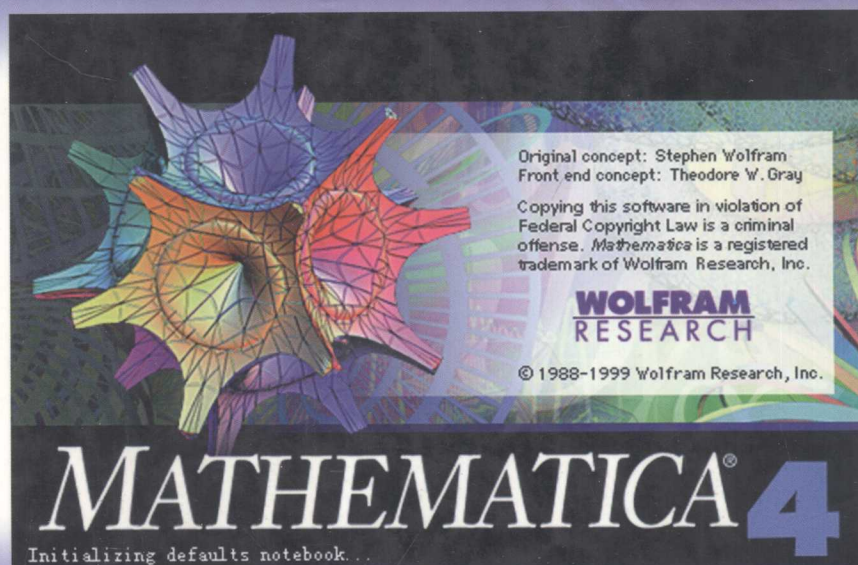


工程应用软件培训教程

Mathematica

应用实例教程

嘉木工作室 编著



机械工业出版社
China Machine Press

工程应用软件培训教程

Mathematica 应用实例教程

嘉木工作室 编著



机械工业出版社

Mathematica 自面世以来,对科技及许多其他领域的计算机应用产生了深刻的影响,被广泛应用于各种数学问题的处理和工程计算上。本书通过大量实例循序渐进地介绍了当今数学软件中最为流行的 Mathematica 最新版本 4.0 的使用命令及其数值计算、绘图和编程等功能。

本书的特点是内容充分、详尽,编排方式由浅入深,各章具有独立性,便于读者查阅学习。

本书是 Mathematica 软件初学者的理想教材,也是工程技术人员、高等院校学生的理想选择。

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 应用实例教程/嘉木工作室编著. —北京:机械工业出版社, 2002. 2

(工程应用软件培训教程)

ISBN 7-111-09842-0

I. M... II. 嘉... III. 数学-应用软件, Mathematica 4.0-技术培训-教材 IV. 0245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 005685 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:边 萌

封面设计:姚 毅 责任印制:付方敏

北京铭成印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2002 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm1/16·21.25 印张·521 千字

0 001—5 000 册

定价:36.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换
本社购书热线电话(010) 68993821、68326677-2527

前 言

Mathematica 的原始系统是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的一个小组开发的软件, 研究量子力学, 该软件的成功开发促使 Stephen Wolfram 于 1987 年创建了 Wolfram 研究公司, 并推出了该公司的商业软件 Mathematica 1.0 版。当 Mathematica 1.0 版发布时, 纽约时代杂志称其为“不容忽视的重要软件”, 而商业周报后来将 Mathematica 列在那年最重要的十大新产品的名单里。Mathematica 作为一项理论和实践的革新, 在技术领域迅速流行开来。此后, Wolfram 通过对 Mathematica 的改进和扩充, 陆续推出了 1.2 版、2.0 版和 1996 年的 3.0 版、1998 年的 4.0 版, 目前国内最常用的是 3.0 版本和 4.0 版本。

可以这么说, Mathematica 的发布标志着现代科技计算的开始。虽然从 20 世纪 60 年代开始, 用于特定的数值、代数、图形及其他一些工作的软件已经存在, 但 Mathematica 的目标是一劳永逸地建立一个能统一处理科技计算所有问题的单一系统。使这个梦想得以实现的重要一步是发明一种新的计算机符号语言, 它第一次实现了仅使用非常少的基础元去处理科技计算中相当多的问题。

本书介绍的 Mathematica 是为科学工作者特别是工程技术人员开发的现代计算语言, Mathematica 不仅能实现高级语言所擅长的数值计算, 还能进行复杂的数学公式推导和理论分析, 许多复杂的物理数学函数和矩阵运算功能, 都在 Mathematica 中得到了很好的实现。此外, Mathematica 还有很好的图形可视化的功能。Mathematica 的用户大部分是科技人员, 但 Mathematica 也被大量地应用于教育, 现在有成百上千的课程——从高中课程到研究生课程——用它作基础。随着各种学生版的发布, Mathematica 也已成为全世界各种不同专业学生的重要工具。

本书的编写宗旨是: 充分、详尽地介绍当今 Mathematica 的最新版本的各种通用功能和最新功能, 既有理论也有相应的计算实例。本书分为 11 章, 以新颖的编排方式和详实的例子, 考虑到读者的不同背景, 内容编排由浅入深。如果你是初学者, 那么前面的基础知识对你迅速了解 Mathematica 系统将会有很大的帮助。如果你对 Mathematica 已经有了一定的了解, 则可以直接翻阅感兴趣的章节, 查阅所需的内容。为了便于读者查阅学习, 在本书编写过程中尽量使各章具有一定的独立性。

编 者

编者的话

Mathematica 拥有范围广泛的数学计算功能,支持比较复杂的符号计算和数值计算,因此,早期主要在数学、物理等研究领域流行。近几年,Wolfram 公司为了帮助技术人员克服应用 Mathematica 时所遇到的困难,正在开发以 Mathematica 为基础的各种软件包,已经推出的有工程分析软件包和小波分析包。

本书分为 11 章,系统地介绍了 Mathematica 4.0 系统的基础理论和应用技巧。第 1 章 (Mathematica 4.0 概述) 粗略介绍了软件的各种功能;第 2 章 (数、变量与数学函数)、第 3 章 (表及其操作) 主要介绍 Mathematica 的基础知识;第 4 章 (代数运算和方程求解)、第 5 章 (微积分和级数)、第 6 章 (线性代数和数值处理) 介绍数值处理的理论;第 7 章 (变换规则与函数)、第 8 章 (表达式与模式) 介绍 Mathematica 的核心理论,使读者可以在更高层次上对 Mathematica 系统有一个了解;第 9 章 (图形与声音) 介绍 Mathematica 强大的图形和声音的处理功能;第 10 章 (Mathematica 程序结构和设计)、第 11 章 (错误处理和输入输出) 介绍的是 Mathematica 的高级应用。

本书的一大特色是有大量的实例,在每一章中,我们结合对 Mathematica 功能介绍,给出大量的实例,例子从简单到复杂,有利于读者迅速掌握 Mathematica 的使用。

要注意的是,本书中的所有例子我们都运行过。为了让读者在看书的同时能在电脑上得到同样的结果,我们直接把软件中的结果拷贝下来。也就是说,只要您是按照书上的方法操作的,肯定能得到同样的结果,不过,有时会造成例子中的字体与正文有所不同,希望大家谅解。

由于时间比较仓促,作者水平有限,不当与谬误之处在所难免,希望读者批评指正。

目 录

前言

编者的话

第1章 Mathematica 4.0 概述	1
1.1 Mathematica 的发展史	2
1.2 Mathematica 4.0 的新特征	2
1.3 Mathematica 界面介绍	3
1.3.1 启动 Mathematica	3
1.3.2 菜单和工具条的定制	4
1.4 Mathematica 功能介绍	5
1.4.1 数值计算	5
1.4.2 函数变换和定义	7
1.4.3 代数运算和微积分	8
1.4.4 数学符号	9
1.4.5 方程求解	10
1.4.6 表与矩阵	12
1.4.7 图形处理	15
1.4.8 编程	19
1.4.9 软件包	19
第2章 数、变量与数学函数	21
2.1 数与数的表示	22
2.1.1 数据类型	22
2.1.2 数据形式的转换	24
2.1.3 数学常数	26
2.1.4 数据精度	26
2.2 变量	28
2.2.1 变量及其定义	28
2.2.2 变量的赋值	29
2.2.3 变量的替换	30
2.3 数学函数	30
2.3.1 函数的命名规则	31
2.3.2 数值函数	31
2.3.3 随机数函数	33
2.3.4 整数函数	35
2.3.5 组合函数	38

2.3.6 初等超越函数

2.3.7 多值函数

第3章 表及其操作

3.1 表及其生成

3.1.1 生成数值表

3.1.2 生成通用表

3.1.3 用函数 Array 生成特殊表

3.1.4 生成递归表

3.2 表的操作

3.2.1 表的结构操作

3.2.2 提取部分表

3.2.3 增加表的元素

3.2.4 表的重组操作

3.2.5 表的数学和组合操作

3.3 向量和矩阵

第4章 代数运算和方程求解

4.1 代数运算

4.1.1 多项式的结构运算

4.1.2 求多项式的结构

4.1.3 有理多项式的运算

4.1.4 多项式的代数运算

4.1.5 以质数为模求多项式的余式

4.1.6 实数域上的多项式运算

4.1.7 三角函数表达式

4.1.8 复变量表达式

4.1.9 表达式的化简

4.2 方程求解

4.2.1 方程及其根的表示

4.2.2 求解一元代数方程

4.2.3 方程组求解

4.2.4 求解带有函数的方程

4.2.5 求方程的全解

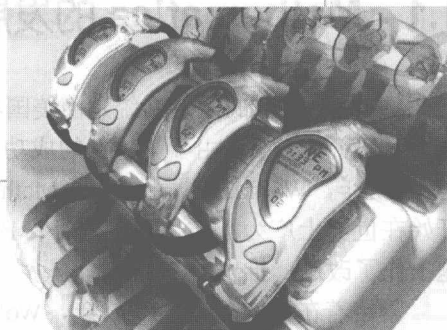
4.2.6 求解条件方程

4.2.7 解的存在性

第5章 微积分和级数	93	6.1.8 解线性方程组	155
5.1 微分	98	6.2 数值处理	157
5.1.1 偏微分	98	6.2.1 曲线拟合	157
5.1.2 全微分	99	6.2.2 多项式插值	160
5.1.3 未知函数的微分	101	6.2.3 近似函数和插值法	161
5.1.4 定义微分	102	6.2.4 和积的数值计算	166
5.2 积分	103	6.2.5 数值极小值	167
5.2.1 不定积分	103	6.2.6 线性规划	169
5.2.2 不定积分的计算范围	105	第7章 变换规则与函数	167
5.2.3 定积分	108	7.1 变换规则与函数定义	172
5.2.4 数值积分	113	7.1.1 变换规则	172
5.2.5 符号积分	116	7.1.2 用规则定义函数	174
5.3 积分变换	117	7.2 函数及其定义	175
5.3.1 拉普拉斯变换	117	7.2.1 函数的概念	175
5.3.2 傅里叶变换	118	7.2.2 函数的查询	176
5.3.3 Z 变换	120	7.3 函数的应用	177
5.4 微分方程	120	7.3.1 函数迭代	177
5.4.1 常微分方程	120	7.3.2 对集合运用函数	179
5.4.2 偏微分方程	124	7.3.3 对表达式的项运用函数	180
5.4.3 微分方程的数值解	126	7.4 纯函数与算子	183
5.5 幂级数	133	7.4.1 纯函数	183
5.5.1 幂级数展开	133	7.4.2 函数运算与算子	184
5.5.2 幂级数运算	136	7.5 定义函数的变换规则	186
5.5.3 幂级数的合成和反演	137	7.5.1 函数规则的定义	186
5.5.4 幂级数转换为一般表达式	138	7.5.2 修改内部函数的变换规则	187
5.5.5 求解幂级数方程	139	7.5.3 函数的模式变换	189
5.5.6 级数求和	140	7.5.4 自动使用与非自动使用的规则	190
5.6 极限和余式	141	7.5.5 立即赋值与延迟赋值	192
5.6.1 求极限	141	7.5.6 定义记忆已发现值的函数	194
5.6.2 求余式	142	7.6 对变换规则的进一步控制 和使用	196
第6章 线性代数和数值处理	167	7.6.1 控制规则的使用	196
6.1 线性代数	144	7.6.2 规则与不同对象的关联	197
6.1.1 构造矩阵	144	7.6.3 变换规则的特征说明	197
6.1.2 截取矩阵块	145	7.6.4 变换规则的应用顺序	198
6.1.3 标量、向量和矩阵	146	第8章 表达式与模式	195
6.1.4 标量、向量和矩阵的基本运算	147	8.1 表达式的结构与元素操作	202
6.1.5 矩阵基本运算函数	149	8.1.1 表达式的结构	202
6.1.6 特征值和特征向量	151	8.1.2 表达式的输入格式	203
6.1.7 矩阵分解	153		

8.1.3	表达式的元素操作	204	9.2.7	三维参数作图	262
8.2	表达式的操作与函数	205	9.3	特殊图形	263
8.2.1	表达式的结构函数	206	9.3.1	等值线和密度线	263
8.2.2	与表达式有关的判断	207	9.3.2	数据作图	265
8.2.3	其他表达式操作函数	208	9.3.3	一些特殊图形	266
8.3	模式匹配和模式命名	209	9.3.4	动态图形	268
8.3.1	寻找与模式相匹配的表达式	209	9.4	声音及其构造	270
8.3.2	模式命名	210	9.4.1	声音	270
8.3.3	限制模式中表达式的类型	211	9.4.2	声音的构造	272
8.3.4	在模式中添加条件	212	第 10 章	Mathematica 程序结构	
8.3.5	含有选择项的模式	214		和设计	267
8.4	几种特殊函数的定义	214	10.1	过程与局部变量	274
8.4.1	结合性与交换性函数	214	10.2	程序结构	276
8.4.2	具有不确定数目变量的函数	216	10.2.1	顺序控制	276
8.4.3	可选择和具有系统设定值的变量	217	10.2.2	循环结构	276
8.4.4	可选择变量的函数	218	10.2.3	分支结构	279
8.5	一般类型表达式的模式	219	10.3	程序流控制	281
8.6	模式的重复使用	222	10.3.1	改变正常的循环执行过程	281
8.7	变换规则与表达式求值	223	10.3.2	复合表达式的控制转移	282
8.7.1	数值函数的定义	223	10.3.3	从函数求值中退出	282
8.7.2	非标准自变量的求值	224	10.3.4	非局部退出	283
第 9 章	图形与声音	221	10.4	程序设计中的几个问题	284
9.1	二维函数图形	228	10.4.1	程序中的注释	284
9.1.1	基本二维函数作图	228	10.4.2	程序执行的中断	284
9.1.2	绘图函数的选项	230	10.4.3	程序执行的跟踪	285
9.1.3	图形的重绘和组合	233	10.4.4	程序的调试机制	286
9.1.4	二维图形元素	236	10.5	字符与字符串	288
9.1.5	二维图形标记	237	10.5.1	字符的表示	289
9.1.6	二维图形的坐标系统	242	10.5.2	字符串的操作	289
9.1.7	二维参数作图	243	10.5.3	字符串模式	290
9.2	三维函数图形	245	10.6	构造程序包	291
9.2.1	基本三维函数作图	245	10.6.1	问题的提出	291
9.2.2	三维图形元素	247	10.6.2	程序包的结构	292
9.2.3	三维图形标记	248	10.7	名字与上下文	293
9.2.4	三维图形的坐标系统和视点选择	250	10.7.1	上下文的概念和作用	294
9.2.5	三维表面图形	254	10.7.2	软件包中的上下文转换	296
9.2.6	三维图形的光学效果	256	10.7.3	上下文使用中的问题	297
			10.7.4	名字生成	298
			10.8	设定 Mathematica 工作目录	298

10.9 编程实例	299	11.3.1 文件的读写	314
第 11 章 错误处理和输入输出	299	11.3.2 文件的搜索	316
11.1 错误信息的检查和处理	306	11.3.3 数据的导入和导出	317
11.1.1 内部定义的错误信息	306	11.3.4 导出图形和声音	318
11.1.2 对错误信息显示的控制	307	11.3.5 从 Notebooks 中导出公式	319
11.1.3 自定义错误信息	307	11.3.6 生成 TeX 文件	320
11.1.4 通过错误处理传递更多的信息	309	11.3.7 生成 HTML 文件	321
11.1.5 对错误的处理	309	11.3.8 生成 C 和 Fortran 表达式	321
11.2 Notebooks 的输入和输出	310	11.3.9 将 Mathematica 输出转换为 外部文件	322
11.2.1 特殊字符和特殊格式的输入	310	11.3.10 运行外部程序	323
11.2.2 输入和输出的形式	312	11.3.11 MathLink 简介	324
11.2.3 创建自己的输入面板	313	附录 A Mathematica 函数及其意义	325
11.3 文件和外部操作	314		



内容提要

第1章

Mathematica 4.0 概述

- Mathematica 的发展史
- Mathematica 4.0 的新特征
- Mathematica 界面介绍
- 数值计算
- 图形和声音功能
- 方程求解
- 表与矩阵
- 函数变换和定义
- Mathematica 编程
- 软件包

1.1 Mathematica 的发展史

Mathematica 的原始系统是由美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的一个小组开发用于量子力学研究的软件, 由于该软件的成功开发, Stephen Wolfram 于 1987 年创建了 Wolfram 公司。在 1987 年, Wolfram 公司推出了 Mathematica 的 1.0 版本, 到 1989 年又推出了 1.2 版本, 并开始在世界上广为流传, 得到好评。1991 年, 公司对旧版本作了不小的扩充, 在一些基本问题上作了改进, 推出了 2.0 版本。

紧接着在 1996 年和 1998 年, Wolfram 公司又推出了 3.0 和 4.0 版本, 这两个版本是现在最流行的, 它们较以前的版本作了不小的改动, 在用户界面和使用方式上都作了很大的改进。

Mathematica 系统是用 C 语言开发的, 可以很方便地移植到各种计算机系统中。目前在个人电脑上使用 Mathematica 系统的操作系统有: Windows95/98/2000、Windows NT、Macintosh 和 Unix 系统。对于国内用户来说, 最常用的是 Windows, 所以在这里列出了 Mathematica 在 Windows 操作系统中运行时需要的硬件配置, 见表 1-1。

表 1-1 Mathematica 的硬件配置要求

配 件	要 求
CPU	80386 以上
硬盘	至少 40MB, 推荐 145MB
内存	至少 12MB, 推荐 24MB
光驱	建议配备光驱

1.2 Mathematica 4.0 的新特征

Mathematica 的 4.0 版本相对于 3.0 版本又增加了很多新的功能和特征, 尤其在计算较大的数值数据方面的效率得到了很大的增强。同时, 它还增加了一系列新的算法、语言 and 用户界面。

1. 数值计算

Mathematica4.0 新增加的特征包括以下几个方面:

内部数组的打包技术使得 Mathematica 4.0 在处理大数组时, 在速度和存储方面更加有效; 高级优化算法使得作计算时数值位数可达到数百万位; 大整数的更快的输入、输出; 对于近似的实数, 输入和输出的精确度提高; 用新的优化算法处理傅利叶变换; 给出 FindMinimum 的新算法; 直接支持矩阵求积。

2. 代数运算

支持 Simplify、FunctionExpand 假设和相关的函数; 变化的作用域; 简化了多项式和其他不等式; 完全支持 Laplace、Fourier 和 Z 的符号变换; 扩展了积分与求和功能; 超越方程求解的扩展; 可对多重积分更快地计算; 支持中间结果。



3. 数学函数

增加了许多常用函数及最新函数；新的计算 e 、 π 及其他常数的优化方法，使其具有更高的精度；完全支持连续的小数；支持周期数列；直接支持按位操作。

4. 图形和声音

可更快地产生和显示图形；可以多种格式输入和输出图形和声音；支持不连续的缩放；支持实时 3D 图形。

5. 输入与输出

优化后的算法可以使用户快速而流畅地输入和输出；在输入时，可得到动态的颜色提示。

6. 用户界面

用户界面更加友好，而且用户可以很容易地为自己定制个性化界面。

1.3 Mathematica 界面介绍

1.3.1 启动 Mathematica

在 Windows 或相应的操作系统中单击【开始】|【程序】|【Mathematica】|【Mathematica 4】命令，也可以双击桌面上的 Mathematica 4 的图标。前一操作如图 1-1 所示。

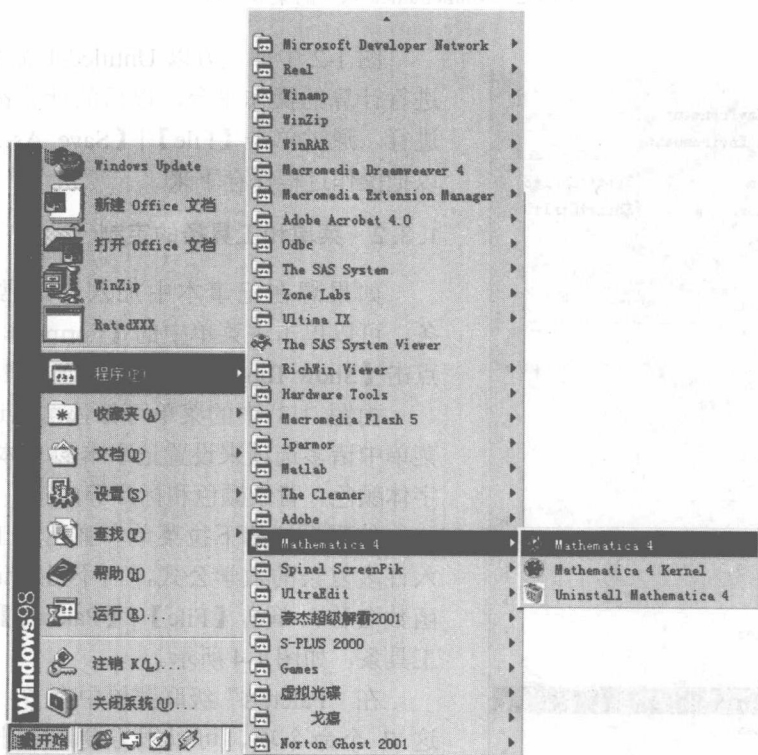


图 1-1 在 Windows98 中启动 Mathematica



启动 Mathematica 系统后, 出现如图 1-2 所示的系统集成环境。Mathematica 系统环境的基本菜单与其他一些软件很类似, 稍微花一点时间很快就能熟悉它的基本命令。如果需要帮助, 可以按“F1”键或者打开主菜单中的“help”菜单就可以得到详细的说明。

可以点击图 1-2 右下方窗口中的特殊符号, 在 Notebooks 窗口中会出现相应的符号, 这就大大方便了在 Notebooks 窗口中编辑公式。

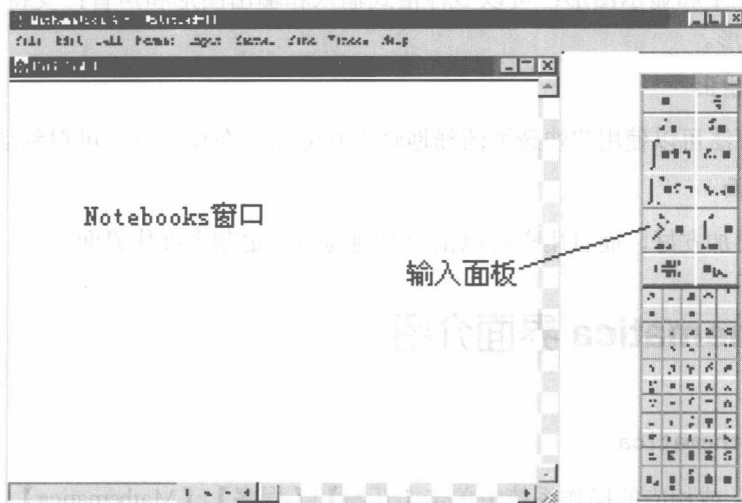


图 1-2 Mathematica 系统的集成环境

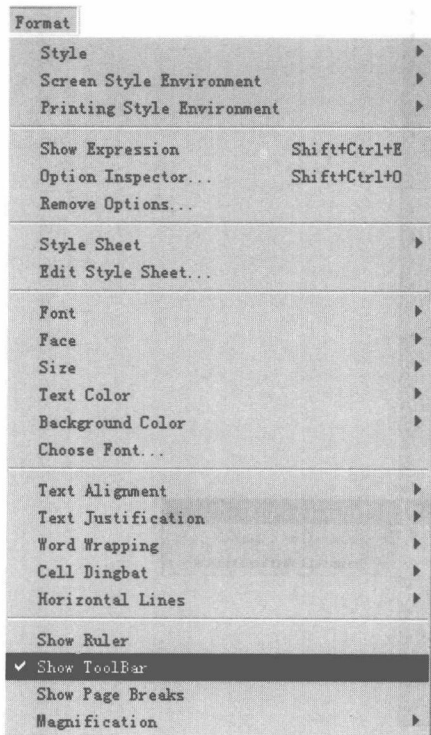


图 1-3 定制工具栏

图 1-2 中部左方以 Untitled-1 命名的记事本就是进行计算的操作平台, 以后的计算都在这个窗口中进行。通过单击【File】|【Save As...】命令, 还可以把操作过程保存下来。

1.3.2 菜单和工具条的定制

如果想在记事本中加入平时常用的便捷菜单条, 可以单击主菜单中的【Format】, 在下拉菜单中点击【Show ToolBar】, 其操作如图 1-3 所示。

由图 1-3 中的菜单可知, 可以通过“Format”菜单中诸多选项来设置记事本的字体、颜色、尺寸、字体颜色、背景颜色和标尺等内容。

使用系统的下拉菜单和弹出式工具条, 可以输入许多复杂的数学公式, 而不必要记住这些公式的函数名称, 单击【File】|【Palettes】可以定制浮动工具条, 如图 1-4 所示。

在“Palettes”级联菜单中有 7 个命令项, 通过这 7 个命令项, 可以很方便地写出复杂的数学表达式。

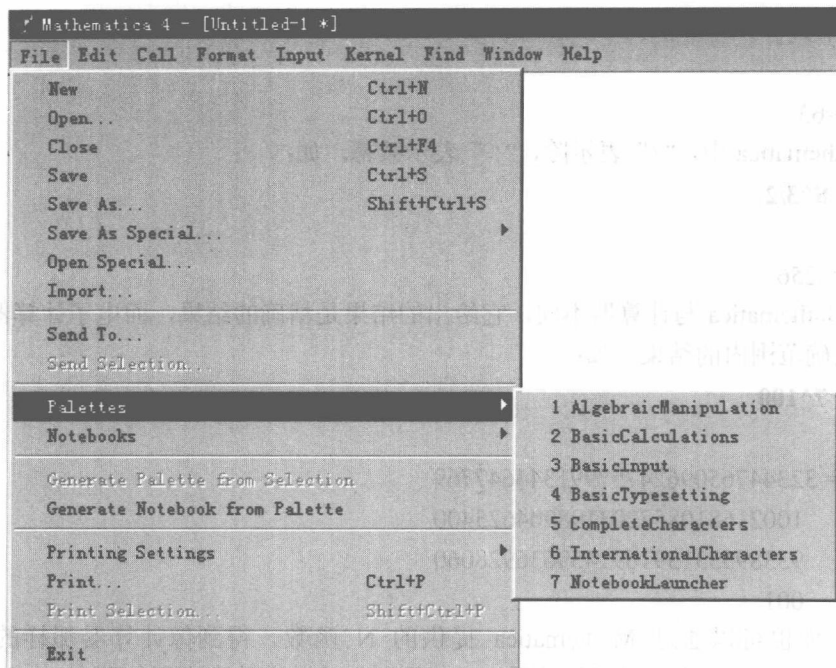


图 1-4 定制浮动工具条

1.4 Mathematica 功能介绍

开始使用 Mathematica 时, 不必担心是否能够学会, 其实它就像使用电子计算器一样简单。而要做的主要事情就是如何用 Mathematica 的语言来描述所要作的计算, 在很多情况下, 会发现这种语言和在数学中、在一般的计算机语言中的习惯很接近。本节先简单地介绍一下 Mathematica 的主要功能, 以后会有比较详细的介绍。读者可以一边看着书, 一边在计算机上实现, 这样的效果会更好。

1.4.1 数值计算

几乎人人用过计算器, 它能进行+、-、*、/四则运算和简单的函数运算。Mathematica 作为一个功能强大的数学软件包, 在处理数值运算方面具有非常强大的功能。本节主要说明使用 Mathematica 作算术计算就像使用电子计算器一样简单。例如在记事本(默认名为 Untitled-1)中输入 $7*9$, 然后按 Shift+Enter 组合键, 或者直接按小键盘的 Enter 键, 可以得到如下结果:

```
In[1]:=7*9
```

```
Out[1]=63
```

注意: 在 Mathematica 中, 空格代表相乘。

下面的例子中就是使用空格代替“*”:



```
In[2]:=79
```

```
Out[2]=63
```

在 Mathematica 中，“/”表示除，“^”表示乘幂，如：

```
In[3]:=8^3/2
```

```
Out[3]=256
```

但是 Mathematica 与计算器不同，它给出的结果是精确的结果，而电子计算器给出的是所能给出的精确范围内的结果，如：

```
In[4]:=7^100
```

```
Out[4]=3234476509624757991344647769
```

```
100216810857203198904625400
```

```
933895331391691459636928060
```

```
001
```

同样，你也可以通过 Mathematica 提供的 N 函数，得到像计算器那样的近似值。在 Mathematica 中，“%”表示最新的结果，上式用科学计数方法来表示如下：

```
In[5]:=N[%]
```

```
Out[5]=3.23448×1084
```

 注意：“%”表示上面结果中最新的，即最近的一次结果，也可以使用“%%”表示上一次结果。

也可以用“//N”来得到近似值，如：

```
In[6]:=7^50//N
```

```
Out[6]=1.79847×1042
```

N 函数是一个获取近似值的函数，用这个函数可以得到任意精确度的计算结果，这就大大方便了作科学计算。下面例子可以得到 2/3 精确到 10 位的结果：

```
In[7]:=N[2/3,10]
```

```
Out[7]=0.666667
```

Mathematica 系统不仅可以处理实数运算，而且还可以处理复数问题。在 Mathematica 中 $i = \sqrt{-1}$ ，表示虚数单位，可以像处理实数那样来进行复数运算，如：

```
In[8]:=(2+3I)^8
```

```
Out[8]=-239+28560II
```

Mathematica 的强大功能还表现在能够处理所有标准数学函数，由于有基本输入工具条，很容易实现对数学函数的输入，如：



In[9]:= Log[3, 10]

Out[9]:= $\frac{\text{Log}[10]}{\text{Log}[3]}$

使用 N 函数, 可以求上式的近似值, 如:

In[10]:= N[%]

Out[10]= 2.0959

注意: 在 Mathematica 中, 数值运算的准则是输出的结果尽可能精确。当所作的运算是在整数、有理数和复数之间的时候, 结果总是精确的。当它在处理不同精度的近似数之间的运算的时候, 总是保持最大可能精确度的计算结果。

1.4.2 函数变换和定义

函数变换是指表达式的变量替换或赋值运算, Mathematica 可以根据需要定义函数的运算规则。下面是一个函数变换的例子, 在代数式 x^2-4x-3 中, x 取 7, 代数式的值为

In[11]:= $x^2 - 4x - 3 /. x \rightarrow 7$

Out[11]= 18

也可以用另外一个代数表达式来替换其中的变量, 如以下例子是对代数式 x^2-4x-3 进行 $x \rightarrow y+1$ 的变换, 即

In[12]:= $x^2 - 4x - 3 /. X \rightarrow y + 1$

Out[12]= $-3 - 4(1 + y) + (1 + y)^2$

Mathematica 还可以对任何函数作类似的变换, 例如, 对一组函数中的一个进行变换, 而其他的函数不变, 其操作如下:

In[13]:= $\{x^2, x^3, x^4\} /. x^2 \rightarrow 2$

Out[13]= $\{2, x^3, x^4\}$

Mathematica 还可以让读者自己来定义函数的变换规则, 利用所定义的变换规则展开表达式, 例如, 可以定义表达式:

In[14]:= $f[x_] = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$

Out[14]= $-1 + 4x - 3x^2 + x^3$

然后利用这个函数变换, 可以用数值来代替变量计算表达式的值, 如:

In[15]:= $f[2]$

Out[15]= 3

题示: 通过后面的学习, Mathematica 的用户可以根据自己的要求定义自己的变化规则, 以便实现简单的运算。



1.4.3 代数运算和微积分

Mathematica 除了具有很好的数值计算功能外，在代数计算方面也有着很强的功能。这对于科学研究工作者来说用处是非常大的，因为他们可以从繁琐的公式推导中解脱出来，把时间放在有价值的思考上。

根据运算需要的不同，代数式的表达式可有不同的表达形式，例如可以对如下表达式进行代数式运算，即

```
In[16]:= 5(x+y)^4-(x-y)^3+5(x-2)^2-7(y-3)-3
```

```
Out[16]= -3 + 5(-2 + x)^2 - (x - y)^3 - 7(-3 + y) + 5(x + y)^4
```

以上结果不是很复杂，但如果要计算它的二次方，并把它展开就很麻烦，但如果利用 Mathematica 就很简单，在 Mathematica 中，函数 Expand 用来展开代数式，即

```
In[18]:= Expand [%^2]
```

```
Out[18]= 1444 - 1520x + 780x^2 - 276x^3 + 445x^4 - 210x^5 + 51x^6 - 10x^7 + 25x^8 - 532y + 280xy + 158x^2y + 1414x^3y - 840x^4y + 194x^5y - 10x^6y + 200x^7y + 49y^2 - 228xy^2 + 2358x^2y^2 - 1510x^3y^2 + 315x^4y^2 + 30x^5y^2 + 700x^6y^2 + 76y^3 + 1522xy^3 - 1210x^2y^3 + 180x^3y^3 + 30x^4y^3 + 1400x^5y^3 + 366y^4 - 480xy^4 + 65x^2y^4 - 30x^3y^4 + 1750x^4y^4 - 70y^5 - 6xy^5 - 30x^2y^5 + 1400x^3y^5 + y^6 + 10xy^6 + 700x^2y^6 + 10y^7 + 200xy^7 + 25y^8
```

当所得到的结果是一个很长的式子，若想因式分解所得结果，可以用函数 Factor，用函数 Factor 化简所得的结果为

```
In[19]:= Factor[%]
```

```
Out[19]= (38 - 20x + 5x^2 - x^3 + 5x^4 - 7y + 3x^2y + 20x^3y - 3xy^2 + 30x^2y^2 + y^3 + 20xy^3 + 5y^4)^2
```

这样结果就简洁多了。

Mathematica 还能计算积分，下面这个例子就是通过一个积分的计算来说明 Mathematica 的这个功能。例如，要计算定积分 $\int_1^2 x^2 dx$ ：

```
In[20]:= Integrate[x^2, {x, 1, 2}]
```

```
Out[20]= 7/3
```

提示：使用 Mathematica 右边的基本输入工具条（如果没有可以如下操作：【File】|【Palettes】|【BasicInput】），可以很方便地输入常用的数学表达式和符号。

如果觉得使用工具条太麻烦了，还可以直接在键盘输入：

```
In[21]:= Integrate[x^2, {x, 1, 2}]
```

```
Out[21]= 7/3
```