

有俯仰侧滑的
十字型弹翼弹身组合体
超音速升力面的
计算机程序



国防工业出版社

有俯仰侧滑的十字型弹翼弹身组合体 超音速升力面的计算机程序

M. F. E. 狄勒纳斯 J. N. 尼尔森 著

杨振声 译 张炳暄 校



国防工业出版社

353479

内 容 简 介

本书原为一篇技术报告,刊载于NEAR TR 74(AD A003925)。该报告把伍德沃德的空气动力影响系数法应用到十字型导弹外形上,建立了一套有关十字型弹翼弹身组合体超音速升力面的气动特性的计算方法,用算法语言FORTRAN IV编制了计算机程序。从计算结果与其他理论结果和实验数据的对比看出,在迎角和侧滑角不太大的范围内,所得结果是相当满意的。

本书对于从事航空空气动力计算、飞行器外形设计的工程技术人员和科研工作者以及高等院校相应专业的师生具有一定的参考价值。

SUPERSONIC LIFTING-SURFACE COMPUTER PROGRAM FOR CRUCIFORM WING-BODY COMBINATIONS IN COMBINED PITCH AND SIDESLIP

M. F. E. Dillenius, J. N. Nielsen

NEAR TR 74(AD A003925) 1974

*

有俯仰侧滑的十字型弹翼弹身组合体 超音速升力面的计算机程序

杨振声 译

张炳暄 校

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092¹/₁₆、印张 9³/₄ 225 千字

1979年5月第一版 1979年5月第一次印刷 印数: 0,001— 3,200册

统一书号: 15034·1744 定价: 1.05元

(限国内发行)

译者说明

本书译自 NEAR TR 74(AD A003925), 是 M. F. E. Dillenius 等人写的一篇技术报告。作者根据 F. A. Woodward 的空气动力影响系数法, 考虑到十字型导弹外形的特点, 建立了一套有关十字型弹翼弹身组合体在超音速气流中的气动特性的计算方法, 并用算法语言 FORTRAN IV 编制了计算机程序, 可用来计算单独平面型弹翼、单独十字型弹翼以及十字型弹翼弹身组合体的升力、滚转力矩系数以及载荷沿翼展方向的分布等特性。该报告针对十字型弹翼的导弹外形提出了一些处理方法, 不但考虑到迎角的作用, 而且在某些情况下还考虑到侧滑角的影响。通过同其他理论结果和实验数据的比较看出, 该文所提供的方法和计算机程序在迎角和侧滑角不太大的范围(迎角大约可达 10°) 内所得计算结果是相当满意的。文内附有源程序和相应的说明以及计算样例。程序中的输入输出格式花样较多, 描述符的使用种类也较多, 具有一定的参考价值。

2	多, 描述符的使用种类也较多, 具有一定的参考价值。	附录 B
3	附录 B	附录 B
4	附录 B	附录 B
5	附录 B	附录 B
6	附录 B	附录 B
7	附录 B	附录 B
8	附录 B	附录 B
9	附录 B	附录 B
10	附录 B	附录 B
11	附录 B	附录 B
12	附录 B	附录 B
13	附录 B	附录 B
14	附录 B	附录 B
15	附录 B	附录 B
16	附录 B	附录 B
17	附录 B	附录 B
18	附录 B	附录 B
19	附录 B	附录 B
20	附录 B	附录 B
21	附录 B	附录 B
22	附录 B	附录 B
23	附录 B	附录 B
24	附录 B	附录 B
25	附录 B	附录 B
26	附录 B	附录 B
27	附录 B	附录 B
28	附录 B	附录 B
29	附录 B	附录 B
30	附录 B	附录 B
31	附录 B	附录 B
32	附录 B	附录 B
33	附录 B	附录 B
34	附录 B	附录 B
35	附录 B	附录 B
36	附录 B	附录 B
37	附录 B	附录 B
38	附录 B	附录 B
39	附录 B	附录 B
40	附录 B	附录 B
41	附录 B	附录 B
42	附录 B	附录 B
43	附录 B	附录 B
44	附录 B	附录 B
45	附录 B	附录 B
46	附录 B	附录 B
47	附录 B	附录 B
48	附录 B	附录 B
49	附录 B	附录 B
50	附录 B	附录 B
51	附录 B	附录 B
52	附录 B	附录 B
53	附录 B	附录 B
54	附录 B	附录 B
55	附录 B	附录 B
56	附录 B	附录 B
57	附录 B	附录 B
58	附录 B	附录 B
59	附录 B	附录 B
60	附录 B	附录 B
61	附录 B	附录 B
62	附录 B	附录 B
63	附录 B	附录 B
64	附录 B	附录 B
65	附录 B	附录 B
66	附录 B	附录 B
67	附录 B	附录 B
68	附录 B	附录 B
69	附录 B	附录 B
70	附录 B	附录 B
71	附录 B	附录 B
72	附录 B	附录 B
73	附录 B	附录 B
74	附录 B	附录 B
75	附录 B	附录 B
76	附录 B	附录 B
77	附录 B	附录 B
78	附录 B	附录 B
79	附录 B	附录 B
80	附录 B	附录 B
81	附录 B	附录 B
82	附录 B	附录 B
83	附录 B	附录 B
84	附录 B	附录 B
85	附录 B	附录 B
86	附录 B	附录 B
87	附录 B	附录 B
88	附录 B	附录 B
89	附录 B	附录 B
90	附录 B	附录 B
91	附录 B	附录 B
92	附录 B	附录 B
93	附录 B	附录 B
94	附录 B	附录 B
95	附录 B	附录 B
96	附录 B	附录 B
97	附录 B	附录 B
98	附录 B	附录 B
99	附录 B	附录 B
100	附录 B	附录 B

目 录

符号表	1
第一章 引言	5
第二章 分析方法	6
2.1 单独十字型或平面型弹翼的流动模型	6
2.1.1 翼面和弹翼的几何特性	6
2.1.2 常压面元解的确定方法	7
2.1.3 弹翼上某点的流动相切性边界条件	7
2.2 旋成体弹身的流动模型	9
2.2.1 弹身的几何特性	9
2.2.2 弹身表面的流动相切性边界条件; 轴向流动和横向流动问题	10
2.2.3 轴向流动问题奇点的选择	11
2.2.4 横向流动问题奇点的选择	13
2.2.5 弹身的诱导扰动速度	16
2.3 超音速十字型或平面型弹翼弹身组合体	17
2.4 空气动力载荷的计算方法	18
2.4.1 计入吸力的弹翼气动力和力矩	18
2.4.2 旋成体弹身上的压力分布	20
2.4.3 弹身干扰面对载荷的贡献	20
第三章 同其他理论及实验数据的比较	21
3.1 超音速三角形弹翼	21
3.1.1 具有亚音速前缘的三角形弹翼	21
3.1.2 具有超音速前缘的三角形弹翼	22
3.1.3 具有俯仰和侧滑的三角形弹翼	23
3.2 具有俯仰和偏航的超音速十字型弹翼	24
3.3 超音速十字型弹翼弹身组合体	25
第四章 结束语	27
附录	28
附录 A 常值载荷作用下的半无限三角区	28
附录 B 计算超音速十字型弹翼弹身组合体空气动力特性的计算机程序	32
附图	43
附表	56
程序	78
参考文献	78

符号表

- ΔA ——常压面元的面积, 附图 3
 a_1 ——常压面元的外侧边缘长度, 附图 3
 a_2 ——常压面元的内侧边缘长度, 附图 3
 $b/2$ ——弹翼或翼面的半展长, 从根弦至梢弦的距离; 附图 1 (单独弹翼), 附图 12 (固接于弹身上的弹翼)
 c ——通过常压面元面心的面元弦长, 附图 3
 C_{D_i} ——与升力相关的阻力系数, $\frac{D}{qS_{ref}}$
 C_{F_x} ——在弹翼平面内沿 x_w 正方向的作用力系数
 C_{F_y} ——在弹翼平面内沿 y_w 正方向的作用力系数
 C_s ——吸力系数
 c_p ——压力系数, $\frac{p - p_\infty}{q}$
 C_N ——法向力系数, $\frac{N}{qS_{ref}}$
 C_L ——升力系数, $\frac{L}{qS_{ref}}$
 C_{RM} ——滚转力矩系数, $\frac{M_R}{qS_{ref}L_{ref}}$
 $d(\xi)$ ——偶极子分布函数, 方程(32)
 D ——与升力相关的阻力
 F_u, F_v, F_w ——由方程(3)定义的空气动力影响函数
 $f(\xi)$ ——源分布函数, 方程(19)
 h ——常压面元的展长, 附图 3
 K ——与线性源分布相联系的常数, 方程(19)
 K_a ——与线性偶极子分布相联系的常数, 方程(33)
 L ——升力
 L_{ref} ——特征参考长度
 m ——常压面元前缘或后缘后掠角正切
 M_∞ ——自由流马赫数
 M_R ——滚转力矩, 方程(45)
 N ——法向力
 $NXBODY$ ——在弹身中心线上的线源和(或)偶极子数目
 n ——常压面元的序号
 NHP ——分布在水平翼面上的常压面元数目
 $NPANLS$ ——分布在水平翼面和垂直翼面上的常压面元数目
 $NWBP$ ——分布在翼面和弹身上的常压面元数目

Δp ——常压面元下表面和上表面的静压力差

p ——局部静压力

p_∞ ——自由流静压力

q, q_∞ ——自由流的动压

r ——由方程(7)定义的弹身半径

$R(x_B)$ ——关于弹身半径同 x_B 之间的函数

S_{ref} ——特征参考面积

v_N ——垂直于弹身干扰面元的扰动速度

V_∞ ——自由流速度向量

u, v, w ——半无限三角区在 x, y, z 方向的经过 V_∞ 无量纲化的扰动速度, 附图 2

u_B, v_B, w_B ——经过 V_∞ 无量纲化的弹身扰动速度; u_B 沿 x_B 方向为正, v_B 沿径向为正, w_B 在逆流向(即顺航向——译注)视图内沿顺时针切线方向为正

u_W, v_W, w_W ——弹翼在 x_W, y_W, z_W 方向的扰动速度, 经 V_∞ 无量纲化, 附图 1

V, W ——弹翼在 y, z 方向的扰动速度, 未经 V_∞ 无量纲化, 仅用于方程(1)和(2)中。(这是译者为避免混淆引入的)

$\bar{y}$ ——从常压面元内侧边缘到其面心的距离, 附图 3

x, y, z ——半无限三角区的坐标系, 附图 2。原点位于三角区的顶点上, x 轴与顺气流的侧缘相一致, 当逆气流视时 y 轴向右为正, z 轴向上为正。三角区位于 x, y 平面内

x_B, r_B, θ ——弹身的柱坐标系, 原点位于弹身顶点上, 2.2.2 节

x_B, y_B, z_B ——弹身的直角坐标系, 原点位于弹身顶点上, 附图 12; x_B 轴沿中心线顺气流方向为正; y_B 和 z_B 与翼面对准, 当逆气流视时 y_B 向右为正, 当滚转角为零时 z_B 向上为正

x_W, y_W, z_W ——弹翼坐标系, 原点位于根弦前缘处, 附图 1。如果弹翼固接于弹身上, 则原点移至弹身中心线上, 附图 6; x_W 轴顺气流方向向后, 当向前视时 y_W 轴向右为正, z_W 轴向上为正。水平翼位于 x_W, y_W 平面内

α ——俯仰角, $\alpha = \alpha_c \cos \phi$, 附图 5, 度

β ——侧滑角, $\beta = \alpha_c \sin \phi$, 附图 5, 度

γ ——比热比, 空气的 $\gamma = 1.4$, 方程(48a)

α_c ——弹身中心线相对于自由流的迎角, 度

θ ——极角, 2.2.2 节

φ ——滚转角, 在逆气流视图内顺时针方向为正, 附图 5, 度

Φ ——流动位函数

Φ_a ——零迎角下的弹身位函数

Φ_c ——弹身横流位函数

Λ ——前缘或后缘的后掠角, 度; 附着涡段后掠角, 见 2.4.1 节中的图 2.7

Γ ——一个马蹄涡的环量强度, 方程(46)

λ —— $\sqrt{M^2 - 1}$

v —— 控制点的序号

μ —— 马赫锥的半顶角, $\mu = \arcsin(1/M)$

ξ —— 沿 x_B 方向的积分变量, 2.2.3节

σ —— 积分变量, 方程 (16); 附录 A 中的源函数

ξ, η, ζ —— 用于附录 A 中的积分变量

下标

a —— 轴向的

B —— 弹身

c —— 横向流动

d —— 偶极子

H —— 有关水平弹翼的

i —— 诱导的

N —— 法向的

$nose$ —— 弹身头部

LE —— 弹翼前缘

TE —— 弹翼后缘

RM —— 滚转力矩

V —— 有关垂直弹翼的

W —— 弹翼

第一章 引言

近年来人们对导弹空气动力学,特别是大迎角下的特性以及其他非线性性能,又发生了新的兴趣。所感兴趣的最普通的导弹外形之一,就是那种采用十字型前翼十字型后翼,或前后翼都是十字型的导弹(简称十字型导弹——译注)外形。适用于超音速飞机升力面的计算机程序已经由一些人搞出来了^[1,2,3],但适用于上述十字型导弹的此种程序还没有搞出来。本报告的主要目的,就是论述一种基于已有的飞机升力面理论方法但又考虑到十字型导弹特殊要求的计算机程序。这种程序也是向十字型导弹非线性空气动力学全面进军的第一步。

满足十字型导弹要求的计算机程序与适合于飞机要求的计算机程序是有些差别的,除了前者有四个翼面而后者为两个翼面这一明显不同点之外,还有一点应该提出,十字型导弹常常在有迎角的条件下可能还有滚转,这就使导弹蒙受象迎角那样大的侧滑角。因此,必须考虑侧滑效应,而目前还没有考虑侧滑效应的计算机程序。此外,前翼或后翼常常用作偏转翼面,以进行俯仰、航向或滚转的操纵。在导弹的计算机程序中,应当考虑到四片翼面的偏转角可能不相等的情况。在大迎角下,根据波尔希默斯(E. C. Polhamus)的“旋涡升力比拟”^[4],从弹翼前缘拖出的旋涡与前缘吸力分布有关。因此,如果在导弹的程序中能够确定这种前缘吸力分布,就提供了一种模拟这种分离流动的方法,计及了分离流对翼面升力的影响和对翼面拖出的分离涡的影响。我们的目的是建立一种考虑到所有这些特性的计算机程序。

这里所述的计算机程序可以认为是适用于整个十字型导弹的更广泛的计算机程序的第一部分。现在这个程序可以计算十字型弹翼弹身组合体的翼面和弹身特性作为迎角和滚转角的函数。此外,本程序还提供了这样一种计算基础,只要知道了头部旋涡的位置和强度,就可以计算从弹身头部后拖的旋涡对弹身和翼面上载荷分布的影响。对于弹身后翼组合体,这就是所谓完整外形。对于十字型前翼外形,本程序可用来确定前翼前缘和边缘上的吸力分布,据此资料,就能够建立前翼翼面的分离旋涡模型。把这种程序加以扩展,还可以用来计算从前翼直到后翼的弹身头部旋涡和前翼旋涡的轨迹。最后,把现有程序加以修改,就可以确定由于弹身头部的旋涡和前翼的旋涡在后翼面元上所引起的力和力矩。由此可见,目前这个程序可以认为是适用于十字型前翼-弹身-后翼这种完整外形的计算机程序的雏形。

本报告打算结合计算机程序对理论加以全面的说明。因此,介绍了对单独弹翼、单独弹身以及弹翼弹身组合体的分析。此外,还给出了应用本程序的若干例题,其中包括对具有俯仰操纵的弹翼弹身组合体的计算。关于基础理论、程序清单以及计算例题,在本文中作了足够详细的叙述,这样可以使其他人能模仿得出结果或将结果扩展到其他领域的问题中去。

第二章 分析方法

确定超音速十字型弹翼弹身组合体空气动力特性的下述方法，是基于位流理论。首先叙述用常压面元表示十字型单独弹翼的问题。其次介绍用迭加基本解的方法来给出弹身的流动模型。然后，我们讲一下怎样把十字型弹翼和弹身的位流模型组合起来，同时充分计及它们之间的相互干扰。最后，叙述力和力矩的计算方法。

2.1 单独十字型或平面型弹翼的流动模型

为了用位流模型表示十字型或平面型弹翼，将每个弹翼平面划分为许多梯形面积元素，每个元素上作用着待定的常值压力载荷。这些面积元素可称之为常压面元或简称面元。在弹翼平面的有限个点上应用流动的相切性边界条件，由此形成一组用来确定面元压力载荷的联立方程。下面我们描述一下弹翼的几何特性。

2.1.1 翼面和弹翼^①的几何特性

我们感兴趣的外形乃是平面型或十字型弹翼。每一个弹翼或翼面都具有同一的平面形状^②。在计算机程序中被考虑的几何参数如下。

前缘形状：直线，可以后掠，在某些情况下，程序允许前缘后掠情况有若干破折状变化，见附录 B。

后缘形状：直线，可以后掠，在某些情况下，程序允许后缘后掠情况有若干破折状变化，见附录 B。

斜削情况：均匀的，如有前后缘破折，每一破折段内斜削情况是均匀的。

中弧面：平面型的。

翼梢：直的。

上反角：没有。

厚度：零。

每一个弹翼或翼面都被划分为若干梯形常压面元。附图 1 所示为一片弹翼的平面形状。该图还示出了弹翼的基本坐标系，其原点位于弹翼根弦的前缘上，应注意其 x_w 轴与自由流的方向是一致的，弹翼的平面形状是真实弹翼在 $z_w = 0$ 平面上的投影。常压面元的侧边缘平行于自由流速度向量，面元的前后缘与弹翼的前后缘^③大体平行，而弹翼的前后缘可以是后掠的。

在附图 1 所示的面元布置中，弦向为 2 个面元，展向为 5 个面元，但以后会提到，一

① 本文中，弹翼(Wing)是指升力面的总体，而翼面(fin)则是指弹翼的每个翼片(或每片弹翼)。弹翼和翼面可以是导弹的主翼、舵面或尾翼等。——译注

② 即十字型外形的四片翼面的平面形状彼此相同，平面型外形的两片翼面的平面形状彼此相同。——译注

③ 所谓亚音速或超音速前缘或后缘，指的是自由流垂直于前缘或后缘的速度分量属于亚音速或超音速的那种前缘或后缘

般需要的面元数目应更多些,以便得到精确的结果。每一个面元上包含一个控制点,它位于通过面元面心的弦线上距面元前缘 95% 弦长处,如附图 1 所示。在这些控制点上应用流动的相切性边界条件,就得到用来确定面元上压力载荷的矩阵。对于有侧滑的情况必须特别注意,这将在第三章中加以讨论。

2.1.2 常压面元解的确定方法

为完善起见,现对均匀载荷的梯形面元的基本解加以阐述。在参考文献〔1〕中,伍德沃德(F. A. Woodward)等人导出了半无限三角区波动方程解的一般表达式,在该半无限三角区内作用着常值压力载荷,而在该区之外的载荷为零。在平面型情况下的解与参考文献〔5〕中黑斯勒特(M. A. Heaslet)、洛麦克斯(H. Lomax)和琼斯(A. L. Jones)等人所给出的结果相一致。正如伍德沃德所指出的那样,对于前缘后掠角为零的情况,这些解出现一个可去的奇异解[●]。导出这些公式的方法见附录 A,在这里给出了要用的一些表达式。应用伍德沃德非平面型解于目前情况时所发生的某些困难也在附录 A 中加以讨论。亚音速前缘的半无限三角区及其与自由流马赫锥之间的关系如附图 2 所示,该图中还示出了与半无限三角区相联系的座标系。三角区位于 $z = 0$ 或“平面形状”的平面内。还应指出一点,三角区的侧缘位于沿 x 轴的方向上。

附图 1 中打上斜线的那种梯形面元的常值压力解,可以通过迭加四个半无限三角区的解而获得,这些半无限三角区的顶点分别位于梯形面元的每个角点上。用于带有后掠前后缘梯形面元的迭加示意图如附图 4(a)所示。如果前缘或后缘是前掠的话,则在梯形面元的迭加法中必须采用如附图 4(b)所示的变换图形。可以看到,运用这种变换图形后仍能使用后掠的结果,但要使 y 的方向加以反转,同时将三角区解迭加顺序作相应的变更。梯形面元可以具有后掠、前掠或混合的前缘和后缘。因此,用于计算机程序的迭加方法是按照能适应于这些条件而编排的。

迭加原理也可用来获得常压面元在流场中任一点所引起的扰动速度。伍德沃德等人在参考文献〔1〕中给出了由均布载荷后掠边缘半无限三角区所引起的速度分量表达式,在迭加过程中可以使用这些表达式。在本报告中所用到的这些表达式的不同形式见附录 A。

有了面元诱导速度表达式,就可以得出待定强度的常压面元对任意控制点的影响,在超音速飞行中,只考虑影响区域内的作用。考虑到十字型或平面型弹翼上所有面元之间的相互作用,就可以建立一组联立方程,由这些方程即可解出待定压力载荷。此方法将在下面讨论。

2.1.3 弹翼上某点的流动相切性边界条件

流动相切性边界条件是说:在每个控制点上没有穿过翼表面的流动。垂直于翼表面的速度是由自由流速度分量和所有翼平面上常压面元所引起的扰动速度 v_w 及 w_w 组成的,此外,还允许包括其他的诱导扰动速度 v_i , w_i , 比如弹身所引起的扰动速度等。

十字型弹翼垂直于翼表面的流动速度示于附图 5 中。在 $z_w = 0$ 和 $y_w = 0$ 的平面上运用边界条件,前者对应于水平弹翼平面形状,后者则对应于垂直弹翼平面形状,如附图 5

● 在解中含有参数 $m = \text{ctg} \Lambda_{LE}$, 当 $\Lambda_{LE} \rightarrow 0$ 时, $m \rightarrow \infty$, 成为奇异解;但若改用另一参数 $m_{le} = 1/m = \text{tg} \Lambda_{LE}$, 则可避免这个问题。——译注

所示。图中还表示出了在横截流动的平面内把自由流速度分量 $V_\infty \alpha_c$ 分解为沿着 $z_w = 0$ 平面和 $y_w = 0$ 平面方向的两个分量, 用此法定义俯仰角 α 和侧滑角 β 。令 v 代表在水平弹翼平面上的常压面元或控制点的序号, 而 n 代表施加总和所及的常压面元或控制点的序号, 则在该平面上的边界条件由下式给出

$$\sum_{n=1}^{\text{NPANLS}} (W_{w,v,n}) = -V_\infty \alpha - W_{i,v}; \quad v = 1, 2, \dots, \text{NHP} \quad (1)$$

式中 NHP——水平弹翼上面元的总数;

NPANLS——十字型弹翼上所有面元的总数。

垂直弹翼平面上的边界条件为

$$\sum_{n=1}^{\text{NPANLS}} (V_{w,v,n}) = V_\infty \beta - V_{i,v}; \quad v = \text{NHP} + 1, \text{NHP} + 2, \dots, \text{NPANLS} \quad (2)$$

方程 (1) 和 (2) 的右边分别代表垂直于水平翼平面和垂直翼平面的自由流速度分量与其他诱导速度之和。方程 (1) 左边的和式代表由水平弹翼与垂直弹翼平面形状内的那些常压面元在水平弹翼的控制点上所引起的上洗扰动速度; 方程 (2) 左边的和式则代表上述常压面元在垂直弹翼的控制点上所引起的侧洗扰动速度。

其次, 我们将说明扰动速度如何用空气动力影响系数来表示。这些影响系数把常压面元在某点上引起的诱导扰动速度分量与其强度 Δp 以及相对于面元角点的座标联系起来。常压面元的影响域也通过空气动力影响系数予以适当考虑。

附录 A 摘录了确定常值压力载荷半无限三角区诱导扰动速度的方法, 下面以符号形式介绍其结果。扰动速度可用附图 2 所示的与三角区相联系的座标系表示如下

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\Delta p}{4\pi q_\infty} F_u(x, y, z, \lambda, \Lambda_{LE}) \\ v &= \frac{\Delta p}{4\pi q_\infty} F_v(x, y, z, \lambda, \Lambda_{LE}) \\ w &= \frac{\Delta p}{4\pi q_\infty} F_w(x, y, z, \lambda, \Lambda_{LE}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

完整的表达式见附录 A 中的方程 (A-9) 至 (A-14)。函数 F_u , F_v 及 F_w 称为影响函数, 它们依赖于计算点相对于半无限三角区顶点的座标 (x, y, z) 。这些函数见附录 A 中的方程 (A-12), 它们还与前缘后掠角 Λ_{LE} 以及因子 λ 有关, 其中 λ 由自由流马赫数 M_∞ 按下式给出

$$\lambda = (M_\infty^2 - 1)^{1/2} \quad (4)$$

为了建立梯形常压面元所引起的扰动速度公式, 必须应用上节中叙述的并在附图 4 中示意的迭加原则。例如, 对具有后掠前缘和后缘的面元, 第 n 个常压面元在等 v 个控制点上所引起的上洗, 根据附图 4 可表达为

$$\begin{aligned} w_{w,v,n} &= \frac{\Delta p_n}{4\pi q} [F_w(x_{1,v}, y_{1,v}, z_{1,v}, \lambda, \Lambda_{LE}) \\ &\quad - F_w(x_{2,v}, y_{2,v}, z_{2,v}, \lambda, \Lambda_{LE}) - F_w(x_{3,v}, y_{3,v}, z_{3,v}, \lambda, \Lambda_{LE}) \\ &\quad + F_w(x_{4,v}, y_{4,v}, z_{4,v}, \lambda, \Lambda_{LE})] \end{aligned} \quad (5)$$

式中带有下标的座标符号代表控制点相对于面元四个角点中某一角点的座标。角点编号顺序与附图 4 中所示的座标系的方向应是相配的。同样, 第 n 个面元在第 v 个控制点上所引起的侧洗可给出如下

$$v_{Wv,n} = -\frac{\Delta p_n}{4\pi q} [F_v(x_{1,v}, y_{1,v}, z_{1,v}, \lambda, \Lambda_{LE}) - F_v(x_{2,v}, y_{2,v}, z_{2,v}, \lambda, \Lambda_{LE}) - F_v(x_{3,v}, y_{3,v}, z_{3,v}, \lambda, \Lambda_{TE}) + F_v(x_{4,v}, y_{4,v}, z_{4,v}, \lambda, \Lambda_{TE})] \quad (6)$$

应注意, 如果面元的前缘或者后缘有一个是前掠的, 那么, 对这个特定的边缘就必须采用附图 4 (b) 所示的那种变换图形。方程 (5) 和 (6) 中方括号内的项定名为常压面元的上洗和侧洗空气动力影响系数。

将方程 (5) 和 (6) 分别代入边界条件 (1) 和 (2) 以后, 就可得到连系 NPANLS 个待定压力载荷值 Δp 的 NPANLS 个方程的联立方程组。

2.2 旋成体弹身的流动模型

本节描述一下具有倾角的超音速轴对称弹身的位流表示法。虽然本节所述的理论在许多参考文献中都可以找到, 但为了完整起见, 还是把它收集在这里。另外, 本文中对弹身上控制点的处理是遵循阿姆斯研究中心卡迈克尔 (R. C. Carmichael) 的想法来做的, 不同于参考文献 [1、2 和 6] 中的处理。

从根本上说, 在超音速气流中的轴对称弹身, 可以用分布在弹身中心线上的三维源和偶极子分布来模拟, 这些奇点分布用来分别考虑体积效应和迎角效应。这些奇点的强度需根据弹身表面控制点上的流动相切性条件来确定。这种理论在参考文献 [7 和 8] 中已有相当详细的论述。文献 [9] 中论述了该理论体积效应的早期应用, 对炮弹头部压力分布进行了计算。

在下面的讨论中, 首先讨论几何特性, 然后叙述边界条件, 并指出如何将位函数和边界条件分解为轴向和横向两部分, 以便对其分别处理。另外还介绍一下建立这种理论的要害。最后叙述计算弹身引起的扰动速度的方法。

2.2.1 弹身的几何特性

弹身为轴对称的尖头外形。如果所计算的流场不在弹翼后缘后的区域内, 则不一定需要知道十字型或平面型弹翼后的弹身形状。当所计算的流场处于弹身后面的时候, 弹身后部的横切面只限于是圆柱形的。关于这种情况的程序说明可参看附录 B。

附录 B 中所阐述的计算机程序是针对下列弹身头部外形而编排的:

- (1) 抛物线外形的头部;
- (2) 西尔斯-哈克 (Sears-Haack) 前弹身;
- (3) 正切尖拱形头部;
- (4) 椭圆形前弹身;
- (5) 圆锥形前弹身。

其中第 1 种和第 4 种外形属于钝头头部。对这种外形, 在建立弹身流动模型时将头部

向前延伸交于一点。在以上所有情况下，头部后面所连接的是圆柱形后弹身。

2.2.2 弹身表面的流动相切性边界条件；轴向流动和横向流动问题

本节将指出，流动相切性边界条件及其位函数可以分解为轴向流动和横向流动两部分。假定旋成体弹身具有如图 2.1 所示的柱坐标。

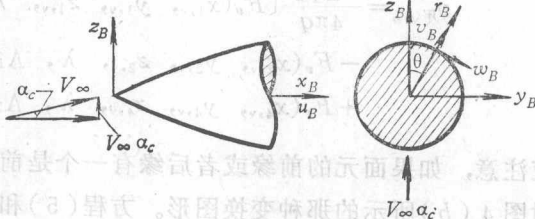


图 2.1

应注意，分量 w_B 总是与弹身表面相切的。只需要考虑子午面上的边界条件，在此平面内的弹身外廓线由下式给出：

$$r = R(x_B) \quad (7)$$

采用由 V_∞ 无量纲化的扰动速度分量 u_B, v_B, w_B ，弹身表面的流动相切性边界条件可写为

$$\left. \frac{v_B + \alpha_c \cos \theta}{1 + u_B} \right|_{\text{弹身表面}} = \frac{dR}{dx_B} \quad (8)$$

上面的边界条件是说，在子午面内，流动是贴着弹身外廓的。

用柱坐标表示的位函数所应满足的方程为

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r_B^2} + \frac{1}{r_B} \frac{\partial \Phi}{\partial r_B} + \frac{1}{r_B^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - (M_\infty^2 - 1) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_B^2} = 0 \quad (9)$$

考虑到此方程是线性的，可以把它的解写成两个位函数之和：

$$\Phi(x_B, r_B, \theta) = \Phi_a(x_B, r_B) + \Phi_c(x_B, r_B, \theta) \quad (10)$$

这两个位函数都满足方程(9)。如象后面用到的那样，这些解分别称为轴向流位函数和横向流位函数。扰动速度与这些位函数的关系如下：

$$\left. \begin{aligned} u_B &= \frac{\partial \Phi_a}{\partial x_B} + \frac{\partial \Phi_c}{\partial x_B} \\ v_B &= \frac{\partial \Phi_a}{\partial r_B} + \frac{\partial \Phi_c}{\partial r_B} \\ w_B &= \frac{1}{r_B} \frac{\partial \Phi_c}{\partial \theta} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这样一来，对旋成体弹身来说，方程(8)就可分解为以下两部分：

$$\left. \frac{(\partial \Phi_a / \partial r_B)}{[1 + (\partial \Phi_a / \partial x_B)]} \right|_{\text{弹身表面}} = \frac{dR}{dx_B}, \quad \text{轴向流动} \quad (12a)$$

$$\left. \frac{[\partial \Phi_c / \partial r_B + \alpha_c \cos \theta]}{(\partial \Phi_c / \partial x_B)} \right|_{\text{弹身表面}} = \frac{dR}{dx_B}, \quad \text{横向流动} \quad (12b)$$

应当注意，方程(12a)是自由流速度为 V_∞ 的轴向流动问题的精确边界条件。与此类似，方程(12b)中只含有横流速度，它是横向流速为 $V_\infty \alpha_c$ 的横向流动问题的精确边界条件。于是，两个问题可以分别求解。两个解之和将准确地满足方程(8)和方程(9)。

下面几小节的内容是关于选择轴向流动和横向流动奇点的问题，分别用源解和偶极子解的迭加来描述。

2.2.3 轴向流动问题奇点的选择

把方程(9)中与角变量有关的项略去后,就可得到轴向流动位函数所应满足的方程:

$$(12) \quad \frac{\partial^2 \Phi_a}{\partial r_B^2} + \frac{1}{r_B} \frac{\partial \Phi_a}{\partial r_B} - (M_\infty^2 - 1) \frac{\partial^2 \Phi_a}{\partial x_B^2} = 0 \quad (13)$$

这种位函数的解可以用沿弹身轴线的待定源分布的如下积分式来表示:

$$\Phi_a(x_B, r_B) = - \int_0^{x_B - \lambda r_B} \frac{f(\xi)}{\sqrt{(x_B - \xi)^2 - \lambda^2 r_B^2}} d\xi \quad (14)$$

式中 $\lambda^2 = M_\infty^2 - 1$ 。

积分上限的意义示于图 2.2 中。待定源分布于 x_B 轴上从 0 至 L 的范围内。为了获得点 $P(x_B, r_B)$ 处的 Φ_a 值,只需要计算从 0 至 $\xi = x_B - \lambda r_B$ 这一区间的源,因为 ξ 这一点以下的源对点 $P(x_B, r_B)$ 的流动情况没有影响。轴向流动位函数的扰动速度,可通过对方程(14)按下式求导得到:

$$(15) \quad \left. \begin{aligned} u_{B,a} &= \frac{\partial \Phi_a}{\partial x_B} \\ v_{B,a} &= \frac{\partial \Phi_a}{\partial r_B} \end{aligned} \right\}$$

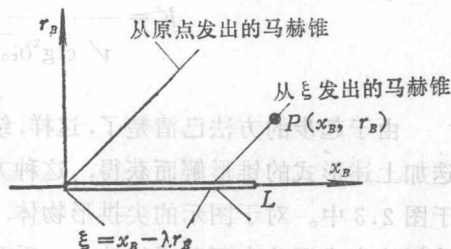


图 2.2

由于在方程(14)中积分上限内出现了变量 x_B 和 r_B ,同时由于对上限来说积分号内函数成为奇异的,所以宜于改变积分变量,并把莱布尼兹法则应用于积分号内的微分里。按照参考文献〔7〕所述的步骤,令

$$\xi = x_B - \lambda r_B \operatorname{ch} \sigma \quad (16)$$

则轴向流动位函数可改写为:

$$\Phi_a(x_B, r_B) = - \int_0^{\operatorname{arcch}(x_B/\lambda r_B)} f(x_B - \lambda r_B \operatorname{ch} \sigma) d\sigma \quad (17)$$

所以,根据方程(15)可获得尖头弹身〔 $f(0) = 0$ 〕的轴向流动速度位的扰动速度如下:

$$(18) \quad \left. \begin{aligned} u_{B,a} &= - \int_0^{\operatorname{arcch}(x_B/\lambda r_B)} f'(x_B - \lambda r_B \operatorname{ch} \sigma) d\sigma \\ v_{B,a} &= - \int_0^{\operatorname{arcch}(x_B/\lambda r_B)} f'(x_B - \lambda r_B \operatorname{ch} \sigma) (-\lambda \operatorname{ch} \sigma) d\sigma \end{aligned} \right\}$$

式中 f' 代表函数 f 对其自变量的导数。

一个特别简单但有用的函数是:

$$f(\xi) = K\xi \quad (19)$$

由此得

$$f(0) = 0, f'(\xi) = K$$

将此函数代入方程(17),并应用方程(16)将 ξ 置换,则得:

$$(20) \quad \Phi_a(x_B, r_B) = -Kx_B \left[\operatorname{arcch} \left(\frac{x_B}{\lambda r_B} \right) - \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda r_B}{x_B} \right)^2} \right]$$

按照方程(15)直接求导即可得到相应的扰动速度:

$$\left. \begin{aligned} u_{B,a} &= -K \operatorname{arcch} \left(\frac{x_B}{\lambda r_B} \right) \\ v_{B,a} &= K \lambda \sqrt{\left(\frac{x_B}{\lambda r_B} \right)^2 - 1} \\ w_{B,a} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

两个速度都是参数 $x_B/\lambda r_B$ 的函数。因此, 在 x_B/r_B 为常数的线上这两个速度是不变的, 也就是从原点发出的射线上扰动速度为常数。由方程 (21) 所描述的流场称为锥形流场。对于具有锥顶角为 δ_{conc} 的圆锥体, 参考文献〔7〕中建立了常数 K 同 δ_{conc} 之间的关系, 即

$$K = \frac{\operatorname{tg} \delta_{\text{conc}}}{\sqrt{\operatorname{ctg}^2 \delta_{\text{conc}} - \lambda^2} + \operatorname{tg} \delta_{\text{conc}} \operatorname{arcch} \left(\frac{\operatorname{ctg} \delta_{\text{conc}}}{\lambda} \right)} \quad (22)$$

由于起步的方法已清楚了, 这样, 绕任意外形尖头旋成体弹身的轴向流动解就可以通过迭加上述形式的锥形解而获得, 这种方法表示于图 2.3 中。对于图示的尖拱形物体, 轴向流动解的合成源分布可以通过迭加一系列线性变化源来得到; 亦即迭加一系列锥形解:

$$f(\xi) = K_0 \xi - K_1(\xi - \xi_1) - K_2(\xi - \xi_2) + \dots \quad (23)$$

式中的常数 $K_0, K_1, K_2, \dots$ 都是正的, 而 $\xi_0 = 0, \xi_1 = x_{B1} - \lambda r_{B1}, \xi_2 = x_{B2} - \lambda r_{B2}, \dots$ 等是各个线奇点的起始点座标。以上常数的值用下述的递推法来求得。 K_0 相应于具有与尖拱形头部相同顶角的锥形解, 它给出头顶附近的流动。在弹身控制点 (x_{B1}, r_{B1}) 上, 必须迭加另一个锥形解, 其起点位于 $\xi_1 = x_{B1} - \lambda r_{B1}$ 处,

其常数 K_1 这样选择, 使其在弹身控制点 (x_{B1}, r_{B1}) 处的流动相切性边界条件得到满足。这第二个解不会影响到控制点 (x_{B1}, r_{B1}) 之前头部的流动。令 $NXBODY$ 代表在弹身中心线上以相同间隔分布的奇点数目, 那么, 控制点的数目就等于 $(NXBODY-1)$ 。第一个常数 K_0 的值可以将方程 (21) 代入边界条件方程 (12a) 得出。实际上, 其结果已由方程 (22) 给出, 只要令 $\delta_{\text{conc}} = \theta_{\text{nosc}}$ 即可, 即

$$K_0 = \frac{\operatorname{tg} \theta_{\text{nosc}}}{\sqrt{\operatorname{ctg}^2 \theta_{\text{nosc}} - \lambda^2} + \operatorname{tg} \theta_{\text{nosc}} \operatorname{arcch} \left(\frac{\operatorname{ctg} \theta_{\text{nosc}}}{\lambda} \right)} \quad (24)$$

式中

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{nosc}} = \left. \frac{dR}{dx_B} \right|_{x_B=0} \quad (25)$$

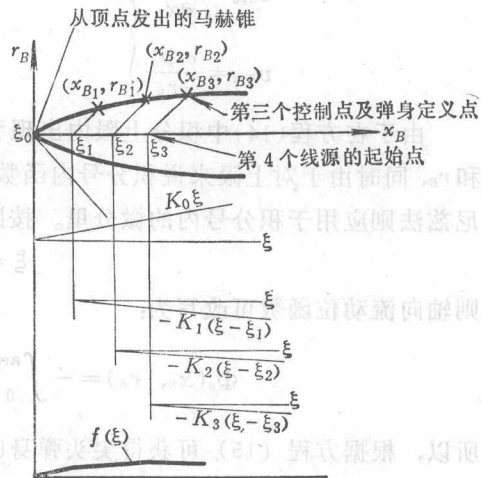


图 2.3