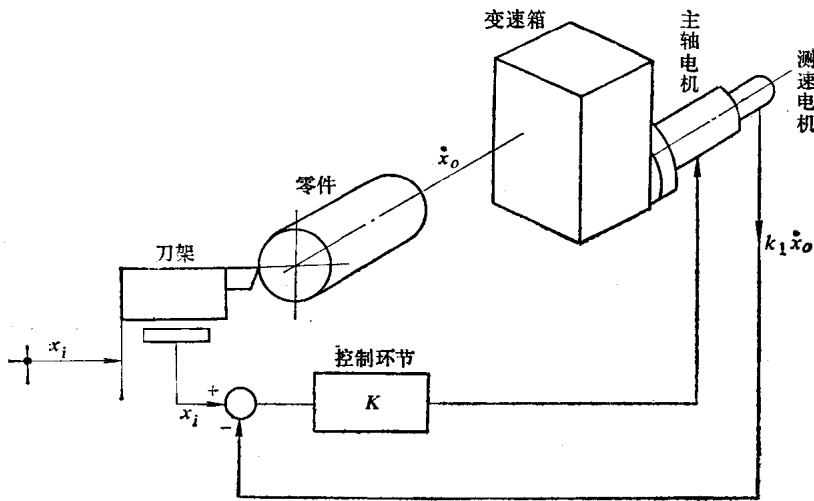


图 2-2

求是使主轴转速随车削半径减小而加大，以便维持刀尖处切削速度不变。在这里，重要的变量是刀架横向位置 x_i 和主轴转速 \dot{x}_o ，其他如车削工艺特点、刀具耐磨性、切削力等因素都可以暂不考虑。在图 2-2 中 x_i 作为输入变量，闭环控制系统的作用是使 \dot{x}_o 能依 x_i 作随从变化 (x_i 值加大，转速 \dot{x}_o 随之升高)，当车削负载功率较之主轴电机额定功率为较小时，这一速度控制系统的数学模型可以写为

$$J \frac{d\dot{x}_o}{dt} + C\dot{x}_o = K(x_i - k_1 \dot{x}_o) \quad (2-1)$$

式中 J ——归算到主轴电机轴上的转动惯量；
 C ——归算到主轴电机轴上的转速阻尼系数；
 K ——控制环节的转矩放大系数；
 k_1 ——常数。

在写出上列数学模型时还作了下述工程上允许的假设，首先是将分配在整个主轴传动链上的转动惯量加以集中归算到主轴电机轴上去，其次是把存在于整个传动链中的阻尼作用只用一个转速阻尼系数常值 C 加以考虑，还设定 K 是个常数，略去了控制环节中的饱和等非线性特性。

公式 (2-1) 是针对特定的问题在一定的工程条件和假设下建立的。分析这一数学模型

得出的结论可能接近实际情况，但是条件改变例如切削负载功率占主轴电机额定功率较大部分时，使某些非线性因素的影响增强，分析结果也可能和工程实际有较大出入，这时就要修改数学模型，使它在新的条件下接近实际情况。

同一个车削过程（图 2-2），如果要研究的问题不是切削速度不变，而是机床、刀具和零件系统在车削时的自激振荡现象，那么所要建立的数学模型就会和公式（2-1）不同。图 2-3 是近似描述车削过程自激振荡的控制作用框图，自激振荡现象被看作是一个不稳定的闭环控制系统。

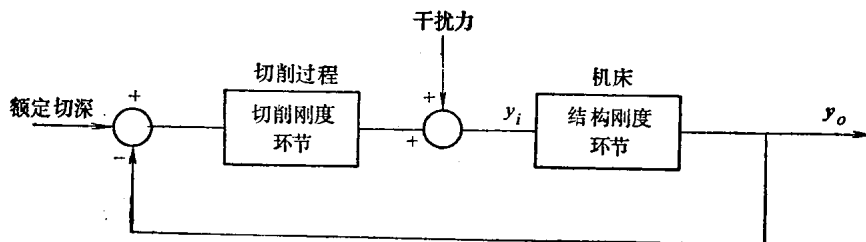


图 2-3

图中 y_i ——刀具施加于零件的切削力；

y_o ——自激振荡过程中，零件相对于刀具的变位。

图 2-3 中的结构刚度环节（机床）表示动态下切削力 y_i 和机床、刀具和零件系统的弹性恢复力、惯性力和阻尼力等的平衡关系。而切削刚度环节（切削过程）则把动态下零件相对于刀具的变位和切削力变化联系起来，切削力中有成比例的分量，还有一个有延时的分量，后者将对自激振荡的产生有决定性影响。

再以液压随动系统为例，说明数学模型的建立过程。图 2-4 是由四边伺服阀和液压缸组成的液压随动系统。输入量是伺服阀阀杆直线位移 x_i ，输出量是液压缸缸体直线位移 x_o 。当活塞上的压降较之供油压力为甚小即无负载或轻负载时，在下述条件下：

- (1) 略去液压缸运动部分惯性质量；
- (2) 略去油液的可压缩性；
- (3) 略去油液的内、外漏损；
- (4) 四边伺服阀四个节流阀口对称，预开启量为零，无死区又无饱和。

当输入量变化缓慢时，这一液压随动系统的运动可近似用下式描述：

$$\frac{dx_o}{dt} = K_v(x_i - x_o) \quad (2-2)$$

式中 K_v ——速度增益，取为常数。

公式（2-2）表示液压缸运动速度和四边伺服阀开启量成正比，这一关系固然很简单，但是其适用范围也是很有限的。比如说从公式（2-2）看，这一液压随动系统总是稳定的，

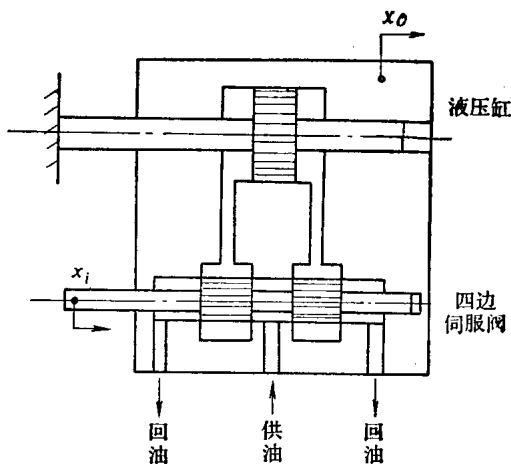


图 2-4

但是实际上却可能呈现不稳定现象,为了分析稳定的条件,一般要在考虑液压缸运动部分惯性质量、油液的可压缩性以及伺服阀的非线性节流特性等因素条件下,建立一个线性或非线性三阶微分方程数学模型。这就再一次说明同一个控制系统视所解决的问题不同,可以建立不同的数学模型,图 2-4 所示液压随动系统的数学模型可以是一个一阶微分方程,也可以是一个三阶微分方程。

五十年代开始用工程控制理论分析研究机械系统的动态性能,建立了有关机械零部件以及整个系统的传递函数数学模型即机械导纳和机械阻抗。

线性非时变机械系统的导纳定义为系统输出速度与输入力之比,它表示推动系统运动的难易程度,用这个概念并在下列工程假设条件下:

- (1) 质量集中;
- (2) 弹簧效应理想化为一刚度系数;
- (3) 粘滞阻尼效应理想化为一速度阻尼系数;

可以建立各种机械系统的导纳数学模型,例如几个简单机械元件的导纳为:

- (1) 惯性质量 m 的机械导纳 M_m

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad (2-3)$$

式中 v ——输出速度;

F ——输入力。

即

$$mDv = F$$



图 2-5

式中 D ——微分变换符号。

惯性质量的机械导纳为

$$M_m = v/F = 1/(mD) \quad (2-4)$$

- (2) 刚度系数为 K 的弹簧的机械导纳 M_k

如图 2-5, 取动力平衡有

$$F = K(x_i - x_o) \quad (2-5)$$

取导数得到

$$\frac{d}{dt} F = K \frac{d}{dt} (x_i - x_o) = Kv$$

弹簧的机械导纳为

$$M_k = v/F = D/K \quad (2-6)$$

(3) 速度阻尼系数为 C 的粘滞阻尼器的机械导纳 M_c 如图 2-6, 不考虑运动质量, 取动力平衡有

$$F = C \frac{d}{dt} (x_i - x_o) = Cv \quad (2-7)$$

阻尼器的机械导纳为

$$M_c = v/F = 1/C \quad (2-8)$$

机械导纳的倒数是机械阻抗, 以上三种机械元件的阻抗分别为:

$$Z_m = 1/M_m = mD \quad (2-9)$$

$$Z_k = 1/M_k = K/D \quad (2-10)$$

$$Z_c = 1/M_c = C \quad (2-11)$$

上述三种机械元件串联组合后，合成机械导纳为 M_s ，合成机械阻抗为 Z_s 。

$$M_s = M_m + M_k + M_c \quad (2-12)$$

$$Z_s = 1/(1/Z_m + 1/Z_k + 1/Z_c) \quad (2-13)$$

三种机械元件并联组合后，合成机械导纳为 M_b ，合成机械阻抗为 Z_b 。

$$M_b = 1/(1/M_m + 1/M_k + 1/M_c) \quad (2-14)$$

$$Z_b = Z_m + Z_k + Z_c \quad (2-15)$$

用机械导纳和机械阻抗数学模型分析机械系统的线性动态性能较之用微分方程解析法更为简捷方便。

从以上几个例子可以看出，建立数学模型的方法是多种多样的，对大多数制造工程中的控制系统来说，建立数学模型大致可以概括为以下几个步骤：

1. 提出问题和要求

数学模型总是针对问题建立的，同一工程控制系统随所要解决的问题不同对应的数学模型也不一样。在针对问题满足工程要求的前提下数学模型应尽可能简单些。

以图 2-4 所示的液压随动系统为例，在轻负载且输入作慢动作的条件下，控制系统就可以用一阶微分方程来描述。当中等负载且液压缸内受压油容积不大时，则可以用二阶微分方程描述这一控制系统的动态性能。若惯性负载较重且油液的可压缩性不能忽略时就需要用三阶微分方程来描述，并在这种情况下分析系统的稳定性。

2. 进行工程简化

现实的工程系统不论是从结构方面来看还是从功能和众多的影响因素来看都是比较复杂的，只有进行工程简化才可能进行分析，常用的简化有：

(1) 用集中参数代表分布量，例如分布的质量用集中质量参数来代替，管路截面上不均匀的流速分布用平均流速来代替等。

(2) 时变参量简化为非时变参量。控制系统的数学模型中存在时变参量常给求解带来困难，所以只要工程要求允许，总是将时变参量视为非时变参量，例如温度变化引起的参量随时间变化在短时间内有时可以视为不变。

(3) 变参量简化为常量。控制系统中有不少参量是变量的函数，例如速度阻尼系数是速度的函数，弹簧刚度系数是弹簧压缩量的函数等，和处理时变参数一样，只要条件允许，总是把变参量简化为常量。

(4) 非线性特性简化为等效线性特性。机械控制系统大都包括明显的非线性环节，例如传动链中的间隙、游隙，导轨中的库伦摩擦力和伺服阀的动作死区及饱和等。这种非线性特性有时是必须如实加以考虑的，另外一些情况下则可以用等效线性特性代替非线性特性。

3. 缩小求解范围

缩小变量的变动域，往往使数学模型的建立简化。例如一个非线性的机械控制系统，在某一定态附近的摄动范围内，常可以用一个线性数学模型加以描述。一个液压随动系统，在

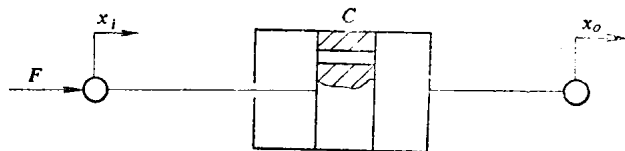


图 2-6