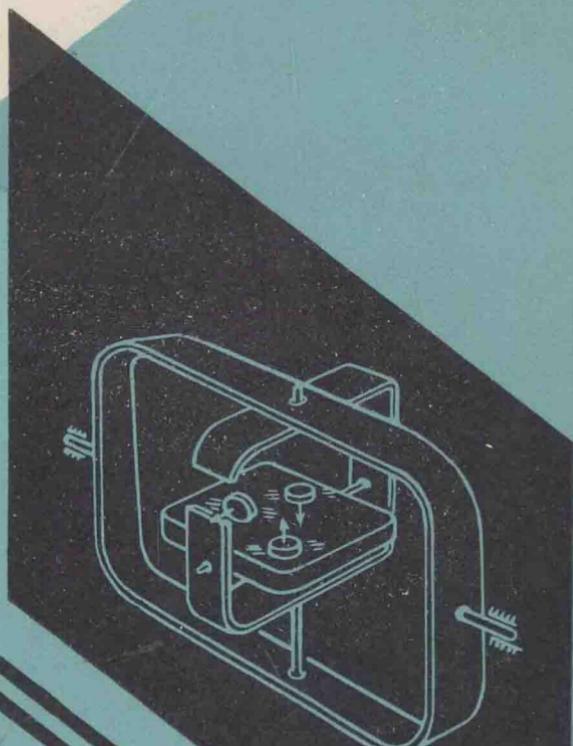


陀螺稳定器的 计算与设计



国防工业出版社

陀螺稳定器的计算与设计

Д. С. 培里波勒

〔苏〕 Ю. А. 高洛索夫 著

E. P. 拉赫捷因科

刘承光译

国防工业出版社

目 录

序言(节译).....	4
第一章 单轴陀螺稳定器在动基座上的运动.....	7
§ 1.1 运动方程	7
§ 1.2 单轴陀螺稳定器的方块图和各环节的传递函数	20
§ 1.3 电气、气压和液压传动装置的动特性	27
§ 1.4 陀螺框架的角刚度	37
§ 1.5 传动装置元件的角刚度	40
第二章 单轴陀螺稳定器的自由运动和受迫运动.....	48
§ 2.1 动力式陀螺稳定器	49
§ 2.2 采用积分陀螺的稳定器	59
§ 2.3 指示型稳定器	62
§ 2.4 不同类型稳定器的比较 带校正的稳定器 对稳定质量的要求	73
§ 2.5 非线性对陀螺稳定器动特性的影响	77
第三章 进动速度.....	93
§ 3.1 利用运动学理论确定进动速度	93
§ 3.2 陀螺漂移速度	99
§ 3.3 进动速度的运动学分量	102
第四章 单轴陀螺稳定器的计算程序	108
第五章 双轴陀螺稳定器	114
§ 5.1 运动方程	114
§ 5.2 线性运动方程, 传递函数, 进动速度	126
§ 5.3 双轴陀螺稳定器的计算程序	129
第六章 三轴陀螺稳定器	131
§ 6.1 运动方程	131
§ 6.2 三轴陀螺稳定器的方块图和各个环节的传递函数	140
§ 6.3 三轴陀螺稳定器的自由运动和受迫运动	146
§ 6.4 固有进动速度	167
§ 6.5 三轴陀螺稳定器的方案选择和计算程序	169
参考文献	175

陀螺稳定器的计算与设计

D. C. 培里波勒

〔苏〕 I.O. A. 高洛索夫 著

E. P. 拉赫捷因科

刘承光译

国防工业出版社

出版说明

遵照伟大领袖毛主席关于“洋为中用”的教导，我们翻译出版了《陀螺稳定器的设计和计算》这本书，供有关读者参考。

陀螺稳定器是惯性导航和制导系统的重要元件之一，它的常平架使惯性敏感元件从主载体的角运动中隔离开来，这就使惯性仪表得到一个更加良好的动态环境，而且使计算工作成为一个较简单的问题。它还可以稳定观测器、瞄准器、照相设备等。因此，它在航空、航海、导弹和空间技术中得到广泛应用。

本书较系统地阐述了单轴、双轴和三轴陀螺稳定器在工程上的设计和计算方法，论述了它们的动态误差的工程计算方法。该方法考虑了稳定器结构元件的实际刚度及敏感元件的工具误差和动态误差等，对有关读者有一定参考价值。

本书不足之处是：未能结合具体型号进行分析计算；关于系统中非线性对陀螺稳定器的影响只作了一般概述，未作详细的分析和计算。

伟大领袖毛主席教导我们：“对于外国文化，排外主义的方针是错误的，应当尽量吸收进步的外国文化，以为发展中国新文化的借镜；盲目搬用的方针也是错误的，应当以中国人民的实际需要为基础，批判地吸收外国文化。”对本书内容我们必须批判地吸收。

本书译稿经陈秉全、李鸿福、崔佩勇、吕应祥等同志校对。

由于我们水平有限，书中一定存在不少错误和不当之处，诚恳地希望广大读者批评指正。

目 录

序言(节译).....	4
第一章 单轴陀螺稳定器在动基座上的运动.....	7
§ 1.1 运动方程	7
§ 1.2 单轴陀螺稳定器的方块图和各环节的传递函数	20
§ 1.3 电气、气压和液压传动装置的动特性	27
§ 1.4 陀螺框架的角刚度	37
§ 1.5 传动装置元件的角刚度	40
第二章 单轴陀螺稳定器的自由运动和受迫运动.....	48
§ 2.1 动力式陀螺稳定器	49
§ 2.2 采用积分陀螺的稳定器	59
§ 2.3 指示型稳定器	62
§ 2.4 不同类型稳定器的比较 带校正的稳定器 对稳定质量的要求	73
§ 2.5 非线性对陀螺稳定器动特性的影响	77
第三章 进动速度.....	93
§ 3.1 利用运动学理论确定进动速度	93
§ 3.2 陀螺漂移速度	99
§ 3.3 进动速度的运动学分量	102
第四章 单轴陀螺稳定器的计算程序	108
第五章 双轴陀螺稳定器	114
§ 5.1 运动方程	114
§ 5.2 线性运动方程, 传递函数, 进动速度	126
§ 5.3 双轴陀螺稳定器的计算程序	129
第六章 三轴陀螺稳定器	131
§ 6.1 运动方程	131
§ 6.2 三轴陀螺稳定器的方块图和各个环节的传递函数	140
§ 6.3 三轴陀螺稳定器的自由运动和受迫运动	146
§ 6.4 固有进动速度	167
§ 6.5 三轴陀螺稳定器的方案选择和计算程序	169
参考文献	175

序 言(节译)

由于陀螺稳定器解决了飞行器的定向和导航问题，并能稳定一系列专用设备，如加速度计、方位仪、观测器、瞄准器和照相设备的物镜等，因此它在航空、导弹和空间技术中得到广泛的应用。

对陀螺稳定器提出的基本要求是在各种动力扰动、载体的加速度、线性过载和振动过载的作用下，平台能在惯性空间精确地保持指定的方向。它的精度用两种类型的误差来表征：一种是在干扰作用下，平台的受迫角振荡；另一种是它的进动速度或漂移速度。通常，把陀螺稳定器的精度作为满足所提出的技术任务的主要指标之一。

对现代高精度的陀螺装置的研制，既要发展陀螺稳定器的理论问题，又要求在此基础上生产和运用一些专用电气机械部件。

本书的目的是：分析不同类型的单轴、双轴和三轴陀螺稳定器；分析由于“恒在”扰动和随机干扰而引起的误差；阐述工程上的设计和计算的方法。其中着重研究陀螺稳定器的计算。

在研究计算方法时，主要困难是选择合适的陀螺稳定器数学模型。要求它既要简单，又要有足够的能满足实际需要的精度(10~20%)和能够描述实际系统的品质。为了能更好地解决这个问题，我们把主要着眼点放在找出和估价那些主要因素和物理现象，而对一些次要问题，将不予考虑。因为每个次要现象所带来的数学模型分类的烦琐，就能造成不少的错误，这样，将导致问题的复杂化并且转移了对基本规律的注意力。

选择陀螺稳定器的工作状态，具有很重要的意义。它应该充分表征着使用条件。我们把飞行器●的小角度振荡作为仪表的基

● 作为陀螺稳定器的基座的“飞行器”，是泛指宇宙飞行器、导弹、飞机、水面或水下舰船等。

本工作状态，而且，在选择陀螺稳定器运动的数学模型中，用一次近似的常系数线性微分方程组来表述。这样的简化步骤，在实践中完全得到了证实。因此，我们可以作如下的假定：

(1) 飞行器的角运动，一般是在具有慢变化的弹道上同时附有相对重心作小角度振荡运动来表征，而这些振荡的频谱远远低于仪表稳定回路的通频带；

(2) 在一次近似的基础上确定系统的运动时，可广泛地采用工程上很方便的频率法。

如果绕稳定轴上的一些力矩按绝对值比基本分量少一个数量级的话，那就不予考虑。这在理论的严谨上造成一定的损失。对绕进动轴作用的力矩，我们则要更细致地进行研究，因为它们影响到进动速度。

运用运动学上刚体的有限旋转的不可交换性理论，我们找出系统的一次近似运动方程，这个方程就确定了陀螺稳定器的进动速度。

在各个章节中，对于发生在陀螺稳定器中的各种现象物理的实质，给予了很大的注意。对于这些物理现象没有深刻的理解，要想处理和运用这些工程上的计算方法是极端困难的。

本书开始几章分析了单轴陀螺稳定器。导出了单陀螺和双陀螺的单轴陀螺稳定器的完整线性方程。从自动调节原理的角度来研究稳定器的基本类型以及在稳定器中所使用的陀螺仪和卸荷传动装置；采用频率法来研究系统的一次近似的自由运动和受迫运动，用以比较不同类型的稳定器，估算那些最明显的非线性影响；确定了由陀螺仪的工具误差和当测量轴作锥形运动时产生的运动学误差所引起的稳定平台的固有进动速度。最后，叙述了在给定要求后单轴陀螺稳定器的计算程序。

所叙述的单轴陀螺稳定器的材料，在很大程度上用于研究双轴和三轴陀螺稳定器。已得到证明，空间稳定器的计算可以归结为两个或三个具有某些特点的单通道稳定器的计算。这些特点就是考虑了通道之间交连影响的存在以及由常平架产生的干扰惯性

力矩等。因此，在所述的材料中将着眼在所述之空间陀螺稳定器的特点上。这些特点是：作为相互关联的自动调节系统的双轴和三轴陀螺稳定器自由运动的稳定性；以及由此所引出的对它们单通道的附加要求；在考虑附加干扰力矩和通道之间交连影响存在时对它们的受迫运动所提出的附加要求；对它们的运动学误差以及设计和计算方法等一些专门问题所提出的附加要求等。

第一章 单轴陀螺稳定器 在动基座上的运动

单轴陀螺稳定器可采用不同类型的一个或两个陀螺敏感元件和不同的卸荷传动装置的方案。我们在飞行器沿其三轴有小角度振荡时，来研究装在飞行器上的仪表运动，从而可以找出陀螺稳定器的不同方案的优缺点。我们应用自动调节原理的概念和方法能够简化这些方案的比较，并有助于阐明单轴陀螺稳定器的基本特点。

§ 1.1 运 动 方 程

单陀螺单轴陀螺稳定器(陀螺架)和双陀螺单轴陀螺稳定器(双转子陀螺架)的示意图，元件注释及其转角分别示于图 1.1 和图 1.2 中。

我们引用以下右手直角座标系：

$x_u y_u z_u$ ——惯性座标系；

$x_0 y_0 z_0$ ——与基座相连的座标系；

$x_i y_i z_i$ ——与稳定平台相连的座标系，标注为 1($i=1$)；第一陀螺仪标注为 2($i=2$)；第二陀螺仪标注为 3($i=3$)。

我们这样选取座标系：就是稳定角和进动角等于零时，三面体 $x_i y_i z_i$ ($i=0, 1, 2, 3$) 同名各轴互相平行且指同一个方向。它们与相应的各常平框架轴重合，如图 1.1 和图 1.2 所示。

我们标定：

α ——稳定平台相对于基座的转角；

ρ ——进动角；

$\omega_{zi}(\omega_{yi}, \omega_{xi})$ ——第 i 元件的绝对角速度在与其相连之座标轴上的投影 $x_i(y_i, z_i)$, $i=0, 1, 2, 3$;

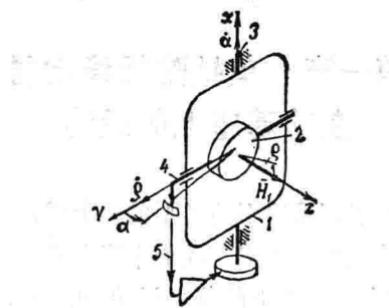


图 1.1 单陀螺单轴陀螺

稳定器(陀螺架)

1—稳定平台； 2—陀螺仪； 3—稳定轴；
4—进动轴； 5—卸荷通道。

$$\varphi_{xi}(\varphi_{yi}, \varphi_{zi}) = \int_0^t \omega_{xi}(\omega_{yi}, \omega_{zi}) dt \text{——绝对角速度在关联轴上}$$

之投影的积分；如果 ω_{xi} 、 ω_{yi} 、 ω_{zi} 是小量，则绕关联轴的转角 $\varphi_{xi}(\varphi_{yi}, \varphi_{zi})$ 可达到一阶小量的精度；

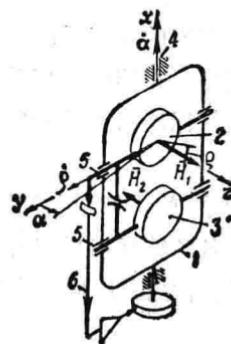


图 1.2 双陀螺单轴陀螺稳定器

(双转子陀螺架)

1—稳定轴； 2—陀螺仪 1； 3—陀螺仪 2；
4—稳定轴； 5—进动轴； 6—卸荷通道。

- $M_{\alpha n}$, $M_{\alpha p}$, $M_{\alpha r}$ ——分别为绕稳定轴的外力矩, 卸荷力矩和干摩擦力矩;
- $M_{\rho n}$, $M_{\rho p}$ ——绕陀螺仪 1 之进动轴的干扰力矩和控制力矩;
- $J_{x1}(J_{y1}, J_{z1})$ ——具有陀螺组件之稳定平台对轴 $x_1(y_1, z_1)$ 的转动惯量;
- d ——折算到稳定轴上的比阻尼力矩;
- m ——表征作用在稳定轴上的惯性干扰力矩的参数, 该惯性干扰力矩是在带减速器的卸荷装置的转子旋转的时候产生的;
- J_s , J_n , J_n ——分别为陀螺对转子轴, 测量轴和进动轴的转动惯量●(与向量 H 和进动轴垂直的轴叫作陀螺仪测量轴);
- H_1 , H_2 ——陀螺仪 1 和 2 的动量矩;
- n ——相对于进动轴的比阻尼力矩;
- $K_a W_a(s)$ ——卸荷通道的传递函数;
- K_a ——卸荷通道的比例系数, 亦即在静态下, 卸荷力矩与进动角之比;
- p ——微分算子;
- s ——拉普拉斯算子;
- t ——时间。

转角 α 和 ρ 以及角速度 $\dot{\alpha}$ 和 $\dot{\rho}$ 的正方向的计算如图 1.1 和图 1.2 中所示。

除卸荷力矩 $M_{\alpha p}$ 以外, 所有作用在稳定轴和进动轴上力矩之正方向, 分别与角速度 $\dot{\alpha}$ 和 $\dot{\rho}$ 的正方向重合。为了得到负反馈, 取卸荷力矩的方向与角速度 $\dot{\alpha}$ 的方向相反。

假定陀螺稳定器的所有元件是绝对刚体, 在系统里没有间隙的条件下我们来建立单转子和双转子陀螺架的运动微分方程。

● 在转子不动时来确定转动惯量 J_s , J_n 和 J_n , 并假定陀螺仪 1 和 2 的转动惯量 J_s , J_n 和 J_n 是彼此相等的。

实践证明，在研究系统的动态时，在通频带的宽度之内(0~30赫)，首先假定系统是不修正的。因为在所指的频率范围内，陀螺

框架的角刚度和卸荷传动装置的刚度，对系统的运动会有明显的影响。因此，下边(§ 1.4 和 § 1.5)将给出考虑到已指出各刚度对稳定器动态影响的工程计算方法。关于没有间隙假定的适用范围，我们在§ 2.5 中来研究。

图 1.3 机械联结机构示意图
0—基座； 1—稳定平台； 2—陀螺仪 1； 3—陀螺仪 2。

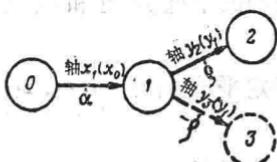
为了简化书写，我们在列出微分方程之前，再作以下补充规定：

- 1) 陀螺仪转子相对陀螺房的转速是不变的，而且不依赖陀螺房的运动。这样就使我们把广义座标从三个减到两个；
- 2) 稳定平台和陀螺仪相对选定之联结座标轴的转动惯量是主转动惯量。

我们取稳定平台相对基座的转角 α 和进动角 ρ 作为广义座标。

为了求出广义座标，我们必须列出两个相互独立的运动方程式，我们利用相对进动轴和稳定轴的力矩方程式为上述方程式。在建立每一个方程时，我们采用力学系统之动量矩向量的导数在任意轴上的投影等于作用在这个轴上的外力矩的定理。在这里我们把所有绕所研究轴作旋转运动的元件总和理解为系统，如图 1.3 所示。例如：在我们推导相对于常平架外框轴 x_1 (稳定轴) 的力矩方程时，力学系统是由元件 1、2、3 组成；而相对进动轴 y_2 时，系统包括元件 2。

动量矩向量导数在任意轴上的投影是用以下方式来计算的。首先用有关刚体的欧拉定理来确定每个元件的动量矩导数在与它相联轴上的投影。然后，把已求出的在相联轴上的导数用方向余弦投影到所要研究的轴上，并把它们按每个系统的所有元件相加起来即可。



运动学方程 按照已规定的符号和所取之正方向，我们把所有元件在相联轴上的角速度投影用基座角速度和广义座标表达如下：

$$\left. \begin{array}{l} \omega_{x1} = \omega_{x0} + \dot{\alpha}; \\ \omega_{y1} = \omega_{y0} \cos \alpha + \omega_{z0} \sin \alpha; \\ \omega_{z1} = -\omega_{y0} \sin \alpha + \omega_{z0} \cos \alpha; \\ \omega_{x2} = \omega_{x1} \cos \rho - \omega_{z1} \sin \rho; \\ \omega_{y2} = \omega_{y1} + \dot{\rho}; \\ \omega_{z2} = \omega_{x1} \sin \rho + \omega_{z1} \cos \rho; \\ \omega_{x3} = \omega_{x1} \cos \rho + \omega_{z1} \sin \rho; \\ \omega_{y3} = \omega_{y1} - \dot{\rho}; \\ \omega_{z3} = -\omega_{x1} \sin \rho + \omega_{z1} \cos \rho. \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

动力学方程 考虑到已作的简化，相对稳定轴和相对进动轴的力矩方程表达如下：

对于单陀螺稳定器，有：

$$\begin{aligned} & J_n(\dot{\omega}_{y1} + \dot{\rho}) + n\dot{\rho} + (J_n - J_s) \left(\frac{\omega_{x1}^2 - \omega_{z1}^2}{2} \sin 2\rho + \right. \\ & \left. + \omega_{x1}\omega_{z1} \cos 2\rho \right) - H_1\omega_{z1} \cos \rho + H_1\omega_{z1} \sin \rho = M_{\rho_B} + M_{\rho_Y}; \\ & J_{z1}\dot{\omega}_{x1} + (J_{z1} - J_{y1})\omega_{y1}\omega_{z1} - J_n\dot{\rho}\omega_{z1} + H_1(\omega_{y1} + \dot{\rho}) \cos \rho + \\ & + (J_s - J_n) \left[(\dot{\omega}_{z1} + 2\omega_{x1}\dot{\rho} + \omega_{x1}\omega_{y1}) \frac{\sin 2\rho}{2} + \omega_{z1}\dot{\rho} \cos 2\rho \right] = \\ & = M_{\alpha_H} - M_{\alpha_P} - d\ddot{\alpha} - m\ddot{\alpha} - M_{\alpha_T} \operatorname{sign} \dot{\alpha}; \end{aligned}$$

对于双陀螺稳定器，有：

$$\begin{aligned} & 2J_n\ddot{\rho} + 2n\dot{\rho} + 2(J_n - J_s) \frac{\omega_{x1}^2 - \omega_{z1}^2}{2} \sin 2\rho - \\ & - (H_1 + H_2)\omega_{z1} \cos \rho + (H_1 - H_2)\omega_{z1} \sin \rho = M_{\rho_B} + M_{\rho_Y}; \\ & J_{z1}\dot{\omega}_{x1} + (J_{z1} - J_{y1})\omega_{y1}\omega_{z1} + (H_1 - H_2)\omega_{y1} \cos \rho + \\ & + (H_1 + H_2)\dot{\rho} \cos \rho + 2(J_s - J_n)\dot{\rho}\omega_{z1} \sin 2\rho = \\ & = M_{\alpha_H} - M_{\alpha_P} - d\ddot{\alpha} - m\ddot{\alpha} - M_{\alpha_T} \operatorname{sign} \dot{\alpha}. \end{aligned}$$

下面我们对于方程式中的转动惯量 J_{x1} 、 J_{y1} 、 J_{z1} 、 $(J_s - J_n)$ 、 m 、比阻尼力矩 d 和卸荷力矩 M_{α_P} 作一些说明。

J_{x1}, J_{y1}, J_{z1} 有表达式:

对于单陀螺稳定器, 有:

$$J_{x1} = J'_{x1} + J_n \cos^2 \rho + J_s \sin^2 \rho;$$

$$J_{y1} = J'_{y1} + J_n;$$

$$J_{z1} = J'_{z1} + J_n \sin^2 \rho + J_s \cos^2 \rho;$$

对于双陀螺稳定器, 有:

$$J_{x1} = J'_{x1} + 2J_n \cos^2 \rho + 2J_s \sin^2 \rho;$$

$$J_{y1} = J'_{y1} + 2J_n;$$

$$J_{z1} = J'_{z1} + 2J_n \sin^2 \rho + 2J_s \cos^2 \rho,$$

式中, J'_{x1} (J'_{y1} , J'_{z1}) 为包括陀螺组件在内的稳定平台的转动惯量, 并假定陀螺组件的质量集中在它的重心上。

为简单计, 在相对稳定轴之力矩方程和表达式 J_{x1} (J_{y1} , J_{z1}) 中, 我们假定 $J_n = J_s = J$, 亦即相对转子轴和测量轴的陀螺转动惯量是相等的。这完全是可行的, 因为由于 $J_n \neq J_s$ 而产生的惯性力矩与其他分量相比是很小的。

在具有减速器的卸荷装置的转子旋转着的时候, 产生一种惯性力矩, 表示这个惯性力矩的系数 m 用以下公式来计算:

$$m = \sum_j i_j (i_j \pm 1) J_j,$$

式中 J_j —— 减速器第 j 轴的转动惯量;

i_j —— 减速器第 j 轴和稳定轴之间的传递系数。

“+”或“-”的选取是取决于稳定轴和所研究轴之间外齿啮合数目。因此, 基本的干扰是由卸荷装置转子的转动惯量 $J_{p,y}$ 产生的, 因为传递系数 $i \gg 1$ 。所以实际上 m 可看作是减速器转子和活动部分折算到稳定轴上的转动惯量之和, 即

$$m \approx \sum_j i_j^2 J_j \approx k_1 i^2 J_{p,y}, \quad (1.2)$$

式中, k_1 表征减速器活动部件转动惯量的系数 (一般 $k_1 \approx 1.2 \sim 1.4$)。

比阻尼力矩

$$d = i^2 d', \quad (1.3)$$

式中, d' 为卸荷装置的执行电机之比阻尼力矩, 它由负荷特性来确定(见 § 1.3)。

作用在稳定轴上之卸荷力矩值决定于进动角的函数

$$M_{ap} = F(\rho)$$

上式表示着一种函数关系: 函数 $M_{ap}(t)$ 对应着一定函数 $\rho(t)$ 。如果这种依赖关系是线性的, 那么

$$M_{ap} = K_a W_a(s) \rho$$

以后若不作特别说明, M_{ap} 与 ρ 的关系就是线性的。

考虑到所作的说明, 动力学方程式就可写成:

对于单陀螺稳定器, 有:

$$\left. \begin{aligned} J_n(\dot{\omega}_{y1} + \ddot{\rho}) + n\dot{\rho} + (J_u - J_s) \left(\frac{\omega_{x1}^2 - \omega_{z1}^2}{2} \sin 2\rho + \right. \right. \\ \left. \left. + \omega_{x1}\omega_{z1} \cos 2\rho \right) - H_1 \omega_{x1} \cos \rho + H_1 \omega_{x1} \sin \rho = \right. \\ \left. M_{\rho_B} + M_{\rho_Y}; \right. \\ J_{x1}\dot{\omega}_{x1} + (J_{z1} - J_{y1})\dot{\omega}_{y1}\omega_{x1} - J_n\dot{\rho}\omega_{x1} + \\ \left. \left. + H(\omega_{y1} + \dot{\rho}) \cos \rho = M_{\alpha_H} - K_a W_a(s) \rho - \right. \right. \\ \left. \left. - d\dot{\alpha} - m\ddot{\alpha} - M_{\alpha_T} \operatorname{sign} \dot{\alpha}, \right. \right. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

式中, $J_{x1} = J'_{x1} + J - \text{const}$; $J_{y1} = J'_{y1} + J_n - \text{const}$; $J_{z1} = J'_{z1} + J - \text{const}$;

对于双陀螺稳定器, 有:

$$\left. \begin{aligned} 2J_n\ddot{\rho} + 2n\dot{\rho} + 2(J_u - J_s) \frac{\omega_{x1}^2 - \omega_{z1}^2}{2} \sin 2\rho - \\ -(H_1 + H_2)\omega_{x1} \cos \rho + (H_1 - H_2)\omega_{x1} \sin \rho = \\ M_{\rho_B} + M_{\rho_Y}; \\ J_{x1}\dot{\omega}_{x1} + (J_{z1} - J_{y1})\omega_{y1}\omega_{x1} + (H_1 - H_2)\omega_{y1} \cos \rho + \\ + (H_1 + H_2)\dot{\rho} \cos \rho = M_{\alpha_H} - K_a W_a(s) \rho - d\dot{\alpha} - m\ddot{\alpha} - \\ - M_{\alpha_T} \operatorname{sign} \dot{\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

式中, $J_{x1} = J'_{x1} + 2J - \text{const}$; $J_{y1} = J'_{y1} + 2J_n - \text{const}$; $J_{z1} = J'_{z1} + 2J - \text{const}$ 。

用已得到的微分方程组, 就可以求出角 α 和 ρ 。实际上, 若用

(1.1)式中的运动学关系式，将 ω_{x0} 、 ω_{y0} 、 ω_{z0} 和 α 置换方程式(1.4)或(1.5)中的 ω_{x1} 、 ω_{y1} 、 ω_{z1} ，我们就得到有两个独立变量 α 和 ρ 的微分方程组。

从自动调节原理的观点来看，单陀螺稳定器是一个动态系统，其输入干扰是 ω_{x0} 、 ω_{y0} 、 ω_{z0} 、 M_{ρ_B} 、 M_{α_H} ；控制力矩是 M_{ρ_Y} ；而输出座标是 α 和 ρ 。

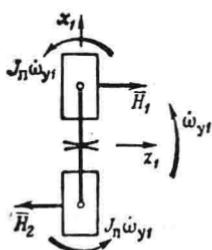
想直接求出角 α 和 ρ 是困难的，因为方程组(1.4)或(1.5)是高阶非线性系统。因此，以后我们将把这些方程线性化。线性化这一步骤使我们得到一系列重要的结论。但在这以前，我们先按照陀螺马达动态特性的影响作些说明，并对单陀螺稳定器和双陀螺稳定器进行比较。

陀螺马达动态特性的影响 我们对同步和异步陀螺马达参数

值的测量结果表明，它们的通频带是不怎么宽的。这种通频带体现着陀螺马达转子在陀螺马达定子作受迫角振动时的工作能力。

实际上，我们最感兴趣的是对陀螺稳定器在 $f > f_A$ 频带内的研究。当惯性项的比重增大的时候，对它们的研究就更为重要了。不难证明，在这种情况下，在方程式(1.4)中可用 $(J_s - J_p)$ 置换 J_s ，式中 J_p 是陀螺转子绕旋转轴的转动惯量。

图 1.4 由于平台的牵连角加速度 $\dot{\omega}_{y1}$ 而产生的相对进动轴之惯性力矩平衡图



从物理意义来说，由于陀螺马达转子与定子之间动态耦合的减弱，这种置换表示陀螺对 z_1 轴的转动惯量的减小。这种置换只在进动轴的力矩方程中进行就足够了。

单陀螺和双陀螺稳定器的比较 比较相应的两组运动方程可以看出，在双陀螺稳定器中相对于进动轴力矩方程的左边，当 $H_1 = H_2$ 时，就没有 $J_n \dot{\omega}_{y1}$ 、 $(J_n - J_s) \omega_{x1} \omega_{z1} \cos 2\rho$ 、 $H_1 \omega_{z1} \sin \rho$ 等项；而在对稳定轴的力矩方程中，就没有 $J_n \dot{\rho} \omega_{z1}$ 和 $H_1 \omega_{y1} \cos \rho$ 等项。下边将说明没有所指明各力矩项的道理。