

刘式达 刘式适编著

非线性动力学
和复杂现象

高等教育出版社

非线性动力学 和复杂现象

刘式达 刘式适 编著

1. 绪论	1
2. 线性关系和非线性相互作用	20
3. 可逆过程与不可逆过程	23
4. 封闭系统和开放系统	25
5. 非平衡态与耗散结构	29
6. 动力系统流形	29
7. 不变流形和相平面的概念	31
8. 吸引子	35
9. 多个吸引子及分枝理论	38
10. 鞍点连接、异宿点相同宿点	41
11. 混沌运动	44
12. 混沌吸引子	46
13. 混沌运动与分枝理论	49
14. 混沌运动与耗散结构	53



科学出版社

内 容 · 简 介

本书从多个角度论述了非线性力学和自然界复杂现象的关系。作者根据近代非线性力学的观点,剖析了表现在物理学、化学、生物学、天文学以及地学中的各种复杂现象的个性和共性。内容涉及分岔,突变、浑沌、耗散结构、分数维、协同学和细胞自动机等多种非线性力学中的全新概念。

本书内容较全面,讨论风格深入浅出,较易通读,适合于各类理工科专业的大学生、研究生以及科技工作者阅读,也是一本有关专业的研究生教学参考书。

非线性动力学和复杂现象

刘式达 刘式适 编著

责任编辑 邹坚峰

气象出版社出版

(北京西郊白石桥路46号)

北京妙峰山印刷厂印刷

气象出版社发行 各新华书店经售

开本: 787×1092 1/32 印张: 8.125 字数: 175.5千字

1989年12月第一版 1989年12月第一次印刷

印数: 1—1500 定价: 1.75元

ISBN 7-5029-0266-X/P·O·0012 (课)

前 言

多年的教学和科研工作使我们体会到，非线性动力学对于解决在物理学、化学、生物学、天文学和地球物理学中所遇到的各种复杂现象和问题有重大的意义。

本书的目的在于让读者了解非线性动力学研究的主要课题和解决自然界各种复杂现象的可能途径。

本书较全面地介绍了非线性动力学的主要内容：分岔、突变、协同学、浑沌、分维和细胞自动机等，并分析了各种复杂现象的个性和共性，全书力图深入浅出，着重物理概念和几何图象。

全书共分十章。第一章介绍在自然界存在的一些复杂现象并剖析了它们的共性；第二章较仔细地分析了一些复杂现象产生的原因，并简述了Prigogine的耗散结构学说；第三章从相空间角度分析了非线性动力系统的基本形态，其中着重说明吸引子的概念和特征；第四章到第九章分别介绍了非线性动力学的主要内容，它包括分岔、突变、协同学、浑沌、碎形和分数维、细胞自动机；第十章综合了各种研究非线性系统的方法，并给出了一个大气湍流模型，说明非线性动力学方法的应用。

本书的编写较广泛地参考了国内外非线性研究的论著，其中不少是近十多年的研究成果，由于涉及内容较多，编写时间较短，加之水平有限，难免有错误和不当之处，希望读者给以指正。

作者 刘式达、刘式适

于北京大学1989年3月5日

目 录

第一章 自然界的复杂现象	1
§1 物理学中的复杂现象	3
§2 化学中的自组织现象	6
§3 生物系统的复杂功能	8
§4 宇宙的复杂性	10
§5 大气运动和气候的复杂性	11
§6 复杂现象的共性	12
第二章 复杂现象产生的原因	15
§1 守恒系统和耗散系统	15
§2 线性关系和非线性相互作用	20
§3 可逆过程与不可逆过程	23
§4 封闭系统和开放系统	25
§5 非平衡是有序之源——耗散结构	26
第三章 动力系统的形态	29
§1 平衡态和相平面的概念	29
§2 常见的几种平衡态	31
§3 吸引子	35
§4 多个吸引子及分型线	38
§5 鞍点连接、异宿点和同宿点	41
§6 结构稳定性	43
§7 非游荡点集	44
§8 四种吸引子的功率谱特征	46
第四章 分岔	50
§1 数学物理中的分岔现象	50
§2 实分岔点和极限点	54
§3 分岔的三种基本原型	58

§4 较为复杂的分岔	67
§5 定常状态解及其稳定性	69
§6 周期解及其稳定性	74
§7 映射的分岔	80
第五章 突变	91
§1 折迭突变和尖拐突变	93
§2 突变的两种规则	102
§3 突变和相变	104
§4 尖拐突变的性质	108
第六章 协同学	112
§1 自然界的协同现象	112
§2 协同学研究的方法概述	114
§3 快变量和慢变量	116
§4 消去快变量的意义及方法	117
§5 用前两个李雅普诺夫特征指数讨论形态转化	124
第七章 浑沌	129
§1 浑沌研究的历史概述	129
§2 显示浑沌的例子	131
§3 浑沌发生的原因——敏感初条件	135
§4 浑沌发生的模型	141
§5 重整化群方法和通用常数	149
§6 劳伦兹吸引子及埃隆吸引子	156
§7 浑沌运动的特征——正李雅普诺夫特征指数	166
§8 邦加莱截面	176
§9 显示浑沌的其它动力系统	179
§10 解释湍流的困难	188
§11 湍流的间歇性及通向湍流的道路	193
第八章 碎形和分数维	200
§1 问题的提出	200
§2 碎形的特征	201

§3 各种典型碎形的分数维·····	205
§4 自相似结构和标度律·····	209
§5 奇怪吸引子的维数·····	212
§6 不均匀分布的自相似结构·····	216
§7 从一个变量的时间序列计算分数维·····	218
第九章 细胞自动机 ·····	223
§1 复杂系统的特征·····	223
§2 细胞自动机·····	224
§3 探索系统复杂性的简单数学模型·····	226
§4 二维细胞自动机·····	229
§5 细胞自动机的应用·····	232
§6 细胞自动机的特色·····	235
第十章 复杂现象研究综述 ·····	237
§1 复杂系统的研究方法·····	237
§2 地球系统尺度的多样性·····	240
§3 大气湍流的一个模型·····	241
§4 微观浑沌和宏观浑沌·····	246
参考书目 ·····	249

重说明吸引子的概念和特征。第四章到第九章分别介绍了非线性动力学的主要内容，它包括分岔、突变、初值、混沌、碎形和分数维、细胞自动机；第十章综合了各种研究非线性系统的方法，并给出了一个大气湍流模型，说明非线性动力学方法的应用。

本书的编写较广泛地参考了国内外非线性研究的论著，其中不少是近十多年的研究成果。由于涉及内容较多，编写时间较短，加之水平有限，难免有错误和不当之处，希望读者予以指正。

作者 刘式达、刘式适
于北京大学1989年3月5日

第一章 自然界的复杂现象

现在已是20世纪的末期，探索大自然、飞向宇宙、揭开生命科学的奥秘、使破坏了的环境重新清洁起来已经成为我们的主要目标。为了实现这个目标，科学将日益发挥重要的作用。

人们对事物的认识总是由浅到深的，而且随着科学技术的发展，认识还在不断的深化。我们所处的年代，科学本身也正经历着重大的变革。以往科学的发展使人们陶醉于自然界的和谐与完美之中。我们似乎形成了这样一个概念，这就是任何复杂的自然现象，我们总可以找到一条简单的规律或用一组确定的方程来描述。物理学家几乎一致认为宇宙的基本定律是决定性的和可逆性的。牛顿第二定律

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F$$

是这种观点的代表。上式中 m 表示质量， x 是质点位置向量，

$v = \frac{dx}{dt}$ 、 $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$ 分别是速度向量和加速度向量，

F 是外力。在上式中若将时间 t 反转变为 $t' = -t$ ，那么它的形式并无变化。这就是说，过去和将来起着完全相同的作用（可逆性）。根据牛顿第二定律，事物的演化（即质点的位置 x 变化）完全由初条件决定（决定性）。正如著名物理学家拉普拉斯所说：“只要给我初条件，我就可以决定未来的一切”。多么完美的自然！爱因斯坦的相对论正是这种时间和

空间高度对称性的产物。

事物果真是如此简单的演化吗？时空果真是如此对称吗？复杂、多样化和不稳定的自然界本身就是最好的回答。在这个复杂的世界里既可以发现可逆性，也可以发现不可逆性的事物演化，下面我们将看到扩散过程和化学反应就是不可逆的过程。除了决定性的现象还有随机性的现象。统计力学的研究虽然还认为未来是可以预测的，但只是在统计意义上来讲的，量子力学的“测不准原理”已经告诉我们未来的有些量是不能预测的。象生物那种在形态和功能上最复杂最有组织的物体，其基本形成过程本身就是不可逆的和随机的。正象著名物理学家普利高津 (Prigogine) 所说：“许许多多塑造着自然之形的基本过程本来是不可逆的和随机的，那些描述基本相互作用的决定性和可逆性的定律不可能告诉人们自然界的全部真情”。

普利高津的“耗散结构”学说的提出，对时间的对称性发生了疑问，为研究自然界不可逆的复杂现象提供了新的理论依据，因而1977年普利高津获得了诺贝尔奖。混沌 (chaos) 学说的提出，对“决定论”以巨大的冲击，长期不能解决的湍流现象，又从幻想中找到了希望。这些学说大大丰富了我们事物演变的认识。如果“未来已经包含在过去之中”，那么我们还要研究什么新的现象呢？如果“未来都是确定性的”，那还谈得上变化的多样化的世界呢？新的观点正把科学家们的热情引导到去探索复杂的世界，“未来并不完全包含在过去之中”。正象普利高津和尼科里斯 (Nicolis) 说的，代替“未来即意味着将来”的观念结构，我们正步入一个世界，在这里未来是不决定的，时间是一种构造，我们所有的人都可以参与其中。

除耗散结构、浑沌学说以外，分岔 (bifurcation) 理论，汤姆 (Thom) 的突变 (catastrophe) 说，蒙德布罗 (Mandelbrot) 的分数维 (fractal dimension) 学说，哈肯 (Haken) 的协同学 (synergetics)，沃尔弗兰 (Wolfram) 的细胞自动机 (cellular automata) 正在互相深透和补充，形成一门研究复杂现象的学科——非线性动力学。

§1 物理学中的复杂现象

我们观察一支燃着的香烟，在平稳的气流中缓缓升起一缕烟气，突然卷曲成一团剧烈扰动的烟雾，四处飘散。打开的自来水先是均匀而流，然后却水花四溅。一个风和日丽的晴天，很快却来了暴风骤雨。一架装有最先进气象雷达的飞机，飞行中穿过看不到但能感受到的湍流时，象爆米花似地颠簸起来。全世界每年有百万人突然死于心脏病发作。生物体的自我复制或遗传产生多样化的生物形态。这一切现象都说明自然界的现象是非常复杂的，正象1982年诺贝尔奖获得者威尔逊 (Wilson) 所说：“天气的变化，飞机的飞行，石油在地下输油管里流动，无不包含着紊乱”。他在这里说的紊乱就是指的复杂现象。

自然界的演化过程常常导致种类繁多、功能多样、结构复杂的形态。下面先给出几个物理学中的例子。

[例1] 贝纳 (Benard) 对流问题

这是研究热对流和大气环流的基本问题。一流体薄层为两无穷长平板隔开 (图1.1)。设上下板的温度分别为 T_1 和 T_2 。若 T_1 和 T_2 相同，即 $\Delta T = T_2 - T_1 = 0$ ，那么流体所有部分温度均相同，且与上下板温度 (即环境温度) 相同，此时体系和环境没有热量交换，即体系处于平衡态。若有人把

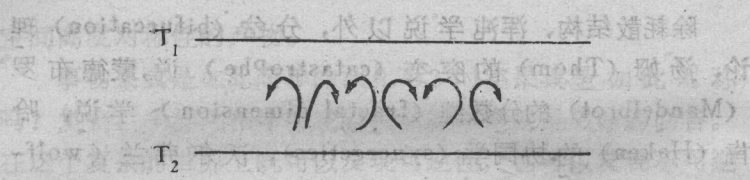


图 1.1 贝纳对流

手指在下板放了很短的一瞬间，这时板的局部温度将发生瞬时变化（即产生一个扰动或涨落），但由于系统处在平衡态，这个涨落并不会发生作用，温度很快趋于一致。

现在，若从下板加热流体层，即以热的方式向体系输入热量，这时平衡条件 $\Delta T = 0$ 被破坏，导致 $\Delta T = T_2 - T_1 > 0$ 。在 ΔT 很小时，体系从下板向上板输送热量，热量再从上板扩散到外界以保证 T_1 不变，这种现象就是热传导。和平衡态相同的是流体仍处于简单的静止状态，和平衡态不同的是温度由下板到上板呈线性分布。

若增加 ΔT ，体系离平衡态愈来愈远，当 ΔT 超过某一临界值以后，流体便从静止状态突然开始作整体的对流运动（图1.1），对流泡沿水平轴连续呈现顺时针旋转（右旋）或逆时针旋转（左旋）。这就把原来静止的对称性破坏了，而形成左旋右旋相间的对称破缺状态。和平衡态时不同，小的涨落不再被衰减而是被体系放大，使原有的静止状态失去稳定性，而分岔出热对流的状态。这里我们还应该注意，由于涨落的随机性，给定的空间区域流体可能是右旋也可能是左旋，这就是解的多重性。而且左旋和右旋的对流泡之间有强烈的关联作用，互相协调一致形成对流状态。

对流状态形成以后，若 ΔT 再增加，就会出现湍流形态，这种形态似乎看起来不规则，但其内部有极其复杂的自

相似结构。

[例2] 卡曼(Karman)涡街

这是流体力学的重要问题。一个半径为 L 的无穷长圆柱放在流速为 U ，粘性系数为 ν 的流体中。当雷诺数 $Re = \frac{UL}{\nu}$ 较小时 (实际上就是来流速度 U 较小)，柱后面的流体运动 $v(t)$ 是定常的。当 Re 数增大到超过某一临界值后， $v(t)$ 就是周期运动。 Re 再大，柱前面开始从左右两侧分离开两两间隔反向的涡旋，称为卡曼涡街。不断增加 Re 的结果， $v(t)$ 就变成湍流运动。图1.2表明了不同 Re 数时的运动形态。

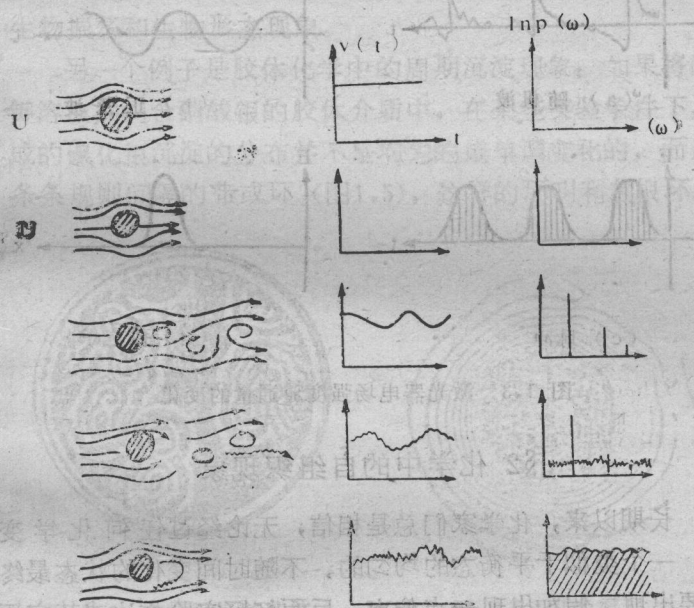


图 1.2 卡曼涡街

图1.2中还附有时间序列 $v(t)$ 及相应的功率谱 $P(\omega)$ ，以此表明形态的不同类型。大气中常见到整齐间隔排列的云，连续不断排列成长条，称为“云街”，它和卡曼涡街很相似。

〔例3〕激光器

带有两个反射镜的氙灯照射的红宝石激光器，能量激发原子发光。当氙灯能通量小时，发射光的电场强度构成一个随机波（图1.3）；当功率超过某个临界值以后，发射光则是正弦波；功率再大则放射极短的脉冲；当脉冲随时间作周期变化时，这在空间上就形成一个孤立子（soliton）。

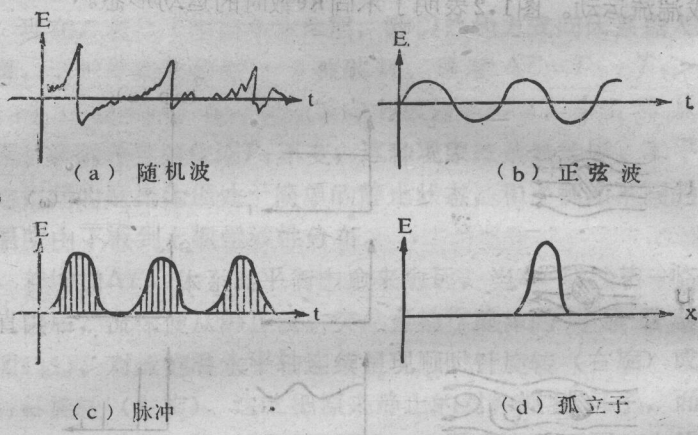


图 1.3 激光器电场强度随通量的变化

§2 化学中的自组织现象

长期以来，化学家们总是相信，无论经过任何化学变化，一个类似于平衡态的均匀的、不随时间变化的状态最终总要出现。假如出现一点偏离，反而怀疑实验方法或其它原因。实际上这种情况常常出现在孤立系统中的化学反应。假

如在反应中允许以不同速率向体系输入反应物或输出产物，出现的情况就完全不同了。最典型的例子就是贝洛索夫—札博廷斯基 (Belousov—Zhabotinski, 简称BZ)反应。将硫酸铈 $Ce_2(SO_4)_3$ ，丙二酸 $CH_2(COOH)_2$ ，溴酸钾 $KBrO_3$ 化合，结果发现产物的浓度随时间作周期变化。一会儿呈红色(产生过量的 Fe^{2+} 离子或 Ce^{3+} 离子)，一会儿呈蓝色(产生过量的 Fe^{3+} 离子或 Ce^{4+} 离子)，一会儿呈红，再一会儿又变蓝，象钟摆一样作规则的时间振荡。这类现象称为化学振荡或化学钟，有时也会观察到非周期的过程，这就是化学湍流。在某些条件下，成分的浓度在空间上也很不均匀，形成很多漂亮的花纹(图1.4)。这十分类似于发生在生物体中的生物振荡和生物形态现象。

另一个例子是胶体化学中的周期沉淀现象：如果将碘化钾溶液加到含硝酸银的胶体介质中，在某些实验条件下，形成的碘化银沉淀的分布并不是均匀的或单调变化的，而是一条条规则间隔的带或环(图1.5)，这样的环叫利色根环。



图 1.4 札博廷斯基花纹



图 1.5 利色根环

§3 生物系统的复杂功能

大家知道，生物体（包括人类）是自然界中种类繁多，功能复杂、形态多样的最有组织的物体。生物确实是在远离平衡态的条件下生存的，一个生物作为一个整体来接受连续的能量流（例如植物吸收阳光用于光合作用）和物质流（如营养品），然后又转换为各种废物排泄到环境中去。生物体又具有高度不均匀的结构，生物体只有死亡之后，才真正开始被环境同化，跟环境均匀一致。一部生物进化史，就是生物从原始的比较均匀的无序结构发展为高级的不均匀的有序结构的历史。原始细胞有了细胞膜，避免了自身和海水的均匀。真核细胞更进一步，在细胞内分化出细胞核和各种细胞器来。植物由根、茎、叶、花、果组成，动物有各种器官，这种不均匀性有利于生命的稳定。

生物之间以及生物和环境之间是相互依存的关系，这种依存关系往往又是非线性的。就拿大鱼吃小鱼来讲，若是线性关系只能是小鱼多，大鱼就多。事实并非如此，大鱼多了，小鱼被吃掉多了，小鱼就减小；小鱼少了，大鱼没有足够的食物，大鱼也就要减小。大鱼和小鱼的数量构成一种周期性的振荡。果树也有大年和小年。生物的种群数目除了周期变化以外，也可以在一段时期内处于稳定的数值上，也可以是非周期的变化，见图1.6。

生物的进化是典型的不可逆过程，正象“控制论”的创始人维纳所说：“生物学研究的现象完全是单向性的，生命不恰恰是死的反演，同化（即组织的形成）也不恰恰是异化（即组织的破坏）的反演。细胞分裂不是按照时间上对称的式样来进行的，由生殖细胞结合成受精卵的过程也是单向性

种群数

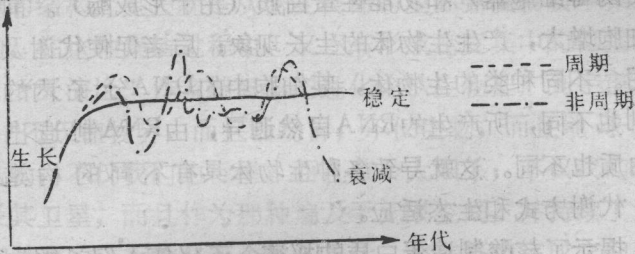
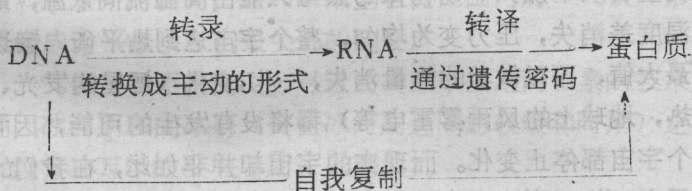


图 1.6 生物种群数目的变化

的，个体是顺着—个时间方向前进的飞箭，种族也同样从过去进入未来”。

生命是如何形成的？生物何以有不同的构造、形态？生长、代谢、感应及生殖的原理是什么？为了引起大家的兴趣，这里简要介绍一下生命模型的进展状况。

19世纪在细胞核中发现了核酸，它们有两种：DNA（脱氧核糖核酸）和RNA（核糖核酸）。直到七八十年以后才发现生命的遗传信息是通过染色体中的DNA来携带的，子代分别从父本精子和母本的卵子细胞中得到染色体，然后通过一系列复杂过程，其中包括DNA的自我复制，蛋白质的制造，细胞的复制，细胞的分化等。生物学家们拟订出核酸和生命现象关系的模型：



制成的蛋白质也有两种：组成性蛋白质（用于组成细胞膜或内质网等细胞器）和功能性蛋白质（用于形成酶）。前者促使细胞增大，产生生物体的生长现象；后者促使代谢及感应作用。不同种类的生物体，其细胞中的DNA分子内的碱基排列也不同，所产生的RNA自然迥异，由RNA制造出来的蛋白质也不同。这就导致各种生物体具有不同的构造、形态、代谢方式和生态适应。

揭示了核酸制造蛋白质的秘密，不仅使人们了解生命现象的物质基础，更重要的是为生命的复制和改造描绘了可以想象的图景。1959年孔伯格（Kornberg）在试管中用化学合成方法破天荒地造出了DNA，因而他获得了诺贝尔奖。1968年他又制造出人类史上第一批人造生命（病毒）。这样，生命体的自我复制或生物的遗传机制成为目前最迷人、最深刻的研究课题之一。

§4 宇宙的复杂性

前面说到物理、化学、生物中出现的复杂现象，整个宇宙如何呢？19世纪热力学第二定律的诞生把人类认识水平向前大大推进了一步。但是克劳修斯（Clausius）和汤姆孙（Thomson）等人把仅对孤立系统适用的热力学第二定律推广到整个宇宙，得出荒谬的“宇宙热寂论”，认为整个宇宙都发生着熵增加，一切物体的热量只能由高温流向低温，最后温度差消失，压力变为均匀，整个宇宙达到热平衡，熵达到最大值，可以做功的热量消失，一切变化（恒星的发光、发热，地球上的风雨雾雷电等）都将没有发生的可能，因而整个宇宙都停止变化。而现实的宇宙却并非如此，在我们的世界上，找不到一小块内部绝对均匀、绝对无序的物质。星