世纪哲学系列教材

# 数理逻辑基础

## 一阶逻辑与一阶理论

陈慕泽 余俊伟 著

中国人民大学出版社

21世纪哲学系列教材

# 数理逻辑基础

一阶逻辑与一阶理论

陈慕泽　余俊伟　著

中国人民大学出版社

**图书在版编目（CIP）数据**

数理逻辑基础：一阶逻辑与一阶理论/陈慕泽　余俊伟著.
北京：中国人民大学出版社，2003
（21世纪哲学系列教材）

ISBN 7-300-04942-7/B·304
Ⅰ.数…
Ⅱ.①陈…②余…
Ⅲ.数理逻辑-高等学校-教材
Ⅳ.0141

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第079354号

21世纪哲学系列教材
**数理逻辑基础**
一阶逻辑与一阶理论
陈慕泽　余俊伟　著

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 出版发行 | 中国人民大学出版社 | | | | |
| 社　址 | 北京中关村大街31号 | | 邮政编码 | 100080 | |
| 电　话 | 010－62511242（总编室） | | 010－62511239（出版部） | | |
| | 010－62515351（邮购部） | | 010－62514148（门市部） | | |
| 网　址 | http://www.crup.com.cn | | | | |
| | http://www.ttrnet.com(人大教研网) | | | | |
| 经　销 | 新华书店 | | | | |
| 印　刷 | 北京鑫丰华彩印有限公司 | | | | |
| 开　本 | 787×965毫米 1/16 | 版　次 | 2003年9月第1版 | | |
| 印　张 | 15.75 | 印　次 | 2003年9月第1次印刷 | | |
| 字　数 | 288 000 | 定　价 | 19.00元 | | |

# 说　明

数理逻辑是思维科学的一个分支，也是数学的一个分支。由于具有强有力的形式表达和形式分析的功能，数理逻辑在哲学、语言学、经济学、计算机科学、人工智能、决策学等诸多领域的现代发展中，得到了广泛的实质性的运用。熟悉和掌握数理逻辑基础，已成为当代人文、社会科学工作者应当具备的一种知识结构和素养。

本书主要是为高等学校人文、社会科学学科的学生编写的教材。前四章是一阶逻辑，最后一章是一阶理论。一阶逻辑是数理逻辑的基础，是数理逻辑最具直接应用价值的部分，是新世纪我国所培养的大学生必须具备的基础理论知识。

作者建议：在本科教育中，学生应当掌握前两章，熟悉后三章；在相关的研究生教育中，学生应当系统掌握全书的内容。

本书难免有疏漏与不足，恳请指正。

作者

2003年8月

21 世纪 哲学 系列教材

# 目 录

世纪
哲学
系列教材

# CONTENTS





ebh4107

# 绪　论

逻辑研究的中心课题是推理及其有效性。在绪论中我们将对逻辑、推理的有效性、逻辑与语言的关系、数理逻辑和一阶逻辑等基本概念以及形式化的逻辑演算要涉及的一些预备知识作一简要介绍。

## 第一节　逻辑与推理

什么是逻辑？对此有不同的定义，但一个基本的共识是，逻辑研究的中心是推理，特别是推理的有效性。那么，什么是推理？

所谓**推理**，粗略地说，即是由若干个命题组成的命题系列，其中一个命题的断定得自于对其他命题的断定，该命题称为推理的结论，其他的命题称为推理的前提。一般地，将前提置于结论之前。

例如：

(1) 如果这件瓷器的年代是唐朝以前的，就不会有这种标记。

(2) 这件瓷器上有这种标记。

(3) 因此，这件瓷器的年代不是唐朝以前的。

(1)、(2) 和 (3) 组成了一个推理，其中，(1) 和 (2) 为前提，(3) 为结论。

再如：

(1) 企业利润下降，或者是由于成本增加，或者是由于价格下跌。

(2) 现在已经确定成本增加了，

(3) 所以企业利润下降不是由于价格下跌。

(1) 和 (2) 是前提，(3) 是结论。

命题有真假之分，而推理则有对错之分。

一个推理是对的、正确的、成立的、合乎逻辑的等等，都是指该推理是有效的；一个推理是错的、不正确的、不成立的、不合乎逻辑的等等，都是指该推理是无效的。那么，什么是推理的有效或无效呢？

推理，既反映前提和结论在内容和意义上的联系，又反映前提和结论在形式结构上的联系。一个推理的有效或无效，不是就这个推理当下所具有的内容和意义而言的，而是就推理的形式结构而言的。因此，推理的有效性，又称为形式有效性。

一个推理是**有效**的，当且仅当具有此推理形式的任一推理（即其推理形式的任一**解释**）都不会出现真前提和假结论。

[例 1]

所有的真理都是经得起实践检验的。

所有的迷信邪说都不是真理。

---

所以，所有的迷信邪说都不是经得起实践检验的。

该推理的推理形式是：

所有的 $M$ 都是 $P$。

所有的 $S$ 都不是 $M$。

---

所以，所有的 $S$ 都不是 $P$。

不难找到该推理的一个解释：

所有的人都是要死的。

所有的狗都不是人。

---

所以，所有的狗都不是要死的。

该推理和例 1 具有相同的推理形式，并且其前提真但结论假是显然的。因此，尽管例 1 的前提和结论都是真实的，但其推理形式却无法保证从真前提一定推出真结论，因而是无效的。

［例 2］

所有的金属都是导电的。

铁是金属。

---

所以，铁是导电的。

其推理形式是：

所有 $M$ 都是 $P$。

$S$ 是 $M$。

---

所以，$S$ 是 $P$。

事实上，例 2 是有效的，因为具有该推理形式的任一推理都不会出现真前提和假结论。

显然，解释的方法只能判定一个推理的无效，但不能判定一个推理的有效，因为一个推理形式的解释是不可穷尽的。

推理有效性的判定，正是逻辑学的中心课题。

人类能够思想，就有了推理，并有了对推理的研究。但逻辑作为一门科学，它的开端是有了对推理形式的抽象，或者一般地说有了对思维形式结构的抽象。由于依据的工具不同，传统逻辑和现代逻辑对推理形式的刻画是不同的。以上例子中对推理形式的表达，依据的是传统逻辑。

作为知识创新的工具，运用推理当然是为了获得真实的结论。为了通过推理获得真实的结论，光推理有效是不够的。因为推理有效只保证：如果前提真实，那么结论一定真实；而如果前提不真实，则结论就不一定真实。因此，为了确保运用推理获得真实结论，必须同时满足两条：第一，推理有效；第二，前提真实。

## 第二节　逻辑　语言　数理逻辑

要说明什么是数理逻辑，得先从语言说起。

语言是思想的载体和存在形式，因而也是推理的载体和存在形式。

因此，语言是逻辑的直接对象。逻辑是通过语言来研究思维及其推理的。

但是，逻辑靠什么来研究语言呢？还是靠语言。逻辑是通过语言来研究语言进而研究思维及其推理的。与此相关，语言体现出它的层次性：作为逻辑的研究对象的语言和作为逻辑的研究工具的语言，后者简称为逻辑的工具语言。这和语言学的现象类似：中国人学英语，对象语言是英语，工具语言是汉语；中国人学汉语，对象语言和工具语言都是汉语。

语言是一个符号系统，它有三个基本构成要素：

（1）符号库。例如，英语的符号库是 26 个英文字母，加上若干标点符号。汉语的符号库是汉字字库，加上若干标点符号。符号库是语言的基本材料，没有符号库就没有语言。

（2）语法。语法规定，由符号库中的符号所组成的各种可能的符号串中，什么样的符号串是合式的，即被确认为本语言中的词、词组或语句（项或公式），什么样的符号串则不是合式的。例如，根据英语的语法，“good”是一个词，“oogd”则不是；“The book is good.”是一个句子，“good The is book”则不是。没有语法，符号就不能构成合式的词或语句。

（3）语义。语义是对语言中合式的符号串作出意义解释。例如，根据英语的语义，“good”的含义是“好”，“*The book is good.*”的含义是“这本书好”。没有语义，语言就不能表达意义和内容。

语言分为自然语言和人工语言。

**自然语言**也称为日常语言，是人们进行和表达日常思维的语言。汉语、英语和日语等等都是自然语言。自然语言有两个重要特点：第一，它是在人们的长期社会实践中约定俗成的；第二，它通常有歧义，同一语词或语句在不同的语境中可以表达不同的含义。

**人工语言**是人类为进行某种科学研究，通过严格定义的方式而专门创立的语言。数学语言是一种典型的人工语言。逻辑学所运用的人工语言，称为**符号语言**。符号语言区别于自然语言的重要特征是，前者排除歧义。

**形式语言**是一种高度抽象和严格定义的符号语言。形式语言自然是一种符号语言，但符号语言不能都称之为形式语言。用形式语言构造的公理化的逻辑系统，称为形式系统；相应的方法，称为形式化方法。这将是本书的主要内容。

**数理逻辑**是以符号语言为主要的工具语言的逻辑。因此，数理逻辑也称为符号逻辑。

逻辑经历了由传统逻辑到现代逻辑的发展。

*传统逻辑*主要是指古希腊亚里士多德首创，经由中世纪和近代的发展，19

世纪数理逻辑产生以前的西方逻辑学。西方传统逻辑包括的主要内容是：概念理论；词项逻辑，其中心是三段论；古典命题逻辑；古典归纳逻辑。

通常理解的数理逻辑包括一阶逻辑、公理集合论、模型论、递归论和证明论。广义的数理逻辑还包括高阶逻辑，包括现在称为哲学逻辑的各种非经典逻辑，以及现代归纳逻辑等。

数理逻辑的发展有两个源泉或动力：一是作为数学，来源于对数学基础研究的推动；二是作为思维科学，来源于对日常思维的命题形式和推理规则作精确化、严格化研究的推动。作为一门以研究推理为中心课题的思维科学，数理逻辑和传统逻辑在研究对象上没有实质性的区别。

数理逻辑和传统逻辑的很大区别在于工具语言的不同。传统逻辑仍然以自然语言作为主要的工具语言；数理逻辑的工具语言则主要是符号语言。以是否使用形式语言和形式化方法，数理逻辑又分为形式化的和非形式化的不同部分。

本书的内容是系统介绍一阶逻辑。

**一阶逻辑**是数理逻辑的基础部分，是数理逻辑在日常思维中最具应用价值的部分，也是和传统逻辑关系最为密切的部分。由于使用了符号语言，一阶逻辑较之传统逻辑获得了更为精确、有效的分析和表述工具，从而大大发展了传统逻辑对于命题和词项推理的研究，并建立了命题逻辑和谓词逻辑的严格体系。特别是形式化的一阶逻辑建立起演算系统（形式系统），从而能对一阶逻辑系统本身作整体的研究，揭示并证明其一系列元性质，如可靠性、一致性和完全性等，这标志着逻辑学科的成熟。

本书的“命题逻辑”和“谓词逻辑”两章是介绍非形式化的一阶逻辑；“命题演算”和“谓词演算”两章是介绍形式化的一阶逻辑，即一阶逻辑的形式系统及其元理论。

## 第三节　预备知识

本节我们将给出集合论及递归论的一些初步知识。这些知识主要在学习形式化的逻辑演算时会涉及。建议读者先越过此节，在开始学习第三章命题演算时再读它。

### 一、集合与集合运算

**集合**是集合论的基本概念、初始概念。对于初始概念我们不能或者说无法给

出一个确切的定义，只能给以描述性的说明。我们知道，一切能被人思考的客体，称为对象。一般地，将一些对象放在一起就构成一个集合。相同的对象构成相同的集合；不同的对象构成不同的集合。构成集合的对象，称为集合的**元素**。

如果构成集合 A 的元素是 $a_1$，$a_2$，…，$a_n$，则集合 $A$ 记为 $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$；不包含任何元素的集合，称为空集，记为 $\emptyset$。这是用明确集合外延的方式来表达集合，也可以用明确集合元素内涵的方式来表达集合。如果集合 $A$ 的元素都具有性质 $F$，则 $A$ 可表示为：$A = \{x \mid F(x)\}$。例如，$A = \{x \mid x$ 是偶数$\}$，就表示 $A$ 是由所有的偶数所构成的集合。我们用 $N$ 表示自然数集（包含 0）；用 $Z$ 表示整数集；用 $Q$ 表示有理数集；用 $R$ 表示实数集。

$a$ 是集合 $A$ 的元素，读作 $a$ 属于 $A$，记为 $a \in A$。为书写方便，如果 $a \in A$ 且 $b \in A$ 我们将之简写为 $a$，$b \in A$。元素 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，读作 $a$ 不属于 $A$，记为 $a \notin A$。我们说两个集合 $A$ 和 $B$ 相等是指它们具有相同的元素，即，对任一 $a$，$a \in A$ 当且仅当 $a \in B$。记作 $A = B$。$A$ 和 $B$ 不相等是指有一 $a$ 满足：$a \in A$ 而 $a \notin B$，或者 $a \notin A$ 而 $a \in B$，记作 $A \neq B$。两个集合相等，只要求具有相同的元素，与元素在表示集合时排列的顺序无关，同一个元素也可以重复出现。也就是说，例如，$\{a, b\} = \{b, a\}$，$\{a, a, b\} = \{a, b\}$。

**定义 3.1** $A$、$B$ 是二集合，如果满足：对任一 $x$，若 $x \in A$ 则 $x \in B$，那么就称 $A$ 是 $B$ 的**子集**，亦称 $B$ **包含** $A$，记为 $A \subseteq B$。若 $A \subseteq B$，且 $A \neq B$，则称 $A$ 是 $B$ 的**真子集**，亦称 $B$ **真包含** $A$，记为 $A \subset B$。

据定义，若 $A \subset B$ 则有元素 $a$，$a \notin A$ 且 $a \in B$。显然，$\emptyset$ 是任意集合的子集。

就像在数与数之间进行加减运算一样，在集合与集合之间亦可以进行运算。

**定义 3.2** 由集合 $A$ 的元素和集合 $B$ 的元素构成的集合，称作 $A$ 和 $B$ 的**并集**，记作 $A \cup B$。

$A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或者 $x \in B\}$

也就是说，集合 $A \cup B$ 中的元素或者是 $A$ 的元素，或者是 $B$ 的元素。

**定义 3.3** 由既是集合 $A$ 的元素又是集合 $B$ 的元素所构成的集合，称作 $A$ 和 $B$ 的**交集**，记作 $A \cap B$。

$A \cap B = \{x \mid x \in A$ 并且 $x \in B\}$

也就是说，集合 $A \cap B$ 中的元素，既是 $A$ 的元素，又是 $B$ 的元素。

**定义 3.4** 由属于 $A$ 但不属于 $B$ 的元素构成的集合，称为 $A$ 与 $B$ 的**差集**，记为 $A - B$。

$A - B = \{x \mid x \in A$ 并且 $x \notin B\}$

也就是说，$x \in A-B$，当且仅当 $x \in A$ 并且 $x \notin B$。

如果我们所谈论的集合都是同一个集合 $E$ 的子集，那么对任一集合 $A$ 来说，我们称 $A$ 的差集是指 $E-A$，称其为 **A 的差集**，记作 $-\mathrm{A}$，称 E 为**全集**。

$$-\mathrm{A}=\{\mathrm{x} \in \mathrm{E} \mid \mathrm{x} \notin \mathrm{A}\}$$

**定义 3.5** 如果 $A$ 和 $B$ 没有共同的元素，即如果 $A \cap B=\varnothing$，则称 $A$ 和 $B$ 是**不相交的**。

集合 $A_1$，…，$A_n$ 的并，记作：$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i=A_1 \cup \cdots \cup A_n$$

集合 $A_1,\cdots,A_n$ 的交，记作：$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i=A_1 \cap \cdots \cap A_n$$

**定义 3.6** 由一个集合 $A$ 的所有子集构成的集合，称为 $A$ 的**幂集**，记为 $P(A)$。

$$P(A)=\{x \mid x \subseteq A\}$$

集合之间的元素是不区别顺序的，为了区别两个对象的前后顺序我们引进有序 $n$ 元组这个概念。

**二、关系、函数与基数**

**定义 3.7** $\langle a_1, a_2\rangle$ 称为**序偶**或**有序对**。

我们规定：$\langle a_1, a_2\rangle=\langle b_1, b_2\rangle$ 当且仅当 $a_i=b_i$ $(1 \leqslant i \leqslant 2)$。特殊地，$\langle a\rangle=a$。

**定义 3.8** 对于 $n \geqslant 2$，$\langle a_1, \cdots, a_n\rangle=\langle\langle a_1, \cdots, a_{n-1}\rangle, a_n\rangle$。

一般地，我们称 $\langle a_1, \cdots, a_n\rangle$ 为 $a_1$，…，$a_n$ 的有序 $n$ 元组，称 $a_i$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ 为 $\langle a_1, \cdots, a_n\rangle$ 的第 $i$ 个坐标。

**定义 3.9** 对于 $n \geqslant 2$，称 $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n=\{\langle a_1, \cdots, a_n\rangle \mid a_i \in A_i, 1 \leqslant i \leqslant n\}$ 为 $A_1$，$A_2$，…，$A_n$ 这个 ***n* 个集合的卡氏积**，若对 $1 \leqslant i \leqslant n$ 都有 $A_i=A$，则记 $n$ 个集合的卡氏积为 $A^n$。

**定义 3.10** 一个 ***n* 元关系** $(n \geqslant 1)$ 是指有序 $n$ 元组的一个集合。设 $R$ 为一 $n$ 元关系，记集合 $A_i=\{a_i \mid$ 有 $R$ 中某一 $n$ 元组使得 $a_i$ 是它的第 $i$ 个坐标$\}$，则称集合 $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_{n-1}$ 为该 $n$ 元关系的**前域**；称 $A_n$ 为它的**后域**。于是，该 $n$ 元关系可记为 $\{\langle a_1, \cdots, a_n\rangle \mid a_i \in A_i, 1 \leqslant i \leqslant n\}$。**集合 A 上的一个 *n* 元关系**是指 $A_n$ 的一个子集。若 $f$ 为一个二元关系，$\langle x, y\rangle \in f$，我们就说 $x$，$y$ 有关系 $f$，也记为 $xfy$。

例如，令 $A=\{1, 2, 3\}$，则 $A$ 上的大于关系为集合 $B=\{\langle 2, 1\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle\}$，它是 $A_2=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ 的一个子集。

再如，令 $A=$ {大李，老李，小李}，其中，老李、大李和小李皆为男性且为祖孙三代。则 A 上的父子关系为集合 $B=$ {〈老李，大李〉，〈大李，小李〉}。

集合 $A$ 上的一元关系，称为 $A$ 上的一个性质。这样 $A$ 上的一个性质即为 $A$ 的一个子集。

例如：令 $A=\{1, 2, 3\}$，则 $A$ 上的性质“奇数”就是集合 $B=\{1, 3\}$。

**定义 3.11** 设 $r$ 是集合 $A$ 上的一个二元关系。如果对于任一 $x\in A$ 都有 $\langle x, x\rangle\in r$，则称 $r$ 具有**自返性**；对于任一 $x$，$y\in A$，若 $\langle x, y\rangle\in r$ 则 $\langle y, x\rangle\in r$，我们就称 $r$ 具有**对称性**；对于任一 $x$，$y$，$z\in A$，若 $\langle x, y\rangle\in r$ 且 $\langle y, z\rangle\in r$ 则 $\langle x, z\rangle\in r$，我们就称 $r$ 具有**传递性**。若 $r$ 具有自返性、对称性和传递性，则称 $r$ 是集合 $A$ 上的一个**等价关系**。设 $r$ 是集合 $A$ 上的一个等价关系，$a\in A$，称集合 $\{x\mid\langle a, x\rangle\in r\}$ 为 $a$ 所在的**等价类**，记为 $[a]$；称集合 $\{[a]\mid a\in A\}$ 为由关系 $r$ 做成的 $A$ 的商集，记为 $A/r$。

**定义 3.12** **一个从集合 A 到集合 $B$ 的函数** $f$ 是一个二元关系且满足：$f$ 的前域是 $A$，后域是 $B$ 的一子集，并且对每一个 $x\in A$，有且只有一个 $y\in B$ 使得 $\langle x, y\rangle\in f$，也就是说，如果 $\langle x, y\rangle\in f$ 并且 $\langle x, z\rangle\in f$，则 $y=z$。我们也称 $f$ 为 $A$ 到 $B$ 的一个**映射**，记为 $f: A\to B$。当 $A$ 是一个 $n$ 元关系时我们也称 $f$ 为一个 $n+1$ 元关系。

例如，$\{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 3, 4\rangle\}$ 是一个函数，但 $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 1\rangle\}$ 不是函数。当 $f$ 是个函数，我们通常以 $f(x)=y$ 来代替 $\langle x, y\rangle\in f$，并说 $y$ 是函数 $f$ 在 $x$ 处的值，这里，又称 $x$ 为函数 $f$ 的自变量，称 $y$ 为函数 $f$ 的因变量，因变量也叫做函数值。

**定义 3.13** $f: A\to B$，称前域 $A$ 为 $f$ 的**定义域**，记为 $\mathrm{dom}(f)$；称后域，即集合 $\{x\notin B\mid$ 存在 $a\in A$ 使得 $x=f(a)\}$ 为 $f$ 的**值域**，记为 $\mathrm{ran}(f)$，显然有 $\mathrm{ran}(f)\subseteq \mathrm{B}$。

两个函数相等是指它们的定义域相等，且它们在定义域中的任一元素处的值都相等。

**定义 3.14** $f: A\to B$。如果 $f$ 满足：若 $f(x_1)=f(x_2)$ 则 $x_1=x_2$，那么称 $f$ 为 $A$ 到 $B$ 的**单射**；如果 $f$ 满足 $\mathrm{ran}(f)=B$，那么称 $f$ 为 $A$ 到 $B$ 的**满射**；如果 $f$ 既是单射又是满射，则称 $f$ 为 $A$ 到 $B$ 的**双射**，双射也称为**一一对应**。

**定义 3.15** 如果存在 $A$ 到 $B$ 的双射，则称 $A$ 和 $B$ 是**等势的**。

两个集合等势的直观含义是这两个集合含有相同多的元素。用等势这一方法来比较两个集合的大小是符合我们的直观的。

**定义 3.16** 所有等势的集合所确定的数称为**基数**。集合 $A$ 的基数记为 $|A|$。

**定义 3.17** 如果存在自然数 $n$，使得 $|A|=n$，就称 $A$ 为**有穷集**；否则称 $A$ 为**无穷集**。

通俗地说，基数即是这些等势的集合所共有的性质。首先当 $A$ 是有穷集时，由这些集合等势可知显然这些集合所含的元数的个数是相等的，所以当 $A$ 是有穷集时，直观地说，$A$ 的基数即是 $A$ 的元数的个数。当 $A$ 的元数的个数是无穷时，因为任一与 $A$ 等势的集合与 $A$ 有一个一一对应，则我们同样可以认为这些集合有同样多的元素，因此当 $A$ 是无穷集合是，基数也是刻画 $A$ 含有多少个元素的一个东西，因此也可以把 $A$ 的基数看作是 $A$ 的元素个数。因此基数是一个刻画集合大小的概念。

自然数集是我们碰到的第一个无穷集，它的基数我们用 $\omega_0$ 表示。

**定义 3.18** 如果 $A$ 为有穷集或 $|A|=\omega_0$，则称 $A$ 为**可数集**；否则称 $A$ 为**不可数集**。

可以证明：$Z$、$Q$ 都是可数集；无理数集及 $R$ 都是不可数集；任一集合的幂集的基数都要大于该集合的基数。

**三、能行方法**

下面我们在直观的意义上来介绍能行方法这一概念。直观地说，对某一问题的求解方法是**能行方法**是指：这一方法是由有穷多条有穷长的指令组成；每一步做什么取决于这些指令或者再加上上一步操作所得的结果；并且按此方法能在有穷步内结束求解过程，并给出确定的答案。如果某一问题存在这样一种能行方法去求解，则称该问题是**能行可判定的**。常见的能行可判定的问题如：给定两个正整数求其最大公约数，求解它的能行方法如有名的阿基米德辗转相除法。求不大于一给定的正整数 $n$ 的所有素数也是能行可判定的，其能行判定方法如奥拉斯托散纳筛法。要注意的是，一问题是能行可判定的可能有不只一种判定它的能行方法；另外，也有大量的问题不是能行可判定的，如任给一整系数多元多项式是否有整数根；而且还有问题到现在为止还不知道是否是能行可判定的。一个集合是能行可判定的也即指存在一能行方法来判定任一对象是否属于该集合，这种集合也称为**能行可判定集**。比能行可判定集的判定性稍差一点是能行可枚举集。直观地说，一集合是**能行可枚举集**是指，存在一种枚举方法，它恰能将该集合的所有元素都列举出来（列举可以重复，列举时间可以无限）。因此，如果一集合是能行可枚举集但不是能行可判定集，则给定一对象，若它确实是属于该集合，则