

物理學基本原理

問題及習題詳解下冊

D. 哈里德 R. 雷斯尼克 原著

曉園出版社
世界圖書出版公司

经典和量子约束系统及其 对称性质

国家自然科学基金资助项目

李子平 著

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书系 D. 哈里德和 R. 雷斯尼克著《基本物理学》修订版的问题和习题详解。

物理学基本原理问题及习题详解(下册)

D. 哈里德 R. 雷斯尼克 原著

单 溥 译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京重印

北京朝阳门内大街 137 号

新燕印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992 年 10 月第一版 开本: 850 × 1168 1/32

1992 年 10 月第一次印刷 印张: 15.77

印数: 0001 - 2250

ISBN: 7 - 5082 - 1326 - 5/O · 40

定价: 10.40 元(W₈9201/25)

世界图书出版公司通过中华版权代理公司向晓园出版社购得重印权
限国内发行

前 言

研習理工的同學，都有一種認識。那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與教訓的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作些介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的效用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

物理學基本原理

問題及習題詳解

(下 冊 目 錄)

第二十二章 物質與電荷.....	1
第二十三章 電 場.....	15
第二十四章 高斯定律.....	42
第二十五章 電 位.....	60
第二十六章 電容與電介質.....	92
第二十七章 電流和電阻.....	119
第二十八章 電動勢與電路.....	137
第二十九章 磁 場.....	163
第三十章 安培定律.....	194
第三十一章 法拉第定律.....	222
第三十二章 電 感.....	247
第三十三章 物質的磁性.....	267
第三十四章 電磁振盪.....	280
第三十五章 電磁波.....	300
第三十六章 幾何光學.....	336
第三十七章 干 涉.....	374
第三十八章 繞射、光柵與光譜.....	401
第三十九章 光和量子物理學.....	444
第四十章 波和粒子.....	480

第二十二章 物質與電荷

甲、課文綱要

1 電 荷 (Electric Charge)

正電：以絲綢摩擦玻璃棒，玻璃棒上所生的電荷。

負電：以毛皮摩擦橡膠棒，橡膠棒上所生的電荷。

“同性之電相斥，異性之電相吸”。

關於一般物質之電性的現代觀念是：當其處於常態或中性狀態時，即含有相等的正、負電。當兩物質彼此摩擦（如玻璃棒與絲綢）則發生電荷的轉移，而打破了彼此的電中性狀態。此例中，玻璃變為正電性，絲綢則帶負電。

2 導體及絕緣體 (Conductors and Insulators)

一金屬棒持於手中，以毛皮摩擦之並不見帶電。若加一玻璃把柄，且不令與手接觸則可帶電。此可解釋為：金屬、人體及地球為電之“導體”(conductors)，而玻璃、塑膠等則為“絕緣體”(insulators)。或稱為介電質(dielectrics)。

在導體物質中，電荷可自由運動，在絕緣體中則否。

在金屬中，有一極靈敏的“哈耳效應”(Hall effect)，證明了只有負電荷能移動，正電荷則不能移動，與其在玻璃或其他電介質中一樣。事實上；金屬中的帶電體為自由電子(free electrons)當個別的原子結合成金屬時，外層電子便脫離個別的原子而在整個金屬中自由移動。在某些導體如電解液中，正、負電荷皆能移動。

半導體(Semiconductors)的導電性介乎導體和絕緣體間。如矽和鎢便是極佳的例子。若在半導體中加入適量的其他雜質，則其導電性常能大量地增加。

3 庫倫定律 (Coulomb's Law)

庫倫最先利用扭秤量度電力的作用。

庫倫實驗之第一個結果可以下式表示：

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

F 為作用於兩球之力的大小，r 為兩球間的距離。按照牛頓第三定律，此力作用於兩者之連線上，但方向相反。注意，即使電荷的大小不同，此二力之大小也相等。

庫倫也研究電荷大小與作用力之關係。例如若將二完全相同一未帶電與另

一帶電球相接觸，則電荷將平均分佈於兩球上。如此，庫倫便推廣上式成為如下關係：

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (22-1)$$

q_1, q_2 為分別在 a, b 上的電荷。式 22-1 稱為庫倫定律 (Coulomb's law)，當帶電體積與其距離相較為很小時才能成立。即僅適用於點電荷。

當兩球間的距離為一單位距離，而作用力為一單位力時，電荷為一單位電量，此定義產生之電量稱為一靜庫倫 (statcoulomb)。但在本書中不使用此一單位或此單位系統。

電流即電荷的流動電流的 mks 制單位為安培 (ampere 簡寫為 amp)。

mks 制的電量單位為庫倫 (coulomb 簡寫為 cou)。一庫倫為當導線中之電流為一安培時，在一秒鐘內通過導線截面積的電量。此可以用

$$q = it \quad (22-2)$$

表示，若 i 及 t 之單位分別為安培及秒時， q 之單位即為庫倫。

式 22-1 可加一常數而寫成等式，通常此常數不用 k ，而用 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ，即

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (22-3)$$

在 mks 單位制中，我們可經由與庫倫定律無關的方法而求出 q_1, q_2, r 及 F 之值。 ϵ_0 稱為電容率 "permittivity" 為一常數；由實驗測出：

$$\epsilon_0 = 8.85418 \times 10^{-12} \text{ (庫倫)}^2 / \text{牛頓} \cdot (\text{米})^2$$

本書的各項問題中，取 $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ (庫倫)}^2 / \text{牛頓} \cdot (\text{米})^2$ 即足夠應用。我們常取

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ 牛頓} \cdot (\text{米})^2 / (\text{庫倫})^2$$

若涉及兩個以上之電荷時，22-3 式適用於任一對電荷。設電荷為 $q_1, q_2, \dots$ ，則作用於 q 電荷的合力為個別電荷作用於 q 的力的向量和。

$$F_1 = F_{12} + F_{13} + F_{14} + \dots, \quad (22-4)$$

其中， F_{12} 就此例言為 q_2 施於 q_1 之力。

4. 量子化的電荷 (Quantized Charge)

一物理性質，如電荷，不以連續性存在，而係以個別的“包” (packets) 存在時，則稱此性質為“量子化” (quantized)。

電荷 e 的量子極小，故在一些宏觀實驗中，常無法顯出電的“微粒性” (graininess)，正如我們在呼吸時並不覺得空氣由原子構成。

5. 電荷與物質 (Charge and Matter)

日常生活中的物質皆可認為是由三種基本質點——電子、中子及質子所構成，中子及質子的質量相當，而電子為質子質量的 1836 分之一。

原子係由緊密的、帶正電的核 (nucleus)，外面圍以電子雲而構成。

在原子核中，有一種既非重力亦非電力的強大力量將質子和中子組和在一起，構成原子核。此力稱為核力 (nuclear force)。若無此力，則原子核中諸粒子的排斥力將使原子核裂開。

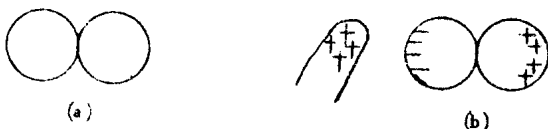
6. 電荷之守恒 (Charge Is Conserved)

當一玻璃棒與絲綢摩擦，則玻璃棒帶正電。由量度顯示出絲綢上也帶有同樣的電量。這說明了摩擦並不創造電荷，只是使電荷發生轉移，而破壞了電中性而已。電荷守恒的假說建立在宏觀及微觀的實驗上，而尚未發現有任何例外。顯示電荷守恒的實驗請參閱原書 P. 429。

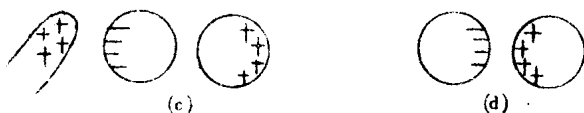
乙、問題詳答

1. 兩金屬球架於可攜帶之絕緣支承物上。試求一法，使其帶等量而相反的電荷。可以使用一絲綢摩擦過的玻璃棒，但不能與金屬球碰觸。用此法是否必須要兩球大小相等？

答： 先使二金屬球相接觸，再將帶電棒移近，若二球大小相等，則如下圖所示可得等量而相反的電荷。



然後把二金屬球分開，最後才將帶電棒拿走。

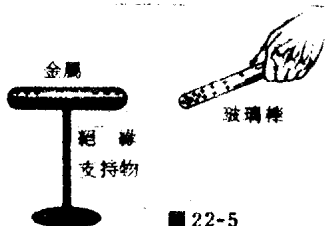


2. 試解釋軟木屑被帶電棒吸引，當碰到帶電棒後立即跳開的現象。

答： 軟木屑與帶電棒接近時產生感應電荷，軟木屑上距棒較近的一端之電性與帶電棒上的相反，故被棒吸引。當碰到棒後因軟木屑之近帶電棒端的電荷被中和，於是軟木屑上彼此所帶電荷相同，故互相排斥而立即跳開。

3. 如圖 22-5，持一帶電玻璃棒靠近絕緣金屬棒時，金屬中的電子便被引向一邊，到一定量後便停止流動。試解釋電子流動停止的原因。金屬棒能提供的電子幾乎是無窮盡的，怎麼不再流呢？

答： 金屬棒中的感應電荷最初很少，逐漸增加到與玻璃棒的電量相等時，電子流動即停止。



■ 22-5

4. 圖 22-5 中是否有淨力作用於金屬棒？解釋之。

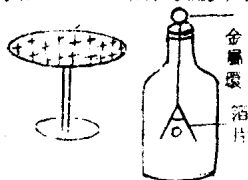
答：金屬棒中感應負電荷的一端受一向右之引力，感應正電荷的一端受一向左的斥力，因引力大於斥力，故有淨力作用於金屬棒。

5. 謂一絕緣之棒帶有電荷，如何能證明並推知電荷的符號？

答：原理：利用同性電荷相斥，異性電荷相吸之特性以證明之。

現舉二方法以決定絕緣棒上所帶電荷之符號。

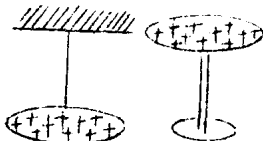
方法一：利用萊頓瓶，使萊頓瓶帶有一已知極性之電荷。（例如負電）則



瓶內之兩金屬箔片因同性電相斥而張開一定角度，次以絕緣棒與瓶上端之金屬環接觸若棒上帶有正電，則此正電與瓶內部份負電中和，而使金屬箔角度減小，若棒上之正電荷多於箔片上所帶之負電荷多於箔片上所帶之負電荷，則

箔片之角度先減至零再張至一定角度。若棒上帶有與箔片之電荷極性相同時，則接觸後角度必增加。故以箔片角度之增減可判斷棒上電荷之符號。

方法二：將棒 A 以絕緣線懸之於空中，次另以一帶有已知電荷符號之 B 物



接近。

A：使保持一距離，若 A B 上之電荷符號相同，則 A B 相斥，而距離增長。

B：若 A B 上之電荷符號相異，則 A B 相吸，而 A B 距離減小。

6. 何以潮濕天氣時無法作好靜電實驗？

答：因空氣潮濕時亦能導電。

7. 一人立於絕緣器具上，觸摸一絕緣帶電導體。導體是否完全放電？

答：否。

8. (a)一帶正電玻璃棒吸引一懸掛物時，我們能否斷定懸掛物必帶負電？(b)一帶正電玻璃棒排斥懸掛物時，懸掛物是否必帶正電？

答：(a)否。(b)是。

9. 兩電荷接近時，其間之庫倫力有否改變？

答：庫倫力增大。

10. 電荷的量子為 1.6×10^{-19} 庫倫。質量是否亦具有量子？

答：雖然一般原子質量都是質子質量的近乎整數倍，但電子質量就遠小於質子者，且難斷言是否成整數者，故不宜認為質量亦量子化。

11. 舉例並說明一物理量為(a)量子化(b)守恒 (conserved) 的意義。

答：(a) 如電子當其存在時必具有一定大小的電量，任何帶電體的電量必為電子電量的整數倍此即量子化。

(b) 電荷不會無中生有的創造出來，只會發生轉移，如一電子與一正電子接近時，二者會消失，而由 $E = mc^2$ ，產生大量的能量，此能量以方向

相反的 γ 射線表現出來，前後電荷之和均為零，此即為守恒。

丙、習題精解

- 1(4). 宇宙射線中的質子以 1.0 個質子 / (厘米) 2 ·秒的流率平均撞擊地球大氣的外層。已知地球半徑為 6.4×10^6 米，則地球在其大氣層上以宇宙射線質子之形式接受的總電流為何？

[答：0.82 安培]

$$\text{解 } I = \frac{q}{t} = 1.0 \times (10^2)^2 \times 4\pi \times (6.4 \times 10^6)^2 \times 1.6 \times 10^{-19} = 0.82 \text{ 安培}$$

- 2(4). 試大約估計一杯水中所含的正電荷庫倫數。設一杯水的體積為 500 c. c.

解 設一杯水有 500 cc，即有 500 gm，每個水分子中有 10 個質子，所以每克分子（即 18 克）的水有 $10 N_A$ 個質子。

$\therefore$ 一杯水中的正電荷量

$$\begin{aligned} &\cong \frac{500}{18} \times (10 \times 6.02 \times 10^{23}) \times (1.6 \times 10^{-19}) \\ &= 3 \times 10^7 \text{ 庫倫。} \end{aligned}$$

- 3(4). (a) 移去多少電子可使一銅幣帶 $+10^{-7}$ 庫倫的電量？(b) 此電子數佔銅幣中總電子數的幾分之幾？(c) 具有此電量的兩銅幣相距一米時，作用力為若干？ [答：(a) 6.3×10^{11} 個；(b) 7.3×10^{-13} ；(c) 9.0×10^{-5} 牛頓。]

$$\text{解 (a) } n = \frac{Q}{e} = \frac{10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = 6.3 \times 10^{11} \text{ 個。}$$

(b) 設一銅幣有 3 gm，鎳的原子量 = 58.7

因一分子鎳有 28 個電子，所以一銅幣中的

$$\text{電子數 } n' = \frac{3}{58.7} \times 28 \times 6 \times 10^{23}$$

$$\begin{aligned} \text{所佔分率} &= \frac{n}{n'} = \frac{6.3 \times 10^{11}}{\frac{3}{58.7} \times 28 \times 6.02 \times 10^{23}} \\ &= 7.3 \times 10^{-13} \end{aligned}$$

(c) $r = 1.0 \text{ m}$

$$\therefore F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(10^{-7})^2}{1^2}$$

$$= 9 \times 10^{-5} \text{ 牛頓。}$$

- 4(4). 各具有 1.0 庫倫電量之兩電荷，求其相距為 1.0 米及 1.0 哩時，其間之吸引力。

$$\text{解 } F_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{1^2}{1} = 9 \times 10^9 \text{ nt}$$

$$F_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{1^2}{(1.6 \times 10^3)^2} \quad lmi = 1.6 \times 10^3 \text{ m}$$

$$= 3.5 \times 10^3 \text{ nt}。$$

- 5(4). 兩相距 12 厘米的點電荷分別具有 $+3.0 \times 10^{-6}$ 庫倫及 -1.5×10^{-6} 庫倫的電量，求兩者間的作用力大小及方向。〔答：2.8 牛頓；引力。〕

$$\text{解 } F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 1.5 \times 10^{-6}}{(12 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 2.8 \text{ nt}$$

力的方向為向着二電荷的中心為引力。

- 6(4). 食鹽晶體格子中，鈉離子和氯離子的距離為 2.82×10^{-10} 米。求其間之引力。

解 鈉，氯離子之電荷各與質子、電子電荷相等，故

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(2.82 \times 10^{-10})^2}$$

$$= 2.8 \times 10^{-9} \text{ 牛頓}。$$

- 7(4). 兩相同離子，當距離為 5.0×10^{-10} 米時，其間的靜電力為 3.7×10^{-9} 牛頓。(a)離子帶電量若干？(b)每個離子失去幾個電子？ 答：(a) 3.2×10^{-10} 庫倫，(b)兩個。〕

$$\text{解 } (a) 3.7 \times 10^{-9} = F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

$$\therefore q = [4\pi\epsilon_0 F]^{\frac{1}{2}} r = \left(\frac{3.7 \times 10^{-9}}{9 \times 10^9} \right)^{\frac{1}{2}} (5.0 \times 10^{-10})$$

$$= 3.2 \times 10^{-10} \text{ 庫倫}。$$

$$(b) \text{失去電子數} = \frac{q}{e} = 2。$$

- 8(4). 兩等電荷分別置於地球及月球上，其電量必須為若干方能抵消地心引力？

$$\text{解 } m_e = 0.0123 \text{ m}。$$

$$m_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

依題意：

$$G \frac{m_e m_m}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$$

$$\therefore q = (4\pi\epsilon_0 G m_e m_m)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{9 \times 10^9} \times 6.67 \times 10^{-11} \times 0.0123 \right)^{\frac{1}{2}} (6 \times 10^{-24})$$

$$= 5.7 \times 10^{-13} \text{ 庫倫。}$$

- 9(4). 在地球表面兩質子間的斥力等於質子的重量時，其距離為若干？(質子的質量為 $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

解 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = F_e = F_g = mg$$

$$\therefore r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(9 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{1.67 \times 10^{-27} \times 9.8} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0.12 \text{ m} = 12 \text{ cm。}$$

- 10(4). 兩帶正電小球，共帶正電 $5.0 \times 10^{-5} \text{ 庫倫}$ 。當置於相距 2.0 米處時，所受斥力為 1.0 牛頓，則兩球的電荷各為若干？

解 $\frac{q(5.0 \times 10^{-5} - q)}{4\pi\epsilon_0 (2)^2} = F = 1 \text{ nt}$

$$\therefore q = 3.8 \times 10^{-5} \text{ 庫倫}$$

$$\text{另一球帶電量} = 5.0 \times 10^{-5} - 3.8 \times 10^{-5} = 1.2 \times 10^{-5} \text{ 庫倫。}$$

- 11(4). 一電荷 Q 被分成 q 及 $(Q - q)$ 兩部份而置於一定距離上，則當其間的斥力為最大時， Q 及 q 的關係為何？

(答： $q = \frac{1}{2} Q$)

解 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Q - q)q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (Qq - q^2)$

$$F \text{ 為最大時 } \frac{dF}{dq} = 0 \quad (r \text{ 為定值的條件下})$$

$$\therefore 0 = \frac{dF}{dq} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} (Q - 2q)$$

$$\therefore Q = 2q \text{ 時，即 } q = \frac{Q}{2} \text{ 時，} F \text{ 為極大。}$$

- 12(4). 在 α 衰變(參看式 22-5)之某一時刻， α 質點的中心距剩餘原子核

r_{Th}^{234} 為 9.0×10^{-15} 米。此時作用於 α 質點的(a)作用力及(b)加速度為若干?

解 (a) Th 有 90 個質子, α 有兩個質子

$$\therefore F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \cdot \frac{90 \times 2 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{(9 \times 10^{-15})^2}$$

$$= 510 \text{ 牛頓。}$$

$$(b) a_\alpha = \frac{F}{m_\alpha} = \frac{510}{4 \times 1.67 \times 10^{-27}} = 7.7 \times 10^{26} \text{ 米/秒}^2$$

$$(m_\alpha = 2m_p + 2m_n \approx 4m_p)$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \text{中} & \text{質} \\ \text{子} & \text{子} \end{array}$

- 13(4). 如圖 22-6, 設 $q = 1.0 \times 10^{-7}$ 庫倫, $a = 5.0$ 厘米。在左下角的電荷所受力。[答: $F_x = +0.17$ 牛頓; $F_y = -0.046$ 牛頓。]

解 $F_x = F_B + F_C \cos 45^\circ$

$$F_y = F_C \sin 45^\circ - F_D$$

$$\therefore F_x = \frac{(2q)(2q)}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

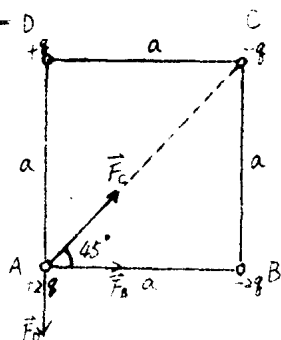
$$= (9 \times 10^9) \cdot \frac{q^2}{a^2} \left(4 + \frac{2}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$= 4.86 \times 10^{10} \times \left(\frac{1 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-2}} \right)^2$$

$$= 0.17 \text{ 牛頓 (向正 } x \text{ 方向)}$$

$$F_y = \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(2q)(q)}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 2 \right) = -0.046 \text{ 牛頓 (向負 } y \text{ 方向)}$$



- 14(4). 如圖 22-7 所示, 以長 l 之絲線懸掛兩相同質量 m 及電量 q 之球, 設 θ 角極小而 $\tan \theta$ 可用 $\sin \theta$ 代替。試證明

$$x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{2}}$$

式中 x 為兩球之距離。當 $l = 120$ 厘米, $m = 10$ 克, $x = 5.0$ 厘米時, q 為多少?



圖 22-7

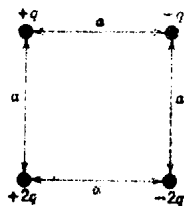


圖 22-6

圖 在平衡位置，各電荷所受合力為零，考慮右邊電荷：

$$\begin{cases} F = T \sin \theta \\ W = T \cos \theta \end{cases}$$

$$\therefore \frac{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2}}{mg} = \tan \theta \approx \sin \theta \quad (\because \theta \text{ 很小})$$

$$= \frac{x/2}{l}$$

$$\therefore x^3 = \frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$\text{即 } x = \left(\frac{q^2 l}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

由所予數據，

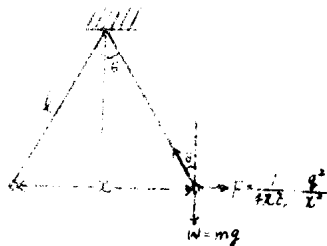
$$q = \left(\frac{2\pi\epsilon_0 mg x^3}{l} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(\frac{2}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot mg x^3 / l \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{1}{18 \times 10^{-9}} \times (1 \times 10^{-3}) \times 9.8 \times (5 \times 10^{-2})^3 \times \frac{1}{1.20} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$2.4 \times 10^{-8} \text{ 庫倫。}$$

單位相同，只要單位同號。



- 15(1). 設上一題中的兩球各帶正電荷 q 及 q' 。(a)不限制 θ 為很小的值，試求一式，以便據以求出 θ 來。(b)若 $q \neq q'$ ，則圖 22-7 所示兩個 θ 角相等嗎？(c)若二球質量不同，則二角是否相等？

[答：(a) $\sin^3 \theta / \cos \theta = qq' / (2\pi\epsilon_0 l mg)$ 。(b)是的。(c)不相等。]

解：(a) $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{x^2} = T \sin \theta = \frac{mg \sin \theta}{\cos \theta}$

$$\text{但 } x^2 = [2(l \sin \theta)]^2$$

$$\therefore \frac{qq'}{16\pi\epsilon_0 l^2 \sin^2 \theta} = \frac{mg \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\text{即 } \frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta} = \frac{qq'}{16\pi\epsilon_0 l^2 mg}$$

(b) $q \neq q'$ 時，力在水平方向及鉛直方向均各自保有對稱性，故 θ 角仍相等。

(c) 若 m 不等，則鉛直方向的力不再成對稱， θ 角便不相等。

- 16(4). 兩電荷的電量及其在 x, y 平面上的位置分別為： $q_1 = +3.0 \times 10^{-6}$ 庫倫； $x = 3.5$ 厘米， $y = 0.50$ 厘米； $q_2 = -4.0 \times 10^{-6}$ 庫倫； $x = -2.0$ 厘米， $y = 1.5$ 厘米。(a) 求作用於 q_2 的力，(b) 欲使 q_2 上的力為 0，則 $q_3 = +4.0 \times 10^{-6}$ 庫倫的電荷應置於何處？

$$\text{解 } r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(3.5+2)^2 + (1.5-0.5)^2} = 5.6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\therefore F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = (9 \times 10^9) \cdot \frac{(3.0 \times 10^{-6})(-4.0 \times 10^{-6})}{(5.6 \times 10^{-2})^2}$$

$$= -3.5 \text{ 牛頓}$$

方向為沿 q_1 與 q_2 連線向 q_1 。

(b) q_3 對 q_2 之力若欲與 F_{21} 抵消，則 q_3 應置於 q_1, q_2 連線上的 q_1 異側，其距離 r' 滿足

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 q_3}{r_1^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$\therefore r' = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} r = \sqrt{\frac{4}{3}} r = 6.5 \text{ cm}$$

q_3 之座標因在 q_1, q_2 連線上，所以

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{即 } \frac{y_3 - 1.5}{x_3 - (-2.0)} = \frac{-1.5}{3.5 - (-2.0)} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{又 } r'^2 = (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2$$

$$\therefore 6.5^2 = (x_3 - (-2.0))^2 + (y_3 - 1.5)^2 \dots\dots\dots (2)$$

由①與②得

$$x_3 = -6.5 \text{ cm}$$

$$y_3 = 3.6 \text{ cm}$$

- 17(4). 一正方形的兩對角各有 Q 電荷，其餘兩對角各有 q 電荷。(a) 如作用於 Q 的

合力爲零，則 Q 和 q 的關係爲何？(b) 能否選一 q 使每個電荷所受合力皆爲零？

[答：(a) $Q = -2\sqrt{2}q$ ，(b) 不可能。]

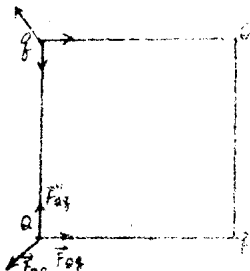
圖(a) 由所予配置，知 $\vec{F}_{qq}$ 必爲斥力而如圖所示，因而 q 與 Q 間之力必需如圖所示，方能使合力 = 0。因此， q 與 Q 異號。

數值間的關係可由合力的 x ， y 分力亦爲 0 而得，即

$$-F_{qq} \cos 45^\circ + F_{qQ} = 0$$

$$\therefore \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(\sqrt{2}a)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{-Qq}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$\therefore Q = -2\sqrt{2}q$$



(b) 要使 Q 所受力爲零，則已求出其條件爲 $Q = -2\sqrt{2}q$ ，此時 q 所受力爲

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{qQ}{a^2} - \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \cdot \left[+2\sqrt{2}q^2 - \frac{1}{2\sqrt{2}}q^2 \right] \neq 0 \end{aligned}$$

所以不可能選取某個 q 值使各電荷所受之力均爲零。

- 18(4). 兩個相等的電荷，原來相距 3.2×10^{-3} 米。由靜止狀態釋放它們，見一電荷之加速度爲 7.0 米/秒²，而其質量爲 6.3×10^{-7} 仟克。另一電荷之加速度爲 9.0 米/秒²。求第二個電荷的(a)質量及(b)電荷。

$$\text{圖} \quad \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$(a) m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2} = 6.3 \times 10^{-7} \times \frac{7.0}{9.0} = 4.9 \times 10^{-7} \text{ 仟克}$$

$$(b) q_1 = q_2 = \sqrt{4\pi\epsilon_0 r^2 m_1 a_1} = 7.1 \times 10^{-11} \text{ 庫倫}$$

- 19(4). 兩個自由點電荷 + q 及 + $4q$ 相距 l 。它們之間放了第三個電荷，以使整個系統達成平衡。求第三電荷的位置，大小，及電性（正負）。

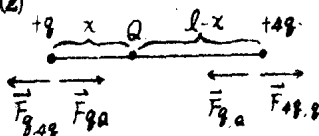
[答：距 + q 爲 $l/3$ 處； $-4q/9$]

圖 設該電荷距 + q 爲 x ，其電荷爲 Q ，則由圖可知 q 所受來自 Q 的力必應向右，因而 Q 應爲負電。

$$\begin{cases} \frac{q|Q|}{x^2} = \frac{4q|Q|}{(l-x)^2} \dots\dots(1) \\ \frac{q|Q|}{x^2} = \frac{(4q)q}{l^2} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

由(1)可得 $x = l/3$

$$\therefore |Q| = \frac{4qx^2}{l^2} = \frac{4}{9}q$$



- 20(4). 相等的兩電荷 +q 相距 2a, 它們間之中點上的小試驗正電荷所受之力為零。若將該試驗電荷(a)向某個 q 或(b)沿垂直於兩個 q 之連線的方向移動, 求其所受之力。兩種情況下, 平衡是穩定的還是不穩定的?

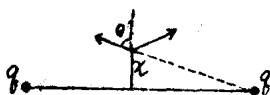
解(a) $F = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{1}{(a+x)^2} \right]$

$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4ax}{(a^2-x^2)^2} = \frac{Qqax}{\pi\epsilon_0(a^2-x^2)^2} > 0$$

即該試驗電荷受一向右之力(回復至原平衡位置), 所以對於沿軸的運動是穩定平衡。

(b) $F = \frac{2qQ \cos\theta}{4\pi\epsilon_0(a^2+x^2)}$

$$= \frac{qQx}{2\pi\epsilon_0(a^2+x^2)^{3/2}} > 0$$

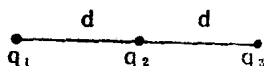


即遠離平衡點之力(向上移時此力向上, 向下移時此力向下), 故為非穩定平衡位置。

- 21(4). 三個帶電粒子位於一直線上, 間隔為 d, 如圖 22-8 所示。q₁ 和 q₂ 都固定。若 q₃ 可以自由移動, 但却保持靜止, 則 q₁ 和 q₂ 有何關係?

[答: q₁ = -4q₂]

解 $\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_3}{(2d)^2} + \frac{q_2}{d^2} \right] = 0$



$$\therefore q_1 = -4q_2$$

圖 22-8

- 22(4). 兩個同樣導體球, 帶有異號的電荷, 在相距 0.500 米時, 互施 0.108 牛頓之引力。將二球以導線相接後再移開, 則互以 0.0360 牛頓之力互斥。球上原有電荷若干?

解 $\frac{q_1|q_2|}{4\pi\epsilon_0(0.500)^2} = 0.108$ [設 q₂ < 0, q₁ > 0]