

# 運籌學(作業研究)導論

第4版

F. S. 希勒 G. J. 利伯曼 著  
方世榮 译

曉園出版社  
世界圖書出版公司

**运筹学(作业研究)导论 第4版**

**F.S. 希勒和G.J. 利伯曼 原著**

**方世荣 译著**

\*

**晓园出版社出版**

**世界图书出版公司北京公司重印**

**北京朝阳门内大街137号**

**北京中西印刷厂印刷**

**新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售**

\*

1995年6月第一版 开本: 787×1245 1/20

1995年6月第一次印刷 印张: 42.5

印数: 0001—500 字数: 85万字

ISBN: 7-5062-1770-8/O·121

定价: 46.00元 (WB9312/5)

世界图书出版公司已向台湾晓园出版社购得重印权  
限国内发行

## 譯 序

作業研究的基本觀念早在十八世紀時，就不斷地被引用。稍後，第二次世界大戰初期的軍事活動，為了以有效的方法將稀有資源分配於各項軍事作業及各項活動，於是應用科學方法來解決此類型的問題。事實上，此種科學的研究方法，實乃近代作業研究的起源。由於作業研究在軍事上有顯著的貢獻，促使工商業界對此新領域漸感興趣。從此作業研究便迅速發展，尤以近數十年來電算機的進步，藉助電算機的快速計算能力，使得作業研究的許多技術在實用上更顯著的提高。

基本上，作業研究所探討者，為各種發生於真實生活之確然性或機率性系統之最優決策與模式製作。舉凡政府、企業、工程、經濟學以及自然與社會科學等方面的應用，皆涉及相當的作業研究之概念與技術。作業研究的應用範圍如此的廣大且實際，故而更引發吾人對此領域加以探討的慾念。

本書譯自美國F. S. HILLER與G. J. LIEBERMAN二位大學教授合著的作業研究導論（Introduction to Operations Research, 1986年，4-ed）。本書的讀者包括成千上萬的學生以及工商企業界的經理，前三版書極為暢銷，頗受歡迎。本版（第四版）亦不例外，目前史丹佛大學等校皆採用本書為作業研究的教本。基於此原因，本版書的編寫，作者仍保留了前三版的精華，並改進與增添許多內容，尤其最近有關作業研究所發展出來的新技術，皆已羅列在本書中。

本書與前幾版在內容的編排上有了很大的改變，為了是特別強調作業研究之重要概念之一，即模式之製作；一切作業研究問題的探討，皆發軔於模式之製作，作者特意將之移至第二章，其目的即在於要求初學者對於此重要觀念能透徹瞭解，以奠定學習的基礎。其次，本版增加了一個探討「預測」的章節，此課題對工商界的應用非常有幫助。此外，與前幾版不同的地方，在於矩陣符號的應用；矩陣的觀念可釐清線性規劃中較複雜且較深入的觀念。最後，本書所使用的數學皆僅限於基本者，只要具有高中代數程度以及初等微積分觀念之讀者，即可遍覽本書之全部內容，此亦為本書之一大特色。

本書之得以付梓，最先要感謝晚園出版社黃董事長賢伉儷的支持與鼓勵，以及為本書付出心力的晚園出版社編審部全體工作人員，尤其徐教授載華對本書初稿的逐字審校，在此一併致謝。其次，感謝恩師白教授健二於求學期間對譯者的教誨，尤其數量方法方面，更是受益匪淺。師恩浩蕩，永銘內心。

方 世 榮

1987年2月

# 原 序

對於使用本書前三版作為導引進入作業研究之專業領域的成千上萬學生，作者在重新編寫新版本時，深感責任重大。因此，我們儘可能地保留第三版的精華，並改進其餘的版本。這期間的努力，包括搜集及評估來自世界許多讀者，以及許多我們自己的學生之意見與建議。綜合這許多不同的意見，一些地方幾乎毫無異議需加以改進：簡算法的入門及基本透察的處理、敏感性分析、目標規劃以及非線性規劃等。本書特別著重於這些方面的改進，並對結果感到滿意。同時，我們亦特別謹慎，以免過度損失書中其他反應良好的部分，而只是修正需要修正之處。這是個改革的過程，關於這版書，希望更多的讀者寫信告知我們，有關你的意見與建議。

本書之長期讀者，或可馬上發現一主要的重新編輯架構，以前列於最後一章的，現已移到本書第二章，更加強調模式製作之觀念。對於數理規劃的教材，已一併納入下十二個章節中。以前有關線性規劃的五個章節，已經重新編寫於第三～九章，為的是更強調於某些關鍵的課題上（導論、簡算法、對偶理論、敏感性分析以及線性規劃模式之製作）。

除了此部分重新編寫外，本版尚有一些額外的增加與主要的修改。增加一新的章節：預測（第十九章），以提供對於工商實務界很重要的一種最新的處理方法（包括Box-Jenkins技巧的介紹）。在線性規劃的章節中已完全重寫，且納入此重要領域中最近所發展的一些技術。本版有關線性規劃的四個章節（第四、五、六與八章），已有很大的修改。如第二版一樣，早先涉及簡算法時，總強調幾何原理與啓迪性的代數步驟，而不是用黑盒子表格的方法；但我們相信比第二版更清楚。我們也介紹了矩陣的觀念，以符合學習上的另一廣大要求，因為矩陣觀念可釐清線性規劃後面章節的複雜內容，包括基本透察與敏感性分析。

其他方面亦有重要的改變。整數規劃的章節（第十三章）已重新編排，把模式製作的內容移至章首。對於辨識等候系統的Kendall觀念，已納入等候理論的章節中（第十六、十七章）。此外，在存貨理論的章節中（第十八章），亦加入一個非常有用的連續盤存隨機模式。本書中有許多的章節，亦都經過一些修鍊。

我們總是十分注意每章後的習題，本版亦不例外。許多原有的問題都修改過。此外大約增加了150個新問題，包括100個以上有關線性與非線性規劃的問題。這些問題都是很仔細而很有技巧的設計，不需花費太多時間即可啓發學生對於內容的

瞭解。本書共有 555 個問題，其中有些類似的，教師可從中加以選擇。

有了以上這些的增加與擴充，我們必須刪減一些內容，以維持一合理的篇幅。基於以往許多讀者之反應，“基本機率理論的複習”並不需要，故我們將之刪去，但仍保留了馬可夫鏈觀念的介紹。我們亦刪減了數學上的分解原理之部分，以及  $F$  分配的表格。除此之外，本書亦嘗試在許多的地方以更簡潔的方式表達。

這一版書的另一重要特色是，可作為第一次學習本課程之學生的研究指引。很高興有這麼一位有才華的學者與作者——德州大學的 Paul A. Jensen 博士，精心地編寫了學習手冊。如前幾版一樣，解答手冊對教師教學上很實用。此外，Jensen 博士及其他教授為我們出版了許多套微算機程式的書籍，可作為輔助教師與學生研究之用。本書的修編使得學生與工商界實務者在微算機與大型電腦上都有長足的進步。

我們一直認為前幾版書皆在於強調解釋的動機與精簡，而非著重於精確的證明或技巧性的細節。我們相信有了這些修改以及“學生指引”，對有心向學而數學素養不甚充實的學生而言，此版書更為易讀而有趣。然而，我們仍認為，作業研究之基本理論以數學觀點說明，最能使讀者瞭解與領悟。因此，第四版的編寫，仍針對與前三版相同的讀者，即針對各種不同領域的學生（工程、企管、數學科學及社會科學等等），他們往往較喜歡適度地使用數學，而不喜歡濫用。

然而，本書所使用的數學僅限於較基本者。第二篇與第三篇（分別為線性規劃與數理規劃）的大部分，都僅需高中代數的程度。微積分僅在第十四章（非線性規劃）及第十一章（動態規劃）的一個例子中用到。矩陣的觀念只在第五章（簡算法），第六章（對偶理論及敏感性分析）及第十四章出現過，但所需的基本概念，附錄 3 的介紹已足夠了。在第四篇中（機率性模式），以前有關機率理論的介紹，此時可能派得上用場，而且微積分的觀念亦在某些地方被用到。簡而言之，修完微積分後，稍具某程度的數學素養，即可通覽第四篇，進而可涉獵第二、三篇中更深入的內容。

本書的內容適合多種程度的學生研讀，主要對象為大三或大四學生以及研一的學生（碩士班）。有許多種方法可從本書取材，作為教學之用。本書的伸縮性頗大。第一篇為作業研究主題的介紹。第二篇（線性規劃）或第二與第三篇（數理規劃），基本上可獨立地涵蓋第四篇（機率性模式），反之亦然。同時，第二與第三篇的大部份章節，幾乎都是獨立的，唯一例外的是，此二篇之各章皆用到第三、四章所述的基本教材。第六章亦是取諸第五章。第四篇內各章節的取捨，亦頗有彈性，同時其中教材的配合，亦有多種選擇。

選擇本書四篇之大部分教材，可以構成含有數理規劃與若干機率性模式的概要

性課程，足以在一學季（40小時）或一學期內授畢。例如，較佳的取材包括，第1，2，3，4，8，10，11，16，18，19，22與23章。更完整的基礎課程，則除了刪掉第9，12，20與21章，其餘本書的全部內容約可作為二學季（60至80小時）的講授課程。第1章至第9章，是線性規劃課程（一學季）所必須的基礎章節。第10至14章的內容，是探討其它確然性模式一學季的課程。最後，第15至23章是機率（隨機）性模式的作業研究，適於作為一（一學季）課程講授。事實上，上述最後三課程（本書內全部內容），可以視為作業研究一學年的基本課程，構成一套碩士課程的核心。此諸課程目前皆在史丹佛大學開授，並依上述方式採用本書為教材。

與前幾版相同，我們對妻子 Ann 與 Helen 在編輯方面與打字方面的援助，以及當我們花無數多個晚上與週末準備這第四版時，她們的鼓勵與體諒，再致謝意。我們的孩子們有的皆已上大學，有些已在課程上使用本書，由於他們（及他們的朋友）給予我們很多的支持與建議，使得本版書更臻完美。

FREDERICK S. HILLER

GERALD J. LIEBERMAN

史丹佛大學

1986年1月

# 目 錄

## 第壹篇 導 論 1

### 第一章 作業研究之性質 3

1. 作業研究之起源 3 / 2. 作業研究之性質 4 / 3. 作業研究之影響 5
4. 作業研究之職業訓練 9 / 5. 展望 10

### 第二章 作業研究之綜觀 - 模式之建立 13

1. 問題之陳述 13 / 2. 數學模式之建立 15 / 3. 求解 17 / 4. 模式及其解之檢驗 18 / 5. 建立對解之控制 19 / 6. 施行 19 / 7. 結語 20 / 參考資料 20

## 第貳篇 線性規劃 21

### 第三章 線性規劃導論 23

1. 範例 24 / 2. 線性規劃模式 28 / 3. 線性規劃之假設 31 / 4. 例題數則 33 / 5. 結語 39 / 參考資料 39 / 習題 39

### 第四章 解線性規劃問題：簡算法 45

1. 簡算法的本質 45 / 2. 簡算法之建立 48 / 3. 簡算法代數 51 / 4. 表列型的簡算法 57 / 5. 解除簡算法的等值 63 / 6. 適應其他模式 66
7. 事後最優分析 77 / 8. 計算機執行 82 / 9. 結語 83 / 參考資料 83
- 習題 84

### 第五章 簡算法之理論 93

1. 簡算法的基礎 93 / 2. 修正簡算法 100 / 3. 基本透察 111 / 4. 結語 115 / 參考資料 115 / 習題 115



## 第六章 對偶理論與敏感性分析 123

1. 對偶理論之本質 123 / 2. 對偶性的經濟解釋 129 / 3. 原 - 偶關係 132 / 4. 使適應於其他的原題形式 137 / 5. 對偶性理論在敏感性分析上扮演的角色 140 / 6. 敏感性分析的本質 143 / 7. 敏感性分析應用 147 / 8. 結語 154 / 參考資料 154 / 習題 154

## 第七章 特殊線性規劃問題 169

1. 運輸問題 170 / 2. 運輸問題簡算法 179 / 3. 轉運問題 193 / 4. 分派問題 200 / 5. 多部門問題 202 / 6. 結語 206 / 參考資料 206 / 習題 207

## 第八章 線性規劃模式之製作——含目標規劃 219

1. 有正有負的變數或線性函數 220 / 2. 目標規劃 223 / 3. 最小趨近諸目標的最大化 228 / 4. 幾個模式製作的例子 232 / 5. 個案研究—種族均衡的學區重劃 238 / 6. 結語 243 / 參考資料 243 / 習題 244

## 第九章 線性規劃的其它演算法 253

1. 上界法 253 / 2. 偶簡算法 256 / 3. 參數線性規劃 259 / 4. 結語 264 / 參考資料 264 / 習題 265

## 第叁篇 數理規劃 271

### 第十章 網路分析——含計劃評核術，及要徑法 273

1. 範例 274 / 2. 網路術語 275 / 3. 捷徑問題 276 / 4. 最短展木問題 278 / 5. 最大流量問題 282 / 6. 以計劃評核術——要徑法從事專案之規劃與控制 287 / 7. 結語 298 / 參考資料 299 / 習題 299

### 第十一章 動態規劃 307

1. 範例 307 / 2. 動態規劃問題之特徵 311 / 3. 確定性動態規劃 313 / 4. 機率性動態規劃 328 / 5. 結語 333 / 參考資料 334 / 習題 334

### 第十二章 局 論 341

1. 引言 341 / 2. 簡單對局之解——範例 343 / 3. 混策對局 347 / 4. 圖解法 349 / 5. 線性規劃解之 351 / 6. 延伸 355 / 7. 結語 356 / 參考資料 356 / 習題 357

### 第十三章 整數規劃 363

1. 範例 364 / 2. 以二元變數製作其他模式的可能性 365 / 3. 解整數規劃問題的一些概論 371 / 4. 枝界法 374 / 5. 純二元整數規劃的枝界法 381 / 6. 混整規劃枝界演算法 385 / 7. 結語 387 / 參考資料 388 / 習題 388

## 第肆篇 機率性模式 399

### 第十四章 非線性規劃 401

1. 應用實例 402 / 2. 非線性規劃問題的圖示 405 / 3. 非線性規劃問題的類型 408 / 4. 單變數之未受限最優化 413 / 5. 多變數未受限最優化 416 / 6. 受限最優化的卡孔杜條件 421 / 7. 二次規劃 424 / 8. 可離規劃 428 / 9. 凸性規劃 435 / 10. 非凸規劃 440 / 11. 結語 444 / 參考資料 444 / 習題 445

### 第十五章 隨機過程 461

1. 引言 461 / 2. 隨機過程 461 / 3. 馬可夫鏈 462 / 4. 查卜曼 - 柯莫果方程式 464 / 5. 初達時間 467 / 6. 馬可夫鏈狀態之分類 470 / 7. 馬可夫鏈之長期性質 471 / 8. 吸態 477 / 9. 連續參數馬可夫鏈 478 / 參考資料 481 / 習題 481

### 第十六章 等候理論 485

1. 範例 485 / 2. 等候模式基本結構 486 / 3. 等候系統之實例 491 / 4. 指數分配之角色 492 / 5. 生死過程 497 / 6. 以生死過程為基礎之等候模式 501 / 7. 涉及非指數分配之等候模式 520 / 8. 優先服務的等候模式 527 / 9. 等候網路 532 / 結語 533 / 參考資料 534 / 習題 534

### 第十七章 等候理論之應用 543

1. 例題 543 / 2. 決策 545 / 3. 製作等候成本函數 549 / 4. 決策模式

553 / 5. 求旅行時間 558 / 6. 結語 565 / 參考資料 565 / 習題 566

## 第十八章 存貨理論 573

1. 引言 573 / 2. 存貨模式之構成要素 574 / 3. 確然性模式 577 / 4. 隨機模式 593 / 5. 結語 619 / 參考資料 619 / 習題 620

## 第十九章 預測 627

1. 引言 627 / 2. 判斷的技巧 628 / 3. 時間數列 628 / 4. 預測技巧 631 / 5. 線性迴歸 636 / 6. 結語 643 / 參考資料 646 / 習題 646

## 第二十章 馬可夫決策過程與應用 653

1. 引言 653 / 2. 馬可夫決策模式 656 / 3. 線性規劃與最優政策 660 / 4. 尋求最優政策之政策改進演算法 664 / 5. 折現成本規準 669 / 6. 水資源模式 678 / 7. 存貨模式 683 / 8. 結語 688 / 參考資料 689 / 習題 690

## 第二十一章 可靠性 695

1. 引言 695 / 2. 系統之結構函數 696 / 3. 系統可靠性 698 / 4. 準確系統可靠性之計算 700 / 5. 系統可靠性界值 704 / 6. 基於失敗時間之可靠性界值 706 / 7. 結語 709 / 參考資料 710 / 習題 710

## 第二十二章 決策分析 713

1. 引言 713 / 2. 無實驗之決策 714 / 3. 有實驗之決策 717 / 4. 決策樹 726 / 5. 效用函數 729 / 6. 演藝團之例 729 / 7. 結語 736 / 參考資料 736 / 習題 737

## 第二十三章 模擬 741

1. 實例 742 / 2. 擬模式之製作與運用 745 / 3. 模擬實驗設計 753 / 4. 再生性的統計分析法 760 / 5. 結語 767 / 參考資料 768 / 習題 769

## 附錄 775

附錄一 凸性 777 / 附錄二 古典的最優化法 783 / 附錄三 矩陣與矩陣

運算	789	/ 附錄四	聯立線性方程組	797	/ 附錄五	表
部份習題答案	811					
索引	821					

第壹篇  
導論





# 作業研究之性質

## 1.1 作業研究之起源

自工業革命以來，各公司機構之規模迅速成長，組織亦日益複雜，昔日的小店舖，今已發展成十億鉅資的公司。在這革命性的改變當中，各種組織內的勞力分工與管理責任劃分，已有長足的進步，而且其結果十分驚人。然而隨著專業化程度的增加，許多新的問題亦隨之產生，且在當今許多組織中滋生不已。問題之一是組織內的各個單位有一種新趨勢，即各單位以本身的目標和價值系統為主，各自為政，以致於各單位的活動與目標，並非以整個組織為重；某項措施往往對某一單位至為有利，却對另一單位阻礙甚大，因此各單位的所作所為，很可能相剋相制。另一相關問題為，隨著組織複雜性與專業性的增加，如何將可用資源分配於各種活動之中，使組織能得到最大整體效益之決策，乃日益困難。由於這些問題的存在，為尋求較佳的解決方法，作業研究遂應運而生。

作業研究的起源，可回溯至數十年前，亟將科學方法應用於組織管理之時。然而，一般認為作業研究的活動起因於第二次世界大戰初期的軍事活動。當時因戰爭關係，對於如何以有效的方法將稀有資源分配於各項軍事作業及其各項活動，有極迫切的需要。因此英、美兩國軍事管理當局召請大批科學家，以便應用科學方法處理種種戰略、戰術問題。實際上，這些科學家的任務，乃就各種（軍事）作業方式加以研究。這些科學小組，就是作業研究小組的鼻祖。不列顛空戰、太平洋島嶼之戰、北大西洋之戰等之勝利，據稱這些科學小組居功厥偉。

由於作業研究在軍事上獲得了顯著的成功，促使工業界對此新領域漸感興趣。戰後工業繁榮之際，因組織不斷複雜化與專業化所引起的問題再度出現。戰時曾任

#### 4 第一章 作業研究之性質

作業研究小組的企業顧問以及不少人士，逐漸認識此等問題與軍事問題在本質上相同，只是背景不同罷了。於是作業研究開始向工商業及政府機構蔓延，至一九五一年，作業研究在英國已有穩固的基礎，美國則正朝此方向邁進。此後，作業研究發展得非常迅速，發展狀況將在1.3節中作進一步的說明。

此外，對於此時期作業研究之所以能夠迅速成長，尚可指出兩種重大的貢獻因素。第一，作業研究中可用的技術大有進展。戰後，曾參加作業研究小組或對作業研究曾有所聞的科學家，群起研究此領域的知識，以致作業研究獲得了長足的進步。George Dantzig在一九四七年發表解決線性規劃問題( linear programming problems )的簡算法( simplex method )，即為一重要的例子。作業研究中，不少標準工具，如：線性規劃、動態規劃( dynamic programming )、等候理論( queueing theory )、存貨理論( inventory theory )等，在一九五〇年代已臻成熟。第二，電算機革命性的衝擊，亦為促進作業研究成長的大動力。作業研究的問題大多甚為複雜，往往不能以筆算為之，必須做大量計算始能最有效處理。因此，數位計算機的發展，對作業研究而言實為一大恩賜，以之從事計算，其速度為人類計算的千倍，乃至萬倍。

### 1.2 作業研究之性質

何謂作業研究？回答此問題，有一方法是為它下一個定義。譬如，作業研究可描述為對組織系統之作業做為輔助決策的科學方法。然而，此一敘述和早期對作業研究所下的定義一樣，十分籠統，亦適用於其他學科的定義。因此，考察作業研究的顯著特徵，可能是了解其獨特性質之最佳途徑。

顧名思義，作業研究為「對作業的研究」，作業研究之途徑與應用範圍，由此可知一二。作業研究之應用，在於如何執行與協調一組織內各種作業或活動的問題，至於組織的性質如何，則無關緊要。事實上，作業研究已廣泛應用在工商業、軍政機構、醫院等等，因此其範圍至為廣大。作業研究的途徑為科學方法，換言之，作業研究始於對問題的週密觀察與明確陳述，繼而建立科學模式(以數學模式居多)以擷取真實問題的精要，然後假設此模式對現實情況亦為有效，繼而以適當的實驗修正並驗證此項假設。然而，就某種意義而言，作業研究亦可視為對作業之基本性質從事某種創造性的科學研究。不但如此，作業研究亦涉及組織的實際管理，因此，一個成功的作業研究者，必要時應提供易於了解的明確結論給決策者。

作業研究的另一特徵為觀點寬廣。由上節所述，可知作業研究採取組織的觀點。作業研究試圖以對組織整體最佳之方法，解決組織內各單位間的利害衝突；這並不是說考察每一問題時，都須對組織之所有各層面皆作明顯的考慮，而是指所求的



目標必須與組織整體的目標一致。另一特徵前已提到，即作業研究企圖尋找問題的最佳或最優解 (optimal solution)，其目標在於尋找最可能的途徑，不以現狀稍做改善為滿足。「至乎至善」不僅要審慎解釋，更是作業研究中非常重要的課題。

由上述諸特徵自然產生另一特徵，即不可能有人對作業研究工作或其所處理問題之各面都非常精通，作業研究工作應由一群背景互異、各具專長的人共同完成。因此，對新問題欲作完備的作業研究，常以小組方式處理。作業研究小組的陣容，應具備在數學、統計學及機率理論、經濟學、企業管理、電子計算機、工程與物理科學、行為科學以及各種作業研究特別技術方面接受過高度訓練的人才；同時小組成員也需具備各方面的經驗與技能，使足以適切地考慮組織中盤根錯節的問題，並能有效地推展作業研究中各項考察活動。

總之，作業研究所處理者為發生於真實生活中之各種確定性或機率性系統的最優決策與模式製作。有關在政府、企業、工程、經濟學以及自然與社會科學等方面之應用，都涉及有限資源之分配。在此等情況下，作業研究所作的科學分析，可讓我們得到相當深入的了解與認識。

作業研究之貢獻主要根源於下列各個步驟：

1. 首先將切合於決策者目標有關的主要因素抽取出來，然後就現實情況建立數學模式，此時應以整個系統的觀點來審視問題。
2. 探尋解之結構，展開有系統的求解程序。
3. 尋求問題之解，必要時應包含其數學理論，作為系統所欲獲得之目標量數 (system measure of desirability) 的最優值 (或計算出欲求得之目標量數，藉以比較各種行動途徑之優劣)。

### 1.3 作業研究之影響

近年來，作業研究對於組織管理的影響與日俱增。其應用之數量與種類不斷遽增，且無減緩的跡象。事實上，除電算機外，其影響似無其他可與之匹敵。

第二次世界大戰期間，英、美軍事當局應用作業研究，十分成功，戰後仍在各領導階層設立作業研究小組進行研究工作。因此，目前有大量的「軍事作業研究家」將作業研究方法應用於國防問題，其工作有如規劃武器系統的需要與戰術應用，以及有關戰力的分配與統合等較大問題。採用的方法涉及政治科學、數學、經濟學、機率理論與統計學，各種觀念都頗為深入。

目前，作業研究在其他各種組織亦廣為應用，工商業也不例外。世界上上打的最大公司與為數不少的小工業機構幾乎都有績優的作業研究單位，有些工業如飛機