В. Т. ВОДНЕВ
А. Ф. НАУМОВИЧ
Н. Ф. НАУМОВИЧ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
6	15 снизу	$\Gamma A,\ \overline{A}$	$\neg A,\ \overline{A}$
87	1 снизу	произведений	производной
182	1 сверху	$\int\limits_{x_0}^{x} f(t)\exp\left(-\int\limits_{x_0}^{t} a(\tau)\times\right.$ $\left.\times\, d\tau\right) dt$	$\exp\left(-\int\limits_{x_0}^{x} a(t)\,dt\right)\times$ $\times\int\limits_{x_0}^{x} f(t)\exp\left(\int\limits_{x_0}^{t} a(\tau)\,d\tau\right)dt$
186	1 сверху	$x\overline{\forall}\in V$	$\forall\overline{x}\in V$
268	1 снизу	F'_x и F'	F'_x и F'_y
281	4 снизу	$\alpha_{1\alpha_1}a_{2\alpha_2}\ \dots\ \alpha_{n\alpha_n}$	$a_{1\alpha_1}a_{2\alpha_2}\ \dots\ a_{n\alpha_n}$
339	1 снизу	$\operatorname{ctg} 2\alpha=\frac{a_{11}-a_{22}}{}$	$\operatorname{ctg} 2\alpha=\frac{a_{11}-a_{22}}{2a_{12}}$
368	8 сверху	$A_j=\frac{P(b_j)}{Q'(b)}$	$A_j=\frac{P(b_j)}{Q'(b_j)}$
368	10 сверху	**ВЕССЕЛЯ**	**БЕССЕЛЯ**
382	3 сверху	$r=\dots;\ R=\dots$	$R=\dots;\ \frac{1}{r}=\dots$
396	3 снизу	$\int\limits_0^z$	$\int\limits_0^x$
412	14 снизу	$-\xi_{tn_{-1}}$	$-\xi_{t_{n-1}}$
518	4 сверху	$r_1r_2e^{i\varphi_1+\varphi_2}$	$r_1r_2e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$
519	13 снизу	… $(\varphi_m(x))\,L^m$, то многочлены $(\varphi_i(x))\,L_i$	… $(\varphi_m(x))^{\alpha_m}$, то многочлены $(\varphi_i(x))^{\alpha_i}$

В. Т. ВОДНЕВ,
А. Ф. НАУМОВИЧ,
Н. Ф. НАУМОВИЧ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Общая часть

Под редакцией профессора
Ю. С. Богданова

МИНСК
«ВЫШЭЙШАЯ ШКОЛА»
1984

ББК 22.1я2
В62
УДК 51(038)

Воднев В. Т. и др.
В62 Математический словарь высшей школы: Общ. часть/В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович; Под ред. Ю. С. Богданова.— Мн.: Выш. шк., 1984.—527 с., ил.
В пер.: 2 р.

В книге содержится описание математических понятий и терминов, используемых в высших учебных заведениях, и устанавливается их связь с соответствующими понятиями из курса средней школы.

Для студентов вузов, инженеров и техников, учащихся техникумов и старших классов общеобразовательных школ, а также лиц, занимающихся математическим самообразованием.

В $\frac{1702000000-159}{М304(05)-84}$ 26—83 ББК 22.1я2

ПРЕДИСЛОВИЕ

В условиях быстрого развития науки и техники все возрастающее значение приобретает подготовка специалистов высокой квалификации в области фундаментальных наук, в том числе математики. Повышение требований к преподаванию математики в высших учебных заведениях выражается прежде всего в углублении содержания и прикладной направленности учебных математических дисциплин. Тенденции, характеризующие прогресс преподавания, нашли полное отражение в программе курса «Высшая математика» (510 учебных часов), утвержденной Учебно-методическим управлением по высшему образованию Минвуза СССР в 1979 г. Решающее значение для успешного внедрения и использования программы имеет издание Я. С. Бугровым и С. М. Никольским цикла учебников и задачника, написанных (впервые в вузовской практике!) в строгом соответствии с типовой программой.

Опыт работы по указанной программе, изученный Методическим объединением преподавателей математики вузов БССР, показывает, что для успешного проведения учебных занятий по математике заметную пользу приносит применение вспомогательных учебных средств, прежде всего справочников. Настоящий словарь и является одним из таких справочников, разработанных на кафедре высшей математики факультета прикладной математики Белорусского государственного университета им. В. И. Ленина. Основная задача словаря состоит в конспективном описании математических понятий, используемых в действующей типовой программе по математике для вузов, а также вспомогательных терминов, служащих для обеспечения логической связи основных понятий и преемственности преподавания математики на всех уровнях обучения. По содержанию и построению словарь является логическим продолжением книги В. Т. Воднева и А. Ф. Наумовича «Математический словарь средней школы» (изд. 2-е, Мн.: БГУ, 1978) и органически связан с книгой авторов настоящего словаря «Основные математические формулы» (Мн.: Выш. школа, 1980).

Статьи в словаре расположены в алфавитном порядке. Многосложные термины в отличие от энциклопедических изданий даны в «естественном» расположении, например Теорема Остроградского, а не Остроградского теорема.

Название каждой статьи дано жирным **ПРОПИСНЫМ** шрифтом; в отдельных случаях продолжение названия статьи дается в р а з р я д к у.

Если термин повторяется в тексте, слова, составляющие его, обозначаются начальными буквами, первая из которых заглавная, например Аргумент комплексного числа — А. к. ч. При интерпретации ряда терминов и понятий имеются ссылки на другие статьи, из которых можно получить дополнительную информацию. Ссылка на другие статьи выделяется *курсивом.* Если не оговорено противное, в тексте используется декартова прямоугольная система координат. Библиография в конце словаря содержит только те книги, которые цитируются в тексте.

Авторы выражают благодарность доцентам А. И. Калинину, В. Т. Ерофеенко и старшему преподавателю И. С. Щукиной за ряд ценных советов, высказанных в процессе написания книги.

Все отзывы, пожелания, предложения просим присылать по адресу: 220048, Минск, проспект Машерова, 11, издательство «Вышэйшая школа».

Авторы

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\mathbf{N}$ — множество натуральных чисел;
$\mathbf{Z}$ — множество целых чисел;
$\mathbf{R}$ — множество действительных чисел, числовая прямая;
$\mathbf{R}_+$ — множество действительных положительных чисел;
$\mathbf{R}^n$ — арифметическое действительное n-мерное пространство, евклидово n-мерное пространство;
$\mathbf{Q}$ — множество рациональных чисел;
$\mathbf{C}$ — множество комплексных чисел;
$\mathbf{C}^n$ — арифметическое комплексное n-мерное пространство;
$\{a, b, c, \ldots\}$ — множество, состоящее из элементов a, b, $c, \ldots$;
$\varnothing$ — пустое множество;
$[a, b]$ — замкнутый промежуток (отрезок, сегмент, числовой отрезок) с началом a и концом b, $a < b$;
$]a, b[$ — открытый промежуток (интервал, открытый числовой отрезок) с началом a и концом b, $a < b$;
$[a, b[$ — полуоткрытый промежуток с началом a и концом b, $a < b$ (полуинтервал; числовой отрезок, открытый справа);
$]a, b]$ — полуоткрытый промежуток с началом a и концом b, $a < b$ (полуинтервал; числовой отрезок, открытый слева);
$|a, b|$ — промежуток с началом a и концом b, $a < b$;
$[a, +\infty[$,
$]-\infty, a]$ — бесконечные промежутки (числовые лучи);
$]a, +\infty[$,
$]-\infty, a[$ — бесконечные промежутки (открытые числовые лучи);
$]-\infty, +\infty[$ — числовая прямая, $\mathbf{R}$;
$U(a)$ — окрестность точки a;

$\dot{U}(a)$ — проколотая окрестность точки a;
$\in$ — знак принадлежности множеству;
$\notin$ — знак непринадлежности множеству;
$\{x \mid x \in P\}$ — множество элементов x, удовлетворяющих условию P;
$\cap$ — знак пересечения множеств;
$\cup$ — знак объединения множеств;
$\setminus$ — знак разности множеств ($A \setminus B$);
$\subset$ — знак включения;
$\max X$ — наибольший (максимальный) элемент множества X;
$\min X$ — наименьший (минимальный) элемент множества X;
$\inf X$ — точная нижняя грань множества X;
$\sup X$ — точная верхняя грань множества X;
$\overline{D}$ — замыкание множества D (в теории множеств); событие, противоположное событию D (в теории вероятностей); отрицание высказывания D (в логике);
C_n^m — число сочетаний из n элементов по m; биномиальный коэффициент;
$n!$ — n-факториал: произведение целых чисел от 1 до n;
$\forall$ — квантор общности;
$\exists$ — квантор существования;
$\Rightarrow$ — знак логического следования;
$\Leftrightarrow$ — знак равносильности (эквивалентности);
$\neg A$, $\overline{A}$ — отрицание высказывания A;
$x \to a$ — x стремится к a;
$\lim$ — предел;
$|a|$, $\mathrm{mod}\, a$ — модуль числа a;
i — мнимая единица, $i^2 = -1$;
$\mathrm{Re}\, z$ — действительная часть комплексного числа z;
$\mathrm{Im}\, z$ — мнимая часть комплексного числа z;
$\overline{z}$ — число, сопряженное комплексному числу z;
$\mathrm{Arg}\, z$ — аргумент комплексного числа z;
$\arg z$ — главное значение аргумента комплексного числа z;
$\mathrm{res}_{z=z_0} f(z)$ — вычет функции $f(z)$ в точке z_0;
$f: X \to Y$ — функция f, отображающая множество X в множество Y;
$D(f)$ — множество задания функции f (область определения);
$E(f)$ — множество значений функции f;
Γ_f — график функции f;

$e=2{,}71828\ldots$ — натуральное основание;

$\exp(x)$ — экспонента, то же, что e^x;

$\log_a$ — логарифм с основанием a;

$\lg$ — десятичный логарифм;

$\ln$ — натуральный логарифм (с основанием e);

Ln — многозначный натуральный логарифм в комплексной области;

sh — гиперболический синус;

ch — гиперболический косинус;

th — гиперболический тангенс;

cth — гиперболический котангенс;

sgn — функция сигнум: $\mathrm{sgn}\,x=1$ при $x>0$, $\mathrm{sgn}\,x=-1$ при $x<0$, $\mathrm{sgn}\,0=0$;

$\circ$, $*$ — знаки композиции отображений (функций);

φ^{-1} — функция, обратная к функции φ;

$x|_{t=t_0}$ — значение x при $t=t_0$, т.е. $x(t_0)$;

$\min\limits_X f$, $\min\limits_{x\in X} f(x)$ — наименьшее значение функции f на множестве X;

$\max\limits_X f$, $\max\limits_{x\in X} f(x)$ — наибольшее значение функции f на множестве X;

$\inf\limits_X f$, $\inf\limits_{x\in X} f(x)$ — точная нижняя грань множества значений функции f на множестве X;

$\sup\limits_X f$, $\sup\limits_{x\in X} f(x)$ — точная верхняя грань множества значений функции f на множестве X;

Δf — приращение функции f;

$\lim\limits_{x\to a\pm 0} f(x)=f(a\pm 0)$ — односторонние пределы функции f в точке a;

$\sim$ — символ эквивалентности функций;

$O(x)$, $o(x)$ — символы Ландау (см. *Сравнение функций*);

$'$(штрих) — знак дифференцирования;

df — дифференциал функции f;

d^nf — дифференциал порядка n функции f;

$\partial f/\partial x$, f'_x — частная производная первого порядка функции f по переменной x;

$\int$ — знак интеграла;
$F(x)\big|_a^b$ — приращение функции F, равное $F(b)-F(a)$;
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — ортонормированный базис в трехмерном пространстве;
Ox, Oy, Oz — координатные оси;
Oxy, Oyz, Ozx — координатные плоскости;
$\vec{a}$ — вектор;
$\bar{a}$ — вектор как элемент линейного пространства;
$\vec{a}=(x,y,z)$, $\bar{a}=(x,y,z)$ — вектор с координатами x,y,z;
$\vec{a}\cdot\vec{b}$ — скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
$[\vec{a},\vec{b}]$ — векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
$\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$ — смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$;
$\mathrm{div}\,\vec{a}$ — дивергенция векторного поля $\vec{a}$;
$\mathrm{rot}\,\vec{a}$ — ротор векторного поля $\vec{a}$;
$\mathrm{grad}\,u$ — градиент скалярного поля u;
(a_{ij}) — матрица с элементами a_{ij};
$A_{m\times n}$ — матрица A размеров m на n;
A_m — квадратная матрица порядка m;
$\mathrm{rank}\,A$ — ранг матрицы A;
A^T — матрица, транспонированная к матрице A;
$|A|$, $\det A$ — определитель квадратной матрицы A;
A^{-1} — матрица, обратная квадратной невырожденной матрице A;
$\mathrm{Ker}\,f$ — ядро линейного отображения (оператора) f;
$\equiv$ — тождественно равно;
$\approx$ — знак приближенного равенства;
$\|x\|$ — норма элемента x;
Σ — символ суммы;
Π — символ произведения (бесконечного произведения);
$\doteqdot$ — символ соответствия между оригиналом и изображением по Лапласу;
(a_n) — последовательность с n-м членом a_n.

А

АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА, *модуль, действительного числа* a — неотрицательное число (обозначается $|a|$, $\mathrm{mod}\ a$), определяемое следующим образом: если $a \geqslant 0$, то $|a| = a$; если $a < 0$, то $|a| = -a$. Свойства А. в.: $|a| = |-a|$, $|a^2| = |a|^2 = a^2$, $|ab| = |a|\,|b|$, $|a| - |b| \leqslant |a+b| \leqslant |a| + |b|$, $|a| - |b| \leqslant |a-b| \leqslant |a| + |b|$, $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ $(b \neq 0)$. Геометрически А. в. выражает расстояние от начала отсчета до точки координатной прямой, которой соответствует это число.

АБСОЛЮТНАЯ И УСЛОВНАЯ СХОДИМОСТЬ НЕСОБСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ВТОРОГО РОДА. Пусть функция f задана на полуинтервале $[a,\ b[$, не ограничена около точки b и интегрируема в смысле Римана на любом отрезке $[a,\ \eta]$, $a \leqslant \eta < b$. Несобственный интеграл $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ называется абсолютно сходящимся, если сходится интеграл $\int\limits_a^b |f(x)|\,dx$. Если интеграл $\int\limits_a^b |f(x)|\,dx$ расходится, а интеграл $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ сходится, то последний называют *условно* (или неабсолютно) *сходящимся.* Для исследования абсолютной сходимости несобственного интеграла используют признаки сходимости несобственного интеграла от неотрицательных функций (см. *Несобственные интегралы второго рода от неотрицательных функций*). Для исследования интеграла на условную сходимость могут быть привлечены признаки Абеля и Дирихле (см. *Признаки сходимости несобственных интегралов второго рода*).

АБСОЛЮТНАЯ И УСЛОВНАЯ СХОДИМОСТЬ НЕСОБСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ПЕРВОГО РОДА. Пусть функция f задана на полуинтервале $[a, +\infty[$ и интегрируема в смысле Римана на любом промежутке $[a, A]$, $A > a$. Несобственный интеграл $\int\limits_a^{+\infty} f(x)\,dx$ называется абсолютно сходящимся, если сходится интеграл $\int\limits_a^{+\infty} |f(x)|\,dx$. Несобственный интеграл $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ называется *условно* (или неабсолютно) *сходящимся*, если он сходится, а интеграл $\int\limits_a^{+\infty} |f(x)|\,dx$ расходится. Для выявления абсолютной сходимости несобственного интеграла используют признаки сходимости несобственного интеграла от неотрицательных функций (см. *Несобственные интегралы первого рода от неотрицательных функций*). При исследовании интеграла на условную сходимость могут быть использованы признаки Абеля и Дирихле (см. *Признаки сходимости несобственных интегралов первого рода*).

АБСОЛЮТНАЯ И УСЛОВНАЯ СХОДИМОСТЬ ЧИСЛОВЫХ РЯДОВ. Ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ называют абсолютно сходящимся, если сходится ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |a_k|$. Ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ называют *условно* (или неабсолютно) *сходящимся*, если он сходится, а ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |a_k|$ расходится. Если ряд сходится абсолютно, то он сходится. При исследовании абсолютной сходимости ряда используют признаки сходимости рядов с положительными членами (см. *Признаки сравнения для числовых рядов, Степенной признак сходимости числовых рядов, Признак Д'Аламбера сходимости числового ряда, Признак Коши сходимости числового ряда, Интегральный признак сходимости числового ряда*). Если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |a_k|$ расходится, для выявления условной сходимости числового ряда используют более тонкие признаки: *признак Лейбница, признак Абеля, признак Дирихле*.

АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ПРИБЛИЖЕННОГО ЧИСЛА — см. *Погрешность.*

АБСОЛЮТНАЯ СХОДИМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО РЯДА — см. *Функциональный ряд.*

АБСОЛЮТНО ИНТЕГРИРУЕМАЯ ФУНКЦИЯ. Функцию f, заданную на отрезке $[a, b]$, за исключением, может быть, конечного числа точек, называют абсолютно интегрируемой на этом отрезке, если существуют интегралы $\int_a^b f(x)\,dx$ и $\int_a^b |f(x)|\,dx$ (в смысле Римана либо в несобственном смысле). Если функция f имеет только конечное число точек разрыва, то существование интеграла $\int_a^b |f(x)|\,dx$ обеспечивает существование интеграла $\int_a^b f(x)\,dx$. Если f абсолютно интегрируема на $[a, b]$, а φ ограничена и интегрируема на $[a, b]$, то произведение φf абсолютно интегрируемо на $[a, b]$. Подобным образом функцию f, заданную на $[a, +\infty[$ (или $]-\infty, a]$, или $]-\infty, +\infty[$), называют абсолютно интегрируемой на $[a, +\infty[$ ($]-\infty, a]$, $]-\infty, +\infty[$), если сходятся интегралы $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$ и $\int_a^{+\infty} |f(x)|\,dx$ (или же $\int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx$ и $\int_{-\infty}^{a} |f(x)|\,dx$, или $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|\,dx$).

АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА. Случайную величину ξ называют абсолютно непрерывной (иногда просто *непрерывной*), если существует неотрицательная функция $p_\xi(x)$, такая, что при любом x

$$F_\xi(x) = P(\xi < x) = \int_{-\infty}^{x} p_\xi(t)\,dt.$$

Функция $p_\xi(x)$ называется *плотностью вероятности случайной величины* ξ (*плотностью распределения, дифференциальной функцией распределения*). Функцию распределения $F_\xi(x)$ абсолютно непрерывной случайной величины ξ иногда называют ее *интегральной функцией распределения*. Кроме условия неотрицательности, плотность вероятности $p_\xi(x)$ удовлетворяет также условию $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_\xi(x)\,dx = 1$. В точках непрерывности плотности имеем $p_\xi(x) = \dfrac{dF_\xi(x)}{dx}$.

Функция распределения А.н.с.в. непрерывна, и вероятность попадания случайной величины в промежуток с концами a и b равна $F_\xi(b) - F_\xi(a) = \int\limits_a^b p_\xi(x)\,dx$. В частности, для любого a $P(\xi = a) = 0$.

АБСОЛЮТНО НЕПРЕРЫВНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ВЕКТОР — случайный вектор $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$ при условии, что существует неотрицательная функция $p_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n)$, такая, что многомерная функция распределения случайного вектора ξ представима в виде

$$F_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = \int\limits_{-\infty}^{x_1} \ldots \int\limits_{-\infty}^{x_n} p_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(t_1, \ldots, t_n)\,dt_1 \ldots dt_n.$$

Функция $p_{\xi_1,\ldots,\xi_n}(x_1, \ldots, x_n)$ называется *плотностью вероятности* или *плотностью распределения случайного вектора* ξ. Ее также называют *совместной плотностью вероятности случайных величин* $\xi_1, \ldots, \xi_n$. Кроме условия неотрицательности, эта функция удовлетворяет еще условию

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n)\,dx_1 \ldots dx_n = 1.$$

В точках ее непрерывности

$$p_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n) = \frac{\partial^n F_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n)}{\partial x_1 \ldots \partial x_n}.$$

Компоненты ξ_k, $k = 1, \ldots, n$, А. н. с. в. являются абсолютно непрерывными случайными величинами, и их плотности вероятности находятся по формулам

$$p_{\xi_k}(x_k) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n)\,dx_1 \ldots dx_{k-1} dx_{k+1} \ldots dx_n.$$

Вероятность того, что случайный вектор ξ примет значение из некоторой области G пространства $\mathbf{R}^n$, равна

$$P(\xi \in G) = \int \underset{G}{\cdots} \int p_{\xi_1, \ldots, \xi_n}(x_1, \ldots, x_n)\, dx_1 \ldots dx_n.$$

АБСОЛЮТНО СХОДЯЩИЙСЯ РЯД — см. *Числовые ряды с комплексными членами.*

АБСОЛЮТНЫЙ МОМЕНТ k-го ПОРЯДКА СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ — см. *Моменты случайной величины.*

АБСОЛЮТНЫЙ ЭКСТРЕМУМ ФУНКЦИИ — см. *Экстремальные значения функции.*

АБСЦИССА — первая из координат точки в декартовой прямоугольной системе координат на плоскости или в пространстве.

АВТОМОРФИЗМ ЛИНЕЙНОГО ПРОСТРАНСТВА — взаимно однозначный линейный оператор этого пространства.

АВТОНОМНАЯ СИСТЕМА, *стационарная система, дифференциальных уравнений* — частный случай системы дифференциальных уравнений, когда аргумент t системы не входит явным образом в функции, задающие систему. А. с. в нормальной форме имеет вид

$$\frac{dx_k}{dt} = f_k(x_1, \ldots, x_n), k = 1, \ldots, n,$$

или в векторной записи (см. *Векторный вид системы дифференциальных уравнений*)

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{f}(\vec{x}). \qquad (1)$$

Любую систему дифференциальных уравнений можно свести к автономной, введя дополнительную вспомогательную функцию x_{n+1}, заменив ею аргумент системы t там, где он входит явно, и дополнив систему еще одним уравнением $\frac{dx_{n+1}}{dt} = 1$. Такая замена, однако, имеет преимущественно теоретическое значение, так как увеличивает размерность системы с n на $n+1$, что усложняет структуру семейства решений. Если $\vec{x} = \vec{x}(t)$ — решение системы (1), то эта функция остается решением и при сдвиге аргумента. А. с. моделирует автономные процессы, т. е. процессы, не подверженные внешним влияниям, и стационарные процессы, т. е. процессы, установившиеся во времени. Все эти процессы полностью определяются начальными значениями переменных состояния, т. е. $x_1, \ldots, x_n$, и не зависят от выбора начального значения аргумента t (см. *Однородная система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, Однозначная разрешимость задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений, Отклонение решений автономной системы.*)

АКСИАЛЬНЫЙ ВЕКТОР — то же, что *осевой вектор.*

АКСИОМА, *постулат*,— предложение, принимаемое без доказательства. В А. выражены свойства основных понятий, которые являются исходными при построении той или иной математической теории.

АКСИОМА СИММЕТРИИ — см. *Метрическое пространство.*

АКСИОМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. Пусть Ω — пространство элементарных событий, а F — некоторая система его подмножеств, удовлетворяющая следующим аксиомам.

А1. $\Omega \in F$.

А2. Если $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots \in F$, то $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty} A_k \in F$.

А3. Если $A \in F$, то $\bar{A} \in F$.

Подмножества Ω, входящие в F, называют *событиями.* Событие A происходит, если происходит какое-либо элементарное событие $\omega \in A$. Событие Ω происходит всегда, его называют *достоверным событием.* Пустое множество $\varnothing$ является событием как дополнение к Ω. Оно никогда не происходит, его называют *невозможным событием.* Из А1—А3 следует, что пересечение любого числа событий является событием.

Вероятность есть некоторая числовая функция P, определенная на системе событий F и удовлетворяющая следующим аксиомам.

А4. $P(A) \geqslant 0$ для любого $A \in F$.

А5. $P(\Omega) = 1$.

А6. Если события $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ попарно не пересекаются, то $P\left(\bigcup\limits_{k=1}^{\infty} A_k\right) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} P(A_k)$.

Пространство элементарных событий Ω с выделенной системой событий F и заданной на F вероятностью P называется *вероятностным пространством* и обозначается (Ω, F, P). Если пространство элементарных событий Ω дискретное, то соответствующее вероятностное пространство также называется *дискретным.* В дискретном пространстве обычно в качестве F выбирают систему всех подмножеств Ω.

АЛГЕБРА. В первоначальном понимании А. мыслилась как учение о решении уравнений. В более широком смысле под А. понимают раздел математики, посвященный изучению операций над элементами множества произвольной природы, обобщающих обычные операции сложения и умножения чисел.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА — см. *Комплексные числа.*

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ минора — дополнительный к нему минор, умноженный на $(-1)^t$, где t — сумма номеров строк и столбцов данной матрицы, которые входят в рассматриваемый минор. **А. д.** элемента a_{ij} квадратной матрицы обозначают A_{ij}. Из определения А. д. следует, что $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$, где M_{ij} — минор элемента a_{ij}.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ с одной переменной — уравнение вида $a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+a_n=0$; $a_0\neq0$; a_i — числа, называемые коэффициентами А. у., $n\in\mathbf{N}$ называется степенью А. у. А. у. над полем комплексных чисел всегда имеет ровно n корней, включая и кратные корни. Над полем действительных чисел множество корней А. у. может быть пусто. Для А. у. второй, третьей и четвертой степеней существуют формулы, позволяющие вычислить корни уравнений через коэффициенты уравнений (см. *Квадратное уравнение, Кубическое уравнение*; для А. у. четвертой степени они громоздки, поэтому не приводятся). Доказано, что для $n\geqslant5$ таких формул не существует. Поэтому на практике обычно пользуются приближенными методами нахождения корней А. у. См. также *Многочлены с действительными коэффициентами, Основная теорема алгебры, Уравнение.*

АЛГОРИТМ — последовательность точно описанных операций, выполняемых в определенном порядке (см. *Алгоритм последовательного деления, Правило Саррюса, Правило Штурма*). В математике, особенно с развитием машинной математики, важно или найти А. решения той или иной задачи, или доказать его отсутствие.

АЛГОРИТМ ДЕЛЕНИЯ С ОСТАТКОМ. Для любых многочленов $f(x)$ и $g(x)$ с комплексными (действительными) коэффициентами существуют такие многочлены $q(x)$ (частное) и $r(x)$ (остаток), что $f(x)=g(x)q(x)+r(x)$, причем степень $r(x)$ меньше степени $g(x)$ или $r(x)=0$; многочлены $q(x)$ и $r(x)$ определяются однозначно. В частности, если $f(x)$ и $g(x)$ — многочлены с действительными коэффи-