

V412.4

18-1

# 航天再入飞行力学

严 重 中 编译



南京航空学院

1989.5.

# 航天再入飞行力学

严 重 中 编译



30895270

南京航空学院

## 内 容 简 介

本书阐述了远程高超音速飞行器在大气层外飞行和再入行星大气时所碰到的基本物理现象，提供了各种经典的和现代的再入轨迹理论及其比较分析。

全书共十八章。主要内容包括，前五章：行星大气和空气动力，大气层外飞行和动力段的运动方程及轨迹；第六章～十二章：平面再入行星大气的经典理论：一级解，洛乌二级理论，耶鲁雪夫斯基理论，查普曼理论。空气动力加热，再入走廊；第十三章～十四章：三维再入轨迹的联合理论；第十五～十八章：轨道收缩，升力调节和侧向机动。

本书主要用作为教科书。可作为高等航空院校飞行力学及有关专业的高年级学生的选修课教材和研究生课程用书。亦可供从事航天飞机等高超音速飞行器的设计人员和飞行力学工作的科技人员参考。

## 航 天 再 入 飞 行 力 学

严 重 中 编 译

\*  
南 京 航 空 学 院 出 版

南 京 航 空 学 院 印 刷 厂 印 装

开本：787×1092毫米 字数：383千字

1989年5月第1版 1989年5月第一次印刷

## 前　　言

本书系根据美国密西根大学符音，科罗拉多大学布斯曼和科尔普三教授合著“*Hypersonic and Planetary Entry Flight Mechanics, by Vinh, Busemann, Culp, 1980*”编译而成。

原著是飞行器轨道力学和大气飞行力学的完善结合。以它作为研究工具，参考书和教科书是很有价值的。对于原著中的若干明显错误，已予修正。

鉴于各种原因，本书中难免有错误或不当之处，敬请读者批评指正。

编译者于南京

1989. 4

## 目 录

第一章 行星大气和空气动力	1
1 - 1 引言	1
1 - 2 基本假设	1
1 - 2. 1 球形对称假设	1
1 - 2. 2 非旋转大气假设	2
1 - 2. 3 指数大气假设	3
1 - 3 地球大气	4
1 - 4 高超音速流动	8
1 - 5 牛顿流动	9
1 - 6 阻力极线	10
1 - 7 布斯曼 (Busemann) 公式	12
参考文献	13
第二章 球形行星上空的飞行方程	15
2 - 1 引言	15
2 - 2 相对角运动	15
2 - 3 基本运动方程	16
参考文献	22
✓第三章 大气层外飞行的性能	23
3 - 1 引言	23
3 - 2 轨迹方程	24
3 - 3 轨迹的特征值	25
3 - 4 沿轨道的飞行时间	29
3 - 5 以初始条件表示的轨道要素	32
3 - 6 最小能量轨道	33
3 - 7 初始条件变化对再入要素的影响	37
参考文献	41
第四章 动力段	42
4 - 1 引言	42

4 - 2 运动方程	4 2
4 - 3 常航迹角的上升轨迹	4 7
4 - 4 最优分级	5 0
4 - 4. 1 所有推进系统相似	5 2
4 - 4. 2 所有级使用的推进剂相同	5 3
4 - 4. 3 所有级的结构比相同	5 4
参考文献	5 4
 第五章 返回大气	5 5
5 - 1 引言	5 5
5 - 2 给定再入速度的下降轨迹	5 6
5 - 3 给定速度再入的最小脉冲	6 0
5 - 4 给定再入角的下降轨迹	6 3
5 - 5 给定角度再入的最小脉冲	6 6
5 - 6 给定再入位置的下降轨迹	6 9
5 - 7 给定位置再入的最小脉冲	7 1
参考文献	7 3
 第六章 平面再入轨迹的基本方程	7 4
6 - 1 引言	7 4
6 - 2 在相位空间的轨迹的能量讨论	7 4
6 - 3 基本方程	7 8
参考文献	7 9
 第七章 行星再入一级解分析	8 0
7 - 1 引言	8 0
7 - 2 小航迹角下滑再入	8 1
7 - 3 中等和大航迹角下滑再入	8 3
7 - 4 大航迹角弹道再入	8 6
7 - 4. 1 忽略重力分析	8 6
7 - 4. 2 计入重力分析	8 8
7 - 5 跳跃再入	9 0
参考文献	9 3
 第八章 再入轨迹的洛乌 ( Loh ) 二级理论	9 4
8 - 1 引言	9 4

8 - 2 再入联合解	95
8 - 3 再入二级解	96
8 - 4 二级解归结为一级解	97
8 - 4. 1 小航迹角下滑再入	98
8 - 4. 2 中等和大航迹角下滑再入	99
8 - 4. 3 大航迹角弹道再入	100
8 - 4. 4 大航迹角跳跃再入	100
参考文献	101
 第九章 空气动力加热	 102
9 - 1 引言	102
9 - 2 进入飞行器的热流	103
9 - 3 无量纲变量	105
9 - 4 弹道飞行器再入	106
9 - 5 下滑飞行器再入	108
9 - 6 跳跃飞行器再入	109
9 - 7 高超音速飞行器性能比较分析	111
参考文献	113
 第十章 再入行星大气的耶鲁雪夫斯基 (Yaroshevskii) 理论	 115
10 - 1 引言	115
10 - 2 再入轨迹的二阶非线性微分方程	115
10 - 3 常升阻比大气再入	118
10 - 4 基本非线性微分方程的级数解	120
10 - 4. 1 从人造卫星轨道的弹道衰减	120
10 - 4. 2 具有不同初始航迹角的弹道再入	121
10 - 4. 3 从圆速度的升力再入	126
10 - 4. 4 下滑轨迹	128
参考文献	130
 第十一章 再入行星大气的查普曼 (Chapman) 理论	 131
11 - 1 引言	131
11 - 2 非线性微分方程推导	131
11 - 3 $\bar{Z}$ 函数和相关的量	134
11 - 4 某些近似解析解	137
11 - 4. 1 耶鲁雪夫斯基解	138

1 1 - 4。2 弹道再入解	138
1 1 - 4。3 下滑再入解	139
1 1 - 4。4 跳跃轨迹解	139
1 1 - 5 数值结果	139
1 1 - 5。1 各种升阻比下从衰减轨道的再入	139
1 1 - 5。2 具有各种初始航迹角的从圆速度的弹道再入	140
1 1 - 5。3 具有各种初始航迹角的从圆速度的升力再入	141
1 1 - 5。4 从超圆速度再入	143
1 1 - 6 升力对再入的影响	144
1 1 - 6。1 升力对减速速度的影响	145
1 1 - 6。2 升力对加热速率的影响	146
1 1 - 6。3 初始航迹角的影响	147
参考文献	150
 第十二章 再入走廊	152
1 2 - 1 引言	152
1 2 - 2 基本微分方程	154
1 2 - 3 近拱点参数	155
1 2 - 4 查普曼的再入走廊结果	158
1 2 - 5 空气动力升力对走廊边界的影响	161
1 2 - 5。1 走廊上边界随升力的变化	162
1 2 - 5。2 走廊下边界随升力的变化	164
参考文献	166
 第十三章 再入行星大气的联合理论	167
1 3 - 1 引言	167
1 3 - 2 三维再入轨迹的通用方程	168
1 3 - 3 归结为经典解	171
1 3 - 3。1 开普勒 (Kep ler) 解	171
1 3 - 3。2 查普曼方程	174
1 3 - 3。3 耶鲁雪夫斯基方程	176
1 3 - 3。4 洛乌二级解	176
1 3 - 4 数值结果	178
1 3 - 5 再入走廊	181
1 3 - 5。1 再入点的确定	181
1 3 - 5。2 具有几个通道的轨迹	182

1 3 - 5 . 3	查普曼的近拱点参数 $F_p$	183
1 3 - 5 . 4	再入走廊	185
参考文献		187
<b>0 第十四章</b>	<b>利用直接拟配渐近展开式求解精确方程</b>	<b>188</b>
1 4 - 1	引言	188
1 4 - 2	无量纲运动方程	188
1 4 - 3	利用直接拟配渐近展开式的积分	192
1 4 - 3 . 1	外层展开式(开普勒区域)	192
1 4 - 3 . 2	内层展开式(空气动力一主要的区域)	192
1 4 - 3 . 3	渐近拟配和复合展开式	193
1 4 - 3 . 4	平面情况的解	196
1 4 - 4	应用	197
参考文献		202
<b>0 第十五章</b>	<b>大气阻力引起的轨道收缩</b>	<b>203</b>
1 5 - 1	引言	203
1 5 - 2	作用在轨道上的人造卫星的力	203
1 5 - 3	运动方程	205
1 5 - 4	振动方程	208
1 5 - 5	轨道衰减	210
1 5 - 5 . 1	平均方程	210
1 5 - 5 . 2	利用朴阴卡勒(Poincar'e)小参数法的积分	213
1 5 - 5 . 3	轨道要素的显式公式	216
1 5 - 5 . 4	轨道收缩	219
1 5 - 5 . 5	高偏心率的轨道收缩	221
1 5 - 6	人造卫星的工作寿命	222
参考文献		229
<b>第十六章</b>	<b>升力调节飞行</b>	<b>230</b>
1 6 - 1	引言	230
1 6 - 2	阻力极线	230
1 6 - 3	具有变化升力系数和倾斜角的联合方程	233
1 6 - 4	相位空间的轨迹	234
1 6 - 4 . 1	常航迹角飞行	235
1 6 - 4 . 2	常下降率飞行	235

16-4。3	常速度飞行	236
16-4。4	常动压飞行	236
16-4。5	常加热速率飞行	237
16-5	承受状态变量约束的飞行	237
参考文献		241
<b>第十七章 具有速度和航迹角约束的升力调节</b>		<b>242</b>
17-1	状态方程和约束方程	242
17-2	常航迹角飞行	243
17-2。1	升力控制规律	243
17-2。2	特性曲线	244
17-2。3	轨迹的特性	247
17-2。4	迎角的变化	248
17-2。5	动压的变化	253
17-3	平面地球变换	253
17-4	常下沉速度飞行	254
17-4。1	升力控制规律	255
17-4。2	在( $\gamma$ , $\lambda$ )空间飞行的区域	255
17-4。3	很高下沉速度的下滑	258
17-4。4	高下沉速度的下滑	258
17-4。5	低下沉速度的下滑	259
17-5	结论	260
参考文献		261
<b>第十八章 侧向机动</b>		<b>262</b>
18-1	引言	262
18-2	平衡下滑条件	263
18-3	最大侧向航程	264
18-4	再入飞行器的着陆点	270
参考文献		272

# 第一章 行星大气和空气动力

## 1-1 引言

为了研究空气动力对在轨道速度下的轨迹的影响，必须构作飞行所穿过的行星大气的模型。由于作用在轨道上的再入飞行器的空气动力的特性，只需要考虑行星表面附近很薄的一层大气。对于这一较低的大气范围，构作模型较为简单和方便。

在空气动力计算中，很多太复杂的行星大气观点没有意义。例如，虽然大气是由多种气体的混合物组成的，但它可处理为在整个空气动力影响显著的高度范围内组成不变的均匀气体。

事实上，就大气对航天飞机的影响来说，它的最主要特征是密度。因为气体经过飞行器的弓形激波之后的离解作用之故，大气的特定组成对飞行器的气动加热有重要影响，但在本书中计及这个因素的处理方式非常简单。一旦确定了气动热的特定参考值，则其他的值是按比例的。

大气组成对空气动力的影响是忽略不计的。因此，在构作大气模型时关心的问题将是方便和精确地表示密度。

## 1-2 基本假设

有若干重要假设可相对于任何行星大气作出。这些假设考虑的目标是提供一解析表达式，有助于容易处理但同时保持合理的精度。为了高的精度，诸如文献 1 的密度表和文献 2 及 3 的讨论的详细模型可用于特定的数值情况。

### 1-2.1 球形对称假设

在解析的大气模型中，最大的简化在于假设，大气密度仅仅是离开行星中心的距离  $r$  的函数——球形对称假设。实际上，更好的假设是密度只是高度的函数。如果行星的表面为球面，那么这些假设是相同的。但是，所有行星的基本图形为一扁球体，它沿任一子午线都是椭圆横剖面。例如，地球的椭圆度，这个横剖面椭圆的偏心率是 0.00335，见表 1-1。

大气的这一扁率是最大的偏离球形对称。然而，这个假设的分析上的极大优点证明，在精度上的这一惩罚是合算的。这个缺点在必要时很容易修正。球形对称模型大气表示为行星平均球体之上的高度的函数。于是，这一相同的密度变化用作为行星基本扁球体之上的高度的函数。

这几乎相当于假设球面上的密度是常数，该球体具有如行星相同的椭圆度，和类似方位。例如，对于地球，如果在 300 公里高度的密度以此方式与表面球体相联系，则它将偏离相似的球体约小于 1 公里（在两极是高的，反之在赤道则低）。

对于具有小椭圆度的行星，参考球体可以方便地用误差  $\epsilon^2$  进行近似。

$$r = r_E (1 - \epsilon \sin^2 \phi) \quad (1-1)$$

式中  $r_E$  是赤道半径， $\epsilon$  是椭圆度，而  $\phi$  是纬度。

对于特定情况，大气的扁率可以用这一方式计入。然而，引入了严重的复杂化，并且总的结果是难理解的。这一研究可参阅文献 4。

偏离球形对称的另一个来源是大气对太阳活动的反作用。在极高的高度下，密度随着太阳的辐射而急剧地增加。这表明能以几种方式上升——由于地球绕太阳旋转带来的大气密度白天时的峰值，由于夏天的北方和南方带来的季节性的密度增加。由于相应于在太阳旋转表面上的特殊的太阳耀斑的 27 天周期和相应于 11 年的太阳黑子周期的长周期变化。

在低于 250 公里高度下降时，这些影响只做了很少研究。因为只有低于约 150 公里时，空气动力才有短期的重要性，除了研究高空人造卫星的缓慢衰减之外，这些影响是忽略不计的。

### 1-2.2 非旋转大气假设

空间飞行器所接触的大气不是固定不动的，而是随行星旋转。对于地球和火星，只有在低高度，很接近地面时，空气动力有中等程度的影响。在这些高度，大气以近似行星的角速度旋转。金星的大气密度较大，具有较大的有效厚度，但是它的角速度几乎为零，因而大气的旋转是很小的。只是在容易达到的行星，木星和土星上，具有它们的奇异的旋转速度，紊流大气且缺乏清晰的表面，旋转大气应受到特殊处理。由大气旋转所贡献的经过飞行器的大气速度占总的速度的小百分数，如表 1-1。

例如，对于地球，在赤道所遇到的大气的最大旋转速度大约为在低高度时圆轨道速度的百分之六。因此，由于大气旋转带来的空气动力的最大值约为由于飞行器速度带来的空气动力的百分之十二。在大多数情况下，它远小于此。

用解析方法处理这一影响是可能的。然而，正如大气的扁率一样，旋转的影响始终取决于飞行器的纬度。除此外，它还强烈地取决于轨道对赤道的倾斜度。在分析研究中考虑这一细节会比揭示一般的趋势和影响更难于理解。

在文献 4 里很好地示出这一处理的实例。然而，该影响是如此轻微以致于它们可以通过飞行器的升力和阻力系数的微小变化予以计入。的确，在这些系数中的误差可能已经超过由忽略大气旋转所引起的误差。

由于所有这些原因，通常假设非旋转大气。该假设无疑是合理的。

表 1-1 大气的扁率和旋转对空气动力的相对影响

	基本球体的 椭圆度, $\epsilon$	表面旋转速度
		在表面的圆轨道速度 $v_1$
金星	0.0000	0%
地球	0.0034	6%
火星	0.0052	7%
木星	0.062	30%
土星	0.096	40%

1-2.3 指数大气假设 经常做的，大大简化大气分析的一个有效假设是，大气密度随高度呈指数形式减小。这个假设的若干细微差异值得研究。

有两个基本方程支配密度和高度的关系。第一个是熟悉的大气状态方程，它将压力  $p$ ，密度  $\rho$  和温度  $T$  联系起来。

$$p = \rho \frac{R^*}{M} T \quad (1-2)$$

式中  $R^*$  是宇宙气体常数， $8.31439 \times 10^3$  焦耳／公斤 ${}^{\circ}\text{K}$ ，而  $M$  是大气的平均分子重量。第二个基本方程表示，当高度变化时，压力的变化率必须等于所支持的大气增加的重量

$$dp = -\rho g dr \quad (1-3)$$

式中  $g$  是重力加速度。

由状态方程得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} \quad (1-4)$$

此式与方程 (1-3) 组合，给出

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\left[\frac{gM}{R^*T} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dr}\right] dr \quad (1-5)$$

这一方程可以改写为

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\beta dr \quad (1-6)$$

这里， $\beta$  定义为在方程 (1-5) 中的括号项，是标高的倒数。

此处，考虑了相应于  $\beta$  的不同假设的几个特殊的密度大气类型。

a) 当地的指数大气。

如果在某些小高度区间，系数  $\beta$  可认为是常数，则积分的密度函数是

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\beta(r - r_0)} \quad (1-7)$$

由此见， $1/\beta$  符号作为标高是显然的。系数  $\beta$  在初始点或参考点（由脚注 0 标志）估算。  
b) 严格的指数大气

如果认为  $\beta$  在整个大气都是常数，那么方程 (1-7) 对所有  $r$  均成立。在此情况参考基准普通取行星表面。

c) 等温大气

如果认为在整个大气的高度区间温度为常数， $dT/dr = 0$ ，因而  $\beta$  由下式给出：

$$\beta = \frac{g M}{R * T} \quad (1-8)$$

因此，对于平方反比的重力场

$$g = g_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \quad (1-9)$$

在等温大气中，量值  $\beta r^2$  为常数。此外，密度由指数函数——方程 (1-7) 给出。

? d)  $\beta r$  一常数大气

在若干再入大气的研究中（文献 5, 6），考虑无量纲量  $\beta r$  为常数是方便的。对于所有行星，这是一个大量，通常的量级为 1000，表 1-2。既然是这样，引入方程 (1-6) 的差别是附加的，量级为  $1/\beta r$ 。因此，当考虑  $\beta r$  为常数时，指数大气可以保持。

对于地球，高度低于 120 公里的标高保持在约 5 公里和 14 公里之间，具有加权平均值约 7.1 公里。量值  $\beta r$  从 750 变化至 1300，具有加权平均值 900。

表 1-2 行星的标高

	平均标高， $= 1/\beta$	平均 $\beta r$
金星	6 - 15 公里	500 - 900
地球	7.1 公里	900
火星	10.6 公里	350
木星	25 公里？	3000？

### 1-3 地球大气

当然，主要的兴趣必须集中于地球大气。为了能对接触地球大气的轨道的轨迹进行分析研究，必须有一个简单的但是精确的密度与  $r$  的关系的表达式。可应用如文献 1 的那些详表或多项式，利用高速计算机做特定情况的数值计算。对于特定飞行器的详细的计算，这样的途径是有价值的。然而，由这些文献得到完全的地球大气知识，可用来产生更便于使用的函数。尤其是，如文献 7，产生分段的指数函数是方便的。

通过考虑标高  $H \equiv 1/\beta$  和分子标温  $T_M$  变化对密度的影响，可得到精确的密度函数。

分子标温同时计及了温度和分子重量随高度的变化。

$$T_M \equiv \frac{T}{M} M_0 \quad (1-10)$$

文献 1 的标准大气表明，在高度为 5.4 公里和 30.0 公里之间（空气动力影响轨道的有兴趣的范围），标高 H 和分子标温  $T_M$  均可用分段线性函数代表，图 1-1。

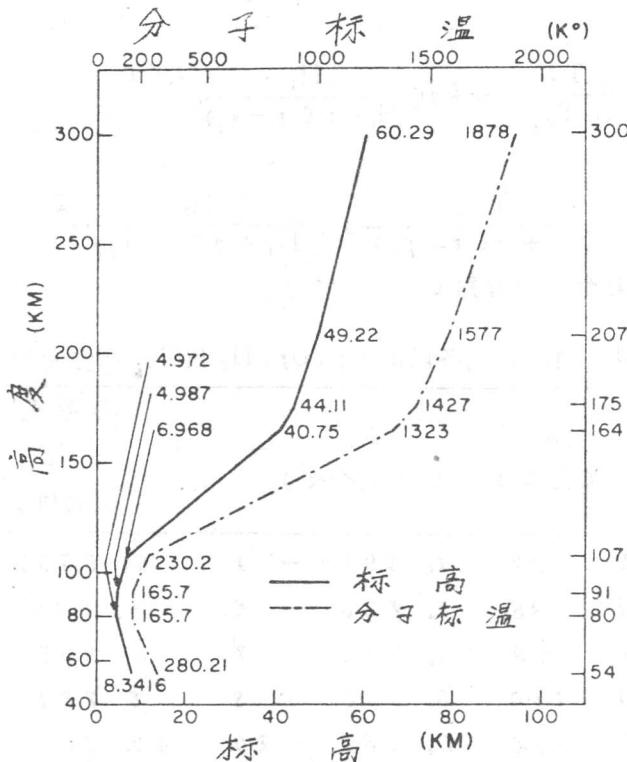


图 1-1 标高和分子标温随高度的变化。  
图中注明各段的端点值。

在七个分段线性段的每段，标高可写为：

$$H \equiv \frac{1}{\beta} = H_i + a(r - r_i) \quad (1-11)$$

而分子标温为

$$T_M = T_{Mi} + b(r - r_i) \quad (1-12)$$

这里，脚注  $i$  标明对于所考虑这段的某参考点的值。参考点是这样选择的，密度表达式与 1959 ARDC 模型大气（文献 1）的偏差为最小。

表 1-3 和表 1-4 给出七段和每段的常数。常数  $a$  是无量纲的，常数  $b$  具有量纲  $^{\circ}\text{K}/\text{公里}$ 。如果高于平均海平面的高度为  $h$ ，那么方程 (1-11) 和 (1-12) 中的径向距离  $r$  和  $r_i$  可用  $h$  和  $h_i$  取代，这里  $h_i$  是给定段的参考高度。

从状态方程 (1-2) 和定义标高的方程 (1-6)，可见

$$\frac{1}{H} = \beta = -\frac{d}{dr}(\ln p) \quad (1-13)$$

由状态方程微分  $p$  的对数，利用  $H$  和  $T_M$  的定义并假设  $H$  呈线性特性——方程 (1-11)，则给出

$$d \ln(\rho T_M) = -\frac{dr}{H_i + a(r - r_i)} \quad (1-14)$$

积分此式，给出

$$\ln\left(\frac{\rho T_M}{\rho_i T_{M_i}}\right) = \ln\left[\frac{H_i}{H_i + a(r - r_i)}\right]^{1/a} \quad (1-15)$$

或者换个说法

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left[\frac{T_{M_i}}{T_{M_i} + b(r - r_i)}\right] \left[\frac{H_i}{H_i + a(r - r_i)}\right]^{1/a} \quad (1-16)$$

这里，假设  $T_M$  为线性特性——方程 (1-12)。

表 1-3 地球大气各段的  $h_i$ ,  $\rho_i$ ,  $H_i$  和  $T_{M_i}$  的参考值

段	高 度 范围(公里)	$h_i$ (公里)	$\rho_i$ (公斤/米 <sup>3</sup> )	参 考 值		$T_{M_i}$ (°K)
				$H_i$ (公里)		
1	54 ~ 80	67	1.4975	—4	6.6597	222.8
2	80 ~ 91	85	7.726	—6	4.979	165.7
3	91 ~ 107	99	4.504	—7	5.905	195.6
4	107 ~ 164	110	5.930	—8	8.731	288.2
5	164 ~ 175	170	7.932	—10	4.262	1381.
6	175 ~ 207	190	4.680	—10	4.651	1498.
7	207 ~ 300	254	1.149	—10	5.478	1730.

表 1-4 地球大气各段的常数值  $a$  和  $b$

段	温 度 范 围 (公里)	常 数 $a$	$b$ , °K/公里
1	54 ~ 80	-0.1296385	-4.044231
2	80 ~ 91	0.1545455	0.0
3	91 ~ 107	0.1189286	3.878571
4	107 ~ 164	0.5925240	19.17964
5	164 ~ 175	0.3054545	9.454545
6	175 ~ 207	0.1596875	4.687500
7	207 ~ 300	0.1190323	3.236559

引入两个无量纲参数  $\delta_H$  和  $\delta_{T_M}$ ，而地球平均半径为  $r_e$ ，

$$\delta_H \equiv \frac{a}{H_i} r_e \quad \delta_{T_M} \equiv \frac{b}{T_{M_i}} r_e \quad (1-17)$$

我们得到计入标高和分子标温的变化的基本的密度方程：

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left[ \frac{1}{1 + \delta_{T_M} \left( \frac{r - r_i}{r_e} \right)} \right] \left[ \frac{1}{1 + \delta_H \left( \frac{r - r_i}{r_e} \right)} \right]^{1/a} \quad (1-18)$$

表 1-5 给出七段的  $\delta_H$  和  $\delta_{T_M}$  值。

表 1-5 地球大气的无量纲参数  $\delta_H$  和  $\delta_{T_M}$  (文献 7 )

段	$\delta_H$	$\delta_{T_M}$
1	124.1549	126.0780
2	1.9797	0.0000
3	128.4549	126.4670
4	432.8391	424.4544
5	45.7107	43.6648
6	21.8982	19.9577
7	13.8588	11.9322

注意到在七段中的  $\delta_H$  和  $\delta_{T_M}$  近似相等，因而可作出重要简化。在方程 (1-18) 中置  $\delta_{T_M}$  等于  $\delta_H$ ，给出

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left[ \frac{1}{1 + \delta_H \left( \frac{r - r_i}{r_e} \right)} \right]^{\frac{1+a}{a}} \quad (1-19)$$

利用方程 (1-11)，此式可改写为

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left[ \frac{H_i}{H} \right]^{\frac{1+a}{a}} \quad (1-20)$$

这是文献 8，别立克 (Billick) 的幂函数密度关系，表明它是更一般的密度表达式——方程 (1-18) 的特殊情况。

方程 (1-18) 和 (1-19) 及表 1-5 的常数，与 1959 ARDC 模型大气相比较所产生的最大的百分数偏差，在表 1-6 给出。