不确定理论与优化丛书

Uncertainty Theory and Optimization Series

不确定规划及应用

Uncertain Programming with Applications

刘宝碇 赵瑞清 王纲 著

Liu Baoding Zhao Ruiqing Wang Gang

清华大学出版社 Springer

不确定理论与优化丛书

Uncertainty Theory and Optimization Series

不确定规划及应用

Uncertain Programming with Applications

刘宝碇 赵瑞清 王纲 著

Liu Baoding Zhao Ruiqing Wang Gang

清华大学出版社
北京

Springer

内 容 简 介

在管理科学、运筹学、信息科学、系统科学、计算机科学以及工程等很多领域都存在人为的或客观的不确定性，如随机性、模糊性、粗糙性、随机模糊性。在不确定环境下如何建立优化模型？如何求解这些模型？不确定规划恰恰回答了这两个问题。本书将介绍不确定规划的理论、算法以及在可靠性优化、设备选址、机器排序、车辆调度、关键路问题等方面的应用，并力图反映不确定规划的最新研究成果。本书可作为高年级大学生和研究生教材，也可作为教师和技术人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

不确定规划及应用/刘宝碇，赵瑞清，王纲著. —北京：清华大学出版社，2003
（不确定理论与优化丛书）
ISBN 7-302-06940-9

Ⅰ. 不… Ⅱ. ①刘…②赵…③王… Ⅲ. ①数学规划②模糊数学 Ⅳ.①O221 ②O159

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 061666 号

出 版 者：清华大学出版社
http://www.tup.com.cn
社 总 机：010-62770175
地　　址：北京清华大学学研大厦
邮　　编：100084
客户服务：010-62776969
责任编辑：王海燕
封面设计：常雪影
印 刷 者：北京牛山世兴印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：170×230　**印张**：19.75　**字数**：341 千字
版　　次：2003 年 8 月第 1 版　2003 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-06940-9/O · 312
印　　数：1~3000
定　　价：28.00 元

不确定理论与优化丛书

在运筹学、管理科学、信息科学、工业工程、航天技术以及军事等众多领域都存在着人为的或客观的不确定性，表现形式也多种多样，如随机性、模糊性、粗糙性以及多重不确定性。辩证地讲，不确定性是绝对的，确定性是相对的。不确定理论与优化不仅具有学术价值，而且具有广阔的应用前景。为了促进不确定理论、不确定规划、算法及应用的学术交流与发展，清华大学出版社决定出版《不确定理论与优化丛书》。本丛书将在编委会的指导下遴选书稿，指导思想是突出学术性、创新性、实用性。既出版有独到见解的学术专著，又出版实用案例分析和研究生教材。如您希望您的著作加入本丛书，请向编委会垂询。http://orsc.edu.cn/usc

丛 书 编 委 会

不确定理论与优化丛书

Uncertainty Theory and Optimization Series

第 1 卷：《不确定规划及应用》，刘宝碇，赵瑞清，王纲

以下正在撰写：

《实用马氏决策过程》，刘克
《模糊集理论及应用》，张强，王昭
《模糊不确定性系统的建模与控制》，李少远，王昕
《物流管理非确定性模型与算法》，唐加福
《模糊环境中的生产计划方法》，唐加福，董颖，汪定伟
《决策理论与方法》，徐玖平

序　言

在运筹学、管理科学、信息科学、系统科学、计算机科学以及工程等众多领域都存在着客观的或人为的不确定性. 这些不确定性的表现形式是多种多样的，如随机性、模糊性、粗糙性、模糊随机性以及其他的多重不确定性. 伴随着这些不确定性，毫无疑问地存在着大量的不确定优化问题. 然而，对于这些含有不确定性的决策问题，经典的优化理论通常是无能为力的. 虽然已有的随机规划和模糊规划可以解决一部分不确定优化问题，但又远远不能满足解决具有多重不确定性的优化问题的需求. 因此，建立和完善统一的不确定环境下的优化理论与方法不但具有理论价值，而且具有广阔的应用前景.

随着计算机技术的飞速发展以及智能计算技术的不断涌现，许多复杂的优化问题已经能够通过计算机求解. 尽管目前优化问题的求解规模常常与计算机的运行速度有关，但是随着计算机的更新换代，问题的主要矛盾不在于运行速度而在于建立问题的数学模型和求解算法. 事实上，一些过去根本无法求解的复杂问题如今很多都可以通过计算机求解. 摆在我们面前的任务是提出更加丰富的建模思想，建立优化问题的数学模型并设计现代优化算法.

本书的主要目的是介绍不确定规划理论、算法及应用. 为了便于非数学专业的读者能阅读与学习本书，本书力求在保证体系完整的同时回避一些过分烦琐的数学证明. 同时，力求做到所选内容反映不确定规划的最新国际发展现状. 为了更有效地应用不确定规划解决实际问题，本书给出了一些不确定规划应用范例和算法.

本书共分 16 章. 第 1 章主要介绍数学规划的基本概念，如线性规划、非线性规划、多目标规划、目标规划、动态规划以及多层规划. 第 2 章和第 3 章分别介绍遗传算法和神经元网络. 第 4 章介绍概率论的基本概念以及一些常见概率分布的随机数的产生方法. 第 5 章、第 6 章和第 7 章分别介绍随机环境下的期望值模型、机会约束规划和相关机会规划，并应用到网络结构优化问题、车辆调度问题、冗余优化、关键路问题、并行机排序和设备选址问题等实际问题中. 第 8 章介绍模糊理论中一些基本概念如模糊集、模糊变量、可能性空间、模糊运算、可能性测度、必要性测度、可信性测度、期望值算子以

及模糊模拟. 第 9 章、第 10 章和第 11 章介绍模糊规划、混合智能算法以及在冗余优化、并行机排序问题、设备选址问题、车辆调度问题和关键路问题中的应用. 第 12 章介绍模糊随机变量、模糊随机运算、期望值算子、机会测度和模糊随机模拟. 第 13 章介绍模糊随机规划及其混合智能算法. 第 14 章和第 15 章介绍随机模糊变量与随机模糊规划. 第 16 章介绍粗糙变量、随机粗糙变量、粗糙随机变量、模糊粗糙变量、粗糙模糊变量、双重随机变量、双重模糊变量以及双重粗糙变量的定义, 同时简要介绍不确定动态规划以及不确定多层规划. 最后, 给出了不确定规划模型的分类图.

本书可作为高等院校有关专业的高年级大学生和研究生的教材, 也可作为运筹学、管理科学、计算机科学、系统科学、信息科学与工程等方面的学者和技术人员的参考书.

本书是在清华大学研究生的学位课程《不确定规划》讲稿基础上经过反复修改、扩充而成的. 在授课过程中, 许多同事和学生提出了大量有益的见解, 在此感谢谢金星、邢文训、陆玫、刘彦奎、彭锦、高金伍、吕强、王旭军、钟杰、凌海山、周建、柯华、苗国瑞、谷起平、杨晓虎、计小宇、蒋宇、李平科以及郑永双等. 同时, 我们感谢国家自然科学基金委员会的资助, 以及清华大学出版社王海燕编辑给予的支持与合作.

刘宝碇　赵瑞清　王纲
http://orsc.edu.cn/utlab
2003 年 2 月于清华园

目　　录

序言 xi

第 1 章　数学规划简介 **1**

1.1　线性规划 1
1.2　非线性规划 2
1.3　多目标规划 4
1.4　目标规划 5
1.5　动态规划 7
1.6　多层规划 8

第 2 章　遗传算法 **11**

2.1　表示结构 12
2.2　处理约束条件 12
2.3　初始化过程 13
2.4　评价函数 14
2.5　选择过程 15
2.6　交叉操作 15
2.7　变异操作 16
2.8　遗传算法过程 16
2.9　数值例子 17

第 3 章　神经元网络 **23**

3.1　人工神经元 24
3.2　多层前向神经元网络 24
3.3　函数逼近 26

3.4 网络结构的确定 27
3.5 反向传播算法 27
3.6 用遗传算法训练神经元网络 29
3.7 数值例子 29

第 4 章 随机变量 **32**
4.1 概率的公理化定义 32
4.2 随机变量 33
4.3 概率分布函数及概率密度函数 36
4.4 独立与同分布 37
4.5 期望值算子 38
4.6 方差与协方差 42
4.7 乐观值和悲观值 43
4.8 随机变量的比较 44
4.9 大数定律 45
4.10 随机数的产生 46
4.11 随机模拟 57

第 5 章 随机期望值模型 **61**
5.1 期望值模型 62
5.2 凸性 63
5.3 混合智能算法 64
5.4 冗余优化 66
5.5 设备选址问题 71
5.6 并行机排序问题 74
5.7 期望值模型总是有效吗？ 77

第 6 章 随机机会约束规划 **79**
6.1 机会约束 79
6.2 Maximax 机会约束规划 80
6.3 Minimax 机会约束规划 82
6.4 确定性等价形式 84
6.5 等价定理 87
6.6 混合智能算法 88

6.7 网络结构优化 92
6.8 车辆调度问题 94
6.9 冗余优化 103
6.10 设备选址问题 106
6.11 关键路问题 107
6.12 并行机排序问题 110

第 7 章 随机相关机会规划 113
7.1 不确定环境、事件和机会函数 113
7.2 不确定原理 116
7.3 相关机会规划 118
7.4 相关机会多目标规划 121
7.5 相关机会目标规划 121
7.6 混合智能算法 122
7.7 网络结构优化问题 126
7.8 车辆调度问题 128
7.9 冗余优化 130
7.10 关键路问题 132
7.11 并行机排序问题 133
7.12 设备选址问题 135
7.13 六合彩问题 136

第 8 章 模糊变量 138
8.1 可能性的公理化定义 138
8.2 模糊变量 144
8.3 可信性分布和密度函数 148
8.4 模糊变量的独立性 149
8.5 乐观值与悲观值 152
8.6 期望值 154
8.7 模糊变量的比较 162
8.8 模糊模拟 162

第 9 章 模糊期望值模型 168
9.1 模型的一般形式 168

9.2 混合智能算法 169
9.3 冗余优化 172
9.4 并行机排序问题 173
9.5 设备选址问题 175

第 10 章 模糊机会约束规划 178

10.1 机会约束 178
10.2 Maximax 机会约束规划 178
10.3 Minimax 机会约束规划 181
10.4 机会约束规划的变种 182
10.5 清晰等价形式 185
10.6 混合智能算法 187
10.7 冗余优化 190
10.8 车辆调度问题 191
10.9 关键路问题 194
10.10 并行机排序问题 196
10.11 设备选址问题 197

第 11 章 模糊相关机会规划 199

11.1 不确定原理 199
11.2 相关机会规划 200
11.3 相关机会规划的变种 202
11.4 混合智能算法 202
11.5 冗余优化 206
11.6 并行机排序问题 208
11.7 设备选址问题 209
11.8 车辆调度问题 210
11.9 关键路问题 211

第 12 章 模糊随机变量 213

12.1 模糊随机变量 213
12.2 期望值算子 216
12.3 机会测度 217
12.4 乐观值与悲观值 219

12.5 模糊随机变量的比较 221
12.6 模糊随机模拟 221

第 13 章 模糊随机规划 **224**
13.1 模糊随机期望值模型 224
13.2 模糊随机机会约束规划 225
13.3 模糊随机相关机会规划 230
13.4 混合智能算法 233

第 14 章 随机模糊变量 **241**
14.1 随机模糊变量 241
14.2 期望值算子 244
14.3 机会测度 244
14.4 乐观值与悲观值 246
14.5 随机模糊变量的比较 248
14.6 随机模糊模拟 248

第 15 章 随机模糊规划 **252**
15.1 随机模糊期望值模型 252
15.2 随机模糊机会约束规划 253
15.3 随机模糊相关机会规划 257
15.4 混合智能算法 259

第 16 章 不确定规划 **266**
16.1 粗糙变量 266
16.2 随机粗糙变量 267
16.3 粗糙随机变量 268
16.4 模糊粗糙变量 269
16.5 粗糙模糊变量 269
16.6 双重随机变量 270
16.7 双重模糊变量 270
16.8 双重粗糙变量 271
16.9 不确定动态规划 271
16.10 不确定多层规划 273

16.11 不确定规划分类 277

参考文献 **279**

一些常用的符号 **297**

索引 **298**

第 1 章

数学规划简介

运筹学是从 20 世纪 30 年代发展起来的一门新兴学科，其研究对象是人类对各种资源的运用及筹划活动，研究目的在于了解和发现这种运用及筹划活动的基本规律，以便发挥有限资源如人力、物力等的最大效益，从而达到全局最优的目标. 作为运筹学的基本工具，数学规划从数学方法论的观点出发，通过对优化问题中各种因素之间的数学关系的研究，构造出数学模型并进行求解，从而为决策提供支持. 简单地说，数学规划就是在一些数学等式或不等式约束条件下，求一个 (或一组) 函数极值的方法.

常见的数学规划有线性规划、非线性规划、多目标规划、目标规划、动态规划、多层规划、随机规划、模糊规划、粗糙规划、随机模糊规划等.

数学规划包含的内容十分丰富，我们不可能在短短的一章里涉及到其所有的内容. 本章只介绍一些数学规划的基本概念和处理技术，使读者在阅读本书的其他章节前对数学规划的基本术语有一个总体的把握.

1.1 线 性 规 划

作为优化领域最基本的工具之一，线性规划研究的是在一组线性约束条件下，使某个线性函数达到最大的优化问题. 一个标准的线性规划可以表示为

$$\begin{cases} \max \boldsymbol{Cx} \\ \text{s.t.} \\ \qquad \boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{B} \\ \qquad \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}, \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 $\boldsymbol{C} = (c_1, c_2, \cdots, c_n)$, $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{m\times n}$ 和 $\boldsymbol{B} = (b_1, b_2, \cdots, b_m)^{\mathrm{T}}$ 为已知系数，而 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$ 为决策向量.

一个解 $\boldsymbol{x}$ 称为线性规划 (1.1) 的可行解，如果 $\boldsymbol{x}$ 满足 $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{B}$, 且 $\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$. 由所有可行解构成的集合称为可行集. 一个可行解 $\boldsymbol{x}^*$ 称为线性规划 (1.1) 的最优解，如果对所有的可行解 $\boldsymbol{x}$, 有 $\boldsymbol{Cx} \leq \boldsymbol{Cx}^*$.

集合 S 是凸的当且仅当对任意的 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2 \in S$ 和 $\lambda \in [0,1]$, 有 $\lambda\boldsymbol{x}_1 + (1-\lambda)\boldsymbol{x}_2 \in S$. 假设 $\boldsymbol{x}_1$ 和 $\boldsymbol{x}_2$ 是 (1.1) 的任意两个可行解，且 $0 \le \lambda \le 1$, 很容易证明 $\lambda\boldsymbol{x}_1 + (1-\lambda)\boldsymbol{x}_2$ 也是线性规划 (1.1) 的可行解. 因此，线性规划的可行集永远是凸的.

一个点 $\boldsymbol{x}$ 称为凸集 S 的极点，如果 $\boldsymbol{x} \in S$ 且 $\boldsymbol{x}$ 不能表示成 S 中其他任何两点的凸组合. 已经证明，在可行集 S 有界的情况下，线性规划 (1.1) 的最优解一定是可行集中的某个极点. 这一事实奠定了单纯形法的理论基础. 单纯形法由 Dantzig[53] 最先提出，目前已成为求解线性规划最为广泛和有效的方法. 简单地说，单纯形法仅检查可行集中的极点，而不是所有的可行解. 首先，单纯形法选择一个极点作为初始点，检验其是否为最优解. 若该点不是最优解，则再找一个使目标函数有所改进的极点. 重复以上过程，直到目标函数值不能改进为止. 最后找到的一个极点就是最优解. 为了解决大规模的或特殊结构的线性规划问题，一些学者相继提出了一些改进的技术，如修正单纯形法、对偶单纯形法、原始对偶单纯形法、 Wolfe-Dantzig 分解法以及 Karmarkar 内点算法. 更加详细的内容，读者可以查阅有关线性规划的书籍和论文.

1.2 非线性规划

在现实生活中，很多优化决策问题中的变量之间并不完全是线性关系，更多的情况是在目标函数及约束条件中包含着一些非线性因素，也就是说，优化问题的可行域是由一组非线性不等式来描述的. 这种情况下的优化问题称为非线性规划. 标准的非线性规划形式如下：

$$\begin{cases} \min \ f(\boldsymbol{x}) \\ \text{s.t.} \\ \qquad g_j(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p, \end{cases} \tag{1.2}$$

即在一组非线性等式或不等式约束条件下，极小化一个实值函数. 如果把非线性规划 (1.2) 中的约束条件去掉，则称为无约束规划. 如果函数 $f(\boldsymbol{x})$ 和 $g_j(\boldsymbol{x})$ $(j = 1, 2, \cdots, p)$ 均为凸函数，则非线性规划 (1.2) 称为凸规划. 如果 $f(\boldsymbol{x})$ 可以表示为 $f(\boldsymbol{x}) = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \cdots + f_n(x_n)$, 则非线性规划 (1.2) 称为可分离规划. 如果函数 $f(\boldsymbol{x})$ 是二次的，并且所有函数 $g_j(\boldsymbol{x})$ $(j = 1, 2, \cdots, p)$ 都是线性的，则非线性规划 (1.2) 称为二次规划. 如果函数 $f(\boldsymbol{x})$ 和 $g_j(\boldsymbol{x})$ $(j = 1, 2, \cdots, p)$

的形式是 $\sum_j a_j \prod_{i=1}^n x_i^{b_{ij}}$, 且对所有的序号 j, $a_j > 0$, 则称非线性规划 (1.2) 为几何规划.

在非线性规划 (1.2) 中，向量 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 称为决策向量，其中 n 个变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 称为决策分量. 决策向量 $\boldsymbol{x}$ 的函数 f 称为目标函数. 集合

$$S = \left\{\boldsymbol{x} \in \mathrm{R}^n \,\middle|\, g_j(\boldsymbol{x}) \le 0, j = 1, 2, \cdots, p\right\} \tag{1.3}$$

称为可行集. 满足条件 $\boldsymbol{x} \in S$ 的解称为可行解. 非线性规划问题的目的在于找到一个解 $\boldsymbol{x}^* \in S$ 使得

$$f(\boldsymbol{x}^*) \le f(\boldsymbol{x}), \quad \forall \boldsymbol{x} \in S, \tag{1.4}$$

此时的解 $\boldsymbol{x}^*$ 称为最优解. 这种情况下的最优解也称为极小解. 最优解 $\boldsymbol{x}^*$ 所对应的目标值 $f(\boldsymbol{x}^*)$ 称为最优值.

极大化问题

$$\begin{cases} \max\ f(\boldsymbol{x}) \\ \text{s.t.} \\ \qquad g_j(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p, \end{cases} \tag{1.5}$$

可以通过把目标函数乘以 -1, 变成在同样约束下的极小化问题，而这两个数学规划具有同样的最优解.

有时，约束条件中不仅含有不等式，而且含有等式，如

$$\begin{cases} g_j(\boldsymbol{x}) \le 0, \quad j = 1, 2, \cdots, p \\ h_k(\boldsymbol{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \cdots, q. \end{cases}$$

对于这样的优化问题，我们可以通过求解方程组 $h_k(\boldsymbol{x}) = 0$ $(k = 1, 2, \cdots, q)$ 把其中 q 个变量用余下的变量替代，从而在非线性规划中删除这 q 个变量. 此外，我们也可以通过 Lagrangian 方法去除等式和不等式约束，这种方法的基本思想是将一个有约束问题转化为一个无约束问题进而求解.

现在来考虑一个无约束优化问题，即在区域 R^n 上极小化一个实值函数. 在实际问题中，往往由于函数的一阶导数或二阶导数计算比较困难或根本无法计算，使我们无法使用经典方法进行求解. 这时通常的方法是首先选择 R^n 中的一个点，尽可能地将该点选择在最小值存在的地方. 如果我们没有任何这方面的信息，则可以随机地选取一点. 然后，由该点出发，通过分析该点处函数的性质，沿着使目标函数改善的方向，产生下一个点，接着重新分析函数

的性质，这个过程一直延续到终止条件满足为止. 基于这种思路的求解方法统称为上升法. 根据目标函数 f 性质的不同，可分为直接法、梯度法和 Hessian 法. 直接法仅要求函数在各点有意义，梯度法要求函数 f 的一阶导数存在，Hessian 法则要求二阶导数存在. 众所周知，直接法是一种模式搜索方法，其目的是沿着有利的方向进行加速搜索，例如 Rosenbrock 法、Powell 法、Brent 法、 Stewart 法等等. 共轭方向法和共轭梯度法属于梯度法这一类. Hessian 方法包括牛顿法、 Raphson 法和变尺度法. 所有这些方法并不是对所有的问题都行之有效，它们都有自己的使用范围，有效与否一般要依赖于目标函数的性质.

对含有约束的最优化问题，一般使用的方法有可行方向法、梯度投影法、罚函数法和线性近似法.

遗传算法是用来求解优化问题的一种非常有效的方法. 在本书的第 2 章中，我们将对遗传算法进行详细介绍，其应用将贯穿本书始终.

1.3 多目标规划

非线性规划是在一组约束条件下，极大化一个目标函数. 然而，在很多实际决策问题中，通常包含多个需要同时考虑的不相容目标. 作为单目标规划的推广，多目标规划定义为在一组约束条件下，优化多个不同的目标函数，其一般形式为

$$\begin{cases} \max\ [f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x})] \\ \text{s.t.} \\ \qquad g_j(\boldsymbol{x}) \le 0,\ j = 1, 2, \cdots, p, \end{cases} \tag{1.6}$$

其中 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 是一个 n 维决策向量， $f_i(\boldsymbol{x})$ $(i = 1, 2, \cdots, m)$ 是目标函数， $g_j(\boldsymbol{x}) \le 0$ $(j = 1, 2, \cdots, p)$ 是系统约束条件.

当目标函数相互冲突时，通常不存在最优解使得所有的目标函数同时达到最优. 在这种情况下，我们引入有效解这一概念，它表示在不牺牲其他目标函数的前提下，不可能再改进任何一个目标函数值的可行解. 具体地说，一个解 $\boldsymbol{x}^*$ 称为有效解，如果不存在 $\boldsymbol{x} \in S$ 使得

$$f_i(\boldsymbol{x}) \ge f_i(\boldsymbol{x}^*), \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

且不等号至少对一个序号 j 成立. 在连续的情况下，所有有效解构成的集合实际上是个有效前沿面. 一个有效解也称为非支配解、非劣解或 Pareto 解.