兵器可靠性設計之二

工 程 設 計 手 册

可靠性預測

第 五 机 械 工 业 部 第 二一〇 研 究 所
一 九 八 二 年二月

目 录

第一章 引 言

第二章 离散变量的基本概率理论评述

第三章 连续变量的基本概率理论评述

第四章　基本统计理论评述

第五章　几种先进的数学技术

第六章　系统可靠性模型的建立

第七章　冗余和修理的种类

第八章　可靠性预测

（被动冗余、正确转换）

第九章　可靠性预测

（时间相关）

第十章　一般可靠性预测

（总论）

第十一章　蒙特卡罗模拟

第十二章　可靠性最佳化

第十三章　计算机程序

前 言

可靠性手册全套共五本，这是第二本，名叫“可靠性预测”。这套手册的主要使用对象是负责为用戶设計和生产有关设备和系统的工程人员。

这五本手册是：

1.可靠性设計，AMCP 706-196

2.可靠性预测，AMCP 706-197

3.可靠性测量，AMCP 706-198

4.可靠性合同，AMCP 706-199

5.数学模型和术语汇编，AMCP 706-200

本手册的使用对象是可靠性工程师，他们必须熟悉预测不同结构硬件的可靠性的数学-概率统計方法，标准教科书中已有的內容这里不再重复，这里只概括介绍一些重要方面，并给出一些标准教科书用的参考文献。

本手册的大部分内容取自各种不同的报告、期刊、书籍和其它文献。所以，在这里对做出贡献的每一个人都表示感谢是不可能的。

本手册的初稿是由特雷科·吉特克公司提供的，修定本是由美北卡罗来纳州达拉谟市伊万斯联合公司的拉尔弗·A·伊万斯博士向美国陆军器材司令部的主要合同单位，即三角研究院工程手册办公室提供的。美国陆军器材司令部、陆军器材系统分析局O·P·布鲁诺先生指导下的一个委员会对手册的样本提供了技术指导和协作。

工程设計手册分为两类，一种属于批准解密出售的，另一种由于安全原因仍属保密。美国陆军器材司令部的工作方針就是根据1973年9月18日签发的现行国防部指示文件7230-7号的精神公开发行这套工程设計手册。所有解密的手册都可以从国家技术情报中心（NTIS）得到。索取这些手册的方法如下：

a.需要手册的陆军各部门必须以正式的申請表格（1970年1月颁发的17号DA表格）直接向以下地址提交申請单：

Commander
Letterkenny Army Depot
ATTN：AMXLE-ATD
Chambersburg，PA 17201

（索取保密文件必须在报送申請单的同时，注明正当理由）。DA的业务工作范围不包括索取更为自由分配的手册。

b.国防部、空军、海军陆战队、政府非军事机关、合同厂商、私人企业、个体经商、学校和其他人等所有其他索取者均可从下述单位订购这些手册：

National Technical Information Service
Department of Commerce
地址：Springfield，VA22151

保密文献根据说明的正当理由提供，由陆军代表的正式部门根据国防文献中心（DDC）ATTN规定进行确认，地址是DDC-TSR, Cameron Station, Alexandria, VA22314。

欢迎对本手册提出意见和建议，来信請寄：

Commander

US Army Materiel Development and Readiness Command,

Alexandria, VA22333

DA表格2028可以用来填写评论和建议，这种表格可通过正常的出版物提供渠道获得。

第一章　引　言

本手册介绍了概率和统計学中的各种基本概念和公式，提出了可能用于测量系統可靠性的多种模型。由于s-独立的概念在用冗余所实现的可靠性改进中相当重要，故对这种概念进行了非常完善的讨论。

由于非冗余系统的可靠性計算是相当直接了当的（虽然通常是冗长乏味的），故本手册大部分讲的都是冗余的影响。冗余和修理之间的区别实际上是模糊不清的，尤其是不失效装置被好的非主动装置所取代时更是如此。

某些技术只给出了它们的基本形式。在参考文献中对进一步研究作了叙述。通常情况下，设計师和可靠性工程师有比研究数学更重要的事情要做。最好找到已经受过专门训练、能夠解决专门问题的人材。在这种情况下，本手册的作用就限于向设計师和可靠性工程师介绍基础知识和发展前景，他们有了基础知识就可和专家们交换情报，而知道了发展前景就能知道在什么时机去請教专家。

在处理数学问题时，重要的是要始终记住什么是数学，什么不是数学。数学本身是抽象概念之间的规则和关系。在正确的含义上讲，数学总是“眞实”的，但不是所有数学都适用于任何事物的。在把数学用到我们感到困难的问题上时，我们必须首先选择所使用数学的种类，然后再选择用哪种数学概念来表达哪种实际事情。例如，能适当表达特定材料的是弹性方程，还是粘弹性方程，还是粘性方程呢？或者说，导线的物理线圈是用与电阻串联的集总电感来表达的吗？

概率理论是能有效表示多种情况的抽象数学。本手册大部分是讲如何用概率来描述事物以及如何計算这些概率。

在有关可靠性的概率／统計中，几乎沒有什么新的东西。本章末尾所附的文献书目为需要借助于这些领域的人提供了参考资料。这些书分初级本、中级本或高级本。本手册无意涉及这些书中的內容。

文献书目

AMCP 706-110 through -114, *Experimental Statistics, Sections 1-5*, USGPO (Intermediate).

R. E. Barlow and F. Proschan, *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1965 (Advanced).

Vic Barnett, *Comparative Statistical Inference*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1973 (1975 corrected reprint), (Intermediate, Advanced).

A. M. Breipohl, *Probabilistic Systems Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1970 (Elementary, Intermediate).

DA Pam 70-5, *Mathematics of Military Action, Operations and Systems* (Elementary, Intermediate).

A. J. Duncan, *Quality Control and Industrial Statistics*, Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1965 (Elementary, Intermediate).

W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vols. I, II, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., Vol. I, 1957, Vol. II, 1966 (Advanced).

J. E. Freund, *Modern Elementary Statistics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1967 (Elementary).

Gnedenko, Belyayev, and Solovyev, *Mathematical Methods of Reliability Theory*, Academic Press. N.Y., 1969 (Advanced).

E. Parzen, *Modern Probability Theory and Its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., N.Y., 1960 (Intermediate, Advanced).

E. Parzen, *Stochastic Processes*, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1962 (Advanced).

M. L. Shooman, *Probabilistic Reliability*, McGraw-Hill, N.Y., 1968 (Elementary, Intermediate).

Many of the early reliability texts, and some of the more recent ones which are not mentioned here, have an inadequate or poor introduction to probability and statistics. Most probability/statistics texts are quite adequate.

第二章　离散变量的基本概率理论评述

2-0　符号表

A, B, C, E = 集

A_F, A_G, B_F, B_G = 装置U_A和U_B失效或良好的事件

A_i, B_i, C_i, E_i = A, B, C, D, E的子集

$E\{\quad\}$ = …的s-期望值

E_B, E_{HT}, E_{ET} = 适中、高温、电瞬变环境的事件

E_L, E_S = 轻微和恶劣环境事件

M_i = 第i个中心动差

N_A, N_B, N_E = A, B, E中子集的数目

pmf = 概率质量函数

$P_r\{\quad\}$ = …的概率

s- = 表示统計学上的定义

μ = 平均值

σ = 标准离差

σ^2 = 方差

Ω = 全子样空间

ϕ = 零事件

$\cup$ = 并集

$\cap$ = 交集

2-1　引言

总是会提出"什么是概率？"这个问题的。一部分人说它是相对频率，另一部分人说它是信赖程度，还有其它各种不同的说法。在许多精辟的可靠性工程教科书（以及几乎全部的数学书）中，概率都被看成是能用到诸如相对频率和信赖程度此类事物上的数学概念。情况类似于平面儿何。平面儿何是一种使用点、线概念的数学理论，不论所取的点和线是什么，该理论都是成立的。平面儿何在日常生活中的许多平直事物上的应用常常都是成功的，因此，我们就把点、线和日常概念联系起来了。

概率和统計学之间的相互关系非常密切。许多工程师并不清楚它们之间的差别。概率理论常常把一般问题的参数当作已知数，然后計算事件特定集的数目（概率）。这就是从一般到特殊。而统計学则是对实际数据进行处理，并力图判定利用它们能够作哪些有用的事情，和如何得到它们。这就是从特殊到一般。一个统計值就是从子样中获得的数字，或是从計算

其它统計值中得到的数字。在工程问题中，人们常常把概率和统計综合使用。要争论哪些計算是概率性的，哪些又是统計性的，是沒有什么结果的。

2-2 基本概率规則

2-2.1 子样空间、子样点、事件

任何概率问题都有一些基本概念，子样空间由全部的子样点构成。事件則是子样点的集合。事件的子样点可以少到零，也可以多到全部。这些概念最好用例子来说明。能说明这些概念的书见第1章末的文献书目。

例1。 对单动模的一次摆幅而言，子样空间是数目1、2、3、4、5、6的集，卽子样空间是由能夠出现的全部值组成的。每个値称为一个子样点。在这一例子中的子样空间中有6个子样点。

实验的每一个可能的单独结果都是一个子样点。给每个子样点命名是编制任何问题的概率模型的第一步，虽然这常常是不言而喻的。每个子样点还有一个与之相关联的概率。这个概率通常是根据已知事件概率来指定或計算的。

在单动模的一次摆幅的例子中，通常是把这种单动模规定为“相当好”，卽每个面所出现的概率都相等，以此来规定概率。然后分配给每个子样点的概率就是$^1/_6$。用定义形式来表达的话，就是：全部子样点的概率之和必须是1。

使用概率的工程师常常误入歧途，因为他们不了解子样空间和不理解每个子样点的概率分配。

例2。 把一枚硬币往上扔三次。那么，什么是子样空间呢？令t为背面，h为正面，那么，子样空间中就有8个子样点：

ttt	htt
tth	hth
tth	hht
thh	hhh

“第1次往上扔为正面”的事件有4个子样点：htt、hth、hht、hhh。“第1次往上扔是正面”和“最后一次往上扔是背面”相交的事件有两个子样点：htt，hht。“第1次往上扔旣不是正面也不是背面”的事件則沒有子样点。

2-2.2 符号及其定义

一般都沒有能夠为人们广泛接受和使用的符号集。由于工程师在概率上所遇到的困难常常是最基本的，故所选择的符号不容易与其它符号相混，尽管有时比较麻烦。符号及其定义如图2-1和图2-2所示。

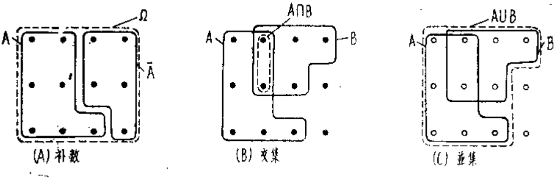
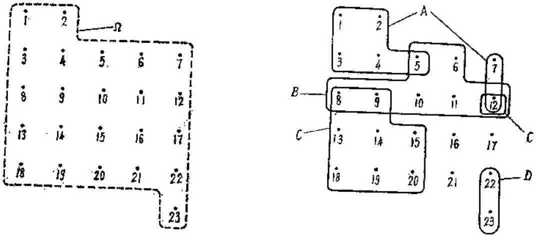


图2-1　2个事件的事件关系举例



$$\left.\begin{aligned} &\Omega = 1 \sim 23 \\ &\mathbf{A} = 1 \sim 5,\ 7,\ 12 \\ &\mathbf{B} = 5,\ 6,\ 8 \sim 12 \\ &\mathbf{C} = 8,\ 9,\ 12 \sim 15,\ 18 \sim 20 \\ &\mathbf{D} = 22,\ 23 \end{aligned}\right\} \text{定义}$$

集相互关系举例

$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = 5, 12$

$\mathbf{B} \cap \mathbf{C} = 8,\ 9,\ 12$

$\mathbf{C} \cap \mathbf{A} = 12$

$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap \mathbf{C} = 12$

$\mathbf{A} \cap \mathbf{D} = \phi$

$\mathbf{B} \cap \mathbf{D} = \phi$

$\mathbf{C} \cap \mathbf{D} = \phi$

$\bar{A} = 6, 8 \sim 11,\ 13 \sim 23$

$\bar{B} = 1 \sim 4,\ 7,\ 13 \sim 23$

$\bar{C} = 1 \sim 7,\ 10,\ 11,\ 16,\ 17,\ 21 \sim 23$

$\bar{D} = 1 \sim 21$

$\bar{A} \cap D = 22,\ 23$

$D \subset \bar{A}$

$D \subset (\bar{A} \cap \bar{B})$

$\phi \cup (\bar{B} \cap C) = 13 \sim 15,\ 8 \sim 20$

$22 \in D$

图2-2　4个事件的事件关系举例

Φ	零事件，即事件沒有任何子样点
Ω	全子样空间，即事件包含全部子样点
$\cup$	并集，即$A\cup B$含有全部子样点，这些子样点在A中和／或在B中。（有时使用＋号）
$\cap$	交集，即$A\cap B$只含有既在A中、又在B中的这些子样点。（有时用×号）
$Pr\{\cdot\}$	包含在｛ ｝内的事件（或子样点）的概率，即$Pr\{a\}$＝子样点a的概率 $Pr\{A\}$＝事件A的概率
$Pr\{\cdot\|\cdot\}$	有条件的概率；“｜”号右侧事件（条件）出现时，“｜”号左边事件的概率；即$Pr\{A\|B\}$是当事件B出现时事件A的条件概率。 如果$Pr\{B\}\neq 0$ 则$Pr\{A\|B\}=Pr\{A\cap B\}/Pr\{B\}$ 如果$Pr\{B\}=0$ 则$Pr\{A\|B\}$毫无意义
互不相交	如果两个事件沒有共同的子样点，而且只是如此的话，两个事件就是互不相交的，即只有$A\cap B=\phi$，A和B才是互不相交的。
完备集	如果事件的并集含有子样空间中的全部子样点，而且只能如此的话，事件集才是完备的，即只有$A\cup B\cup C=\Omega$，A，B，C才是完备的。
分块	如果事件全都互不相交、事件集又是完备的，而且只能如此的话，事件集才是子样空间的分块（分块这个名字是这样来的，即分块集是把一个大空间分成若干小空间，每个空间都是隔开的，但原先空间的每一部分又都在某个小空间内）。表示某个事件的补数，即$\bar{A}$是A的补数。
补集	事件的补集含有不在该事件内的子样空间的全部子样点。只有$A\cup B=\Omega$和$A\cap B=\Phi$，$B=\bar{A}$才成立。注意逗号，它不是最普通规定的符号。通常情况下指的是交集，但却不能确认。
$Pr\{\cdot;\cdot\}$	“；”左侧事件的概率。分号左侧的事件或参数是已知的。此符号常常用来表示强调，或作为一种提示。它与$Pr\{\cdot\|\cdot\}$类似，只是“｜”右边的事件是一个随机事件，而“；”右边的事件或参数是精确已知的必然事件。
$\in$	$a\in B$意味着a是B的子样点。
$\subset$	$A\subset B$意味着A是B的子集，即A的全部子样点也都在B内，但B的全部子样点却无需都在A内。

2-2.3 事件的规则、规律和定义

令A、B、C为任何事件，则

$$A\cup\bar{A}=\Omega \tag{2-1}$$

$$A\cap\bar{A}=\Phi \tag{2-2}$$

$$A\cup A=A \tag{2-3}$$

$$A\cap A=A \tag{2-4}$$

$$A\cup B=B\cup A \tag{2-5}$$

$$A\cap B=B\cap A \tag{2-6}$$

$$A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C = A\cup B\cup C \qquad (2\text{-}7)$$

$$A\cap(B\cap C) = (A\cap B)\cap C = A\cap B\cap C \qquad (2\text{-}8)$$

$$A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cap(A\cup C) \qquad (2\text{-}9)$$

$$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C) \qquad (2\text{-}10)$$

$$\overline{(A\cup B)} = \bar{A}\cap\bar{B} \qquad (2\text{-}11)$$

$$\overline{(A\cap B)} = \bar{A}\cup\bar{B} \qquad (2\text{-}12)$$

2-2.4 概率的规则、规律和定义

令A、B、C为任何事件，并令

A_i，$i=1$，…，N_A是A的分块。（A_i是互不相交的，且是完备的。）

B_i，$i=1$，…，N_B是B的分块。（B_i是互不相交的，且是完备的。）

a_j，$j=1$，…，M是A中的子样点。

E_i，$i=1$，…，N_E是任何N个事件。

$$Pr\{A\} = \sum_{1}^{M} Pr\{a_j\} \qquad (2\text{-}13)$$

$$0\leq Pr\{A\}\leq 1 \qquad (2\text{-}14)$$

$$Pr\{\phi\} = 0 \qquad (2\text{-}15)$$

$$Pr\{\Omega\} = 1 \qquad (2\text{-}16)$$

$$Pr\{A\cup B\} = Pr\{A\} + Pr\{B\} - Pr\{A\cap B\} \qquad (2\text{-}17)$$

$$\begin{aligned} Pr\{A\cup B\cup C\} = & Pr\{A\} + Pr\{B\} + Pr\{C\} \\ & - Pr\{A\cap B\} - Pr\{B\cap C\} \\ & - Pr\{C\cap A\} + Pr\{A\cap B\cap C\} \end{aligned} \qquad (2\text{-}18)$$

$$Pr\{A\mid B\} = Pr\{A\cap B\}/Pr\{B\},\ Pr\{B\}\neq 0 \qquad (2\text{-}19)$$

$$\begin{aligned} Pr\{E_1\cup E_2\cup\cdots\cup E_{N_E}\} = & \sum_{i=1}^{N_E} Pr\{E_i\} \\ & - \sum_{i=1}^{N_E}\sum_{j=1}^{i-1} Pr\{E_i\cap E_j\} \\ & + \sum_{i=1}^{N_E}\sum_{j=1}^{i-1}\sum_{k=1}^{j-1} Pr\{E_i\cap E_j\cap E_k\} \\ & - \cdots \pm Pr\{E_1\cap E_2\cap\cdots\cap E_N\} \end{aligned} \qquad (2\text{-}20)$$

方程2-20中的第一项是上限，连续加项就能给出一系列极限，这些极限在采用全部项达到精确结果之前一个比一个好。

$$\begin{aligned} Pr\{A\cap B\} & = Pr\{A\mid B\}Pr\{B\} \\ & = Pr\{B\mid A\}Pr\{A\} \end{aligned} \qquad (2\text{-}21)$$

方程2-21是贝斯（Bayes）定理的一种形式。

$$Pr\{A\cap B\cap C\} = Pr\{A\mid(B\cap C)\}Pr\{B\mid C\}Pr\{C\} \qquad (2\text{-}22)$$

$$\Pr\{A\}=\sum_{i=1}^{N_A}\Pr\{A_i\} \tag{2-23a}$$

$$\Pr\{A\}=\sum_{j=1}^{N_B}\Pr\{A\mid B_j\}\Pr\{B_j\} \tag{2-23b}$$

$$\Pr\{A_i\mid B\}=\frac{\Pr\{B\mid A_i\}\Pr\{A_i\}}{\sum_{j=1}^{N_B}\Pr\{B\mid A_j\}\Pr\{A_j\}} \tag{2-24}$$

方程2-24也是贝斯定理的一种形式。

2-3 s-独立

s-独立有几种等价定义。从工程学的观点来看，最满意的定义是方程2-25。

如果

$$\Pr\{A\mid B\}=\Pr\{A\mid \bar{B}\}=\Pr\{A\} \tag{2-25}$$

而且仅仅如此的话，A和B才是s-独立的。这就是说，A的概率是相同的，不管我们知道B是否出现，还是不了解B，均无关系。有几个与方程2-25逻辑等效的方程，每个方程都可表明其它方程的意思。（方程2-25中的第二个等式实际可由第一个等式来说明。从统計学的观点来看，最满意的定义是方程2-26。

如果

$$\Pr\{A\cap B\}=\Pr\{A\}\Pr\{B\} \tag{2-26}$$

而且仅只如此的话，A和B才是s-独立的。方程2-26甚至是在$\Pr\{B\}=0$或1的情况下进行定义的，而方程2-25则不是。采用方程2-26可比较容易地把事件扩大到两个以上。

对一次取2，3，…N的N个事件的每一个交集来说，这些事件的交集的概率是各单独事件之概率的积。只有在这种情况下，N个事件才是s-独立的。这可能是一种复杂的概念。有关进一步探讨情况可见第一章末尾的文献书目。

举例。

假定某个分系统中有2个来自一个母体的装置，且二者都必须失效才能使分系统失效。如果每个装置的失效概率都是0.200，分系统的失效概率就是$0.200\times0.200=0.0400$的话，那么失效事件就是s-独立的。即使分系统的失效概率为0.0404（即比0.0400大1%），工程应用时仍可把失效事件看作是s-独立的。

假定每个装置的失效概率是1.00×10^{-3}，分系统的失效概率是1.00×10^{-6}，那么失效事件就是s-独立的。但是，如果分系统的失效概率为0.000401（即稍大于0.0004），失效事件就决不是s-独立的。当失效概率非常小时，则必须非常仔细，不得忽视其概率一般可能被忽视的那些事件。

2-4 有条件的s-独立

有条件的s-独立是一个非常重要的概念，即两个（或两个以上）事件可以是有条件的