

Illustrative Examples and Problems of Automatic Control Theory

自动控制理论例题习题集

王诗宓 杜继宏 窦曰轩 编著

Wang Shifu Du Jihong Dou Yuexuan



T U P

清华大学出版社



Springer



174

TP13-44
W36

新编《信息、控制与系统》系列教材

自动控制理论例题习题集

王诗宓 杜继宏 窦曰轩 编著

清华大学出版社

施普林格出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书比较系统、全面地总结了自动控制理论课程中经典方法和状态空间方法、线性和非线性控制系统的概念和基本原理；对多数典型例题进行详细解答之后又作了较深入的讨论；所选习题比较具有代表性。附录包括学习自动控制理论所需的数学知识、清华大学研究生入学考试的部分控制理论试卷和绝大部分习题的参考答案。读者理解了书中的例题并独立完成习题，就能较好地、较全面地掌握该课程的主要内容。对于修读或是自学该课程的学生和工程科技人员，本书既是一本内容丰富、讲解透彻、能扩展读者思路的学习参考书，也是一本适于随时查询的手册，同时还是一本高效的复习参考书。

版权所有，翻印必究。

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签，无标签者不得销售。

书 名：自动控制理论例题习题集

作 者：王诗宓 杜继宏 窦曰轩 编著

出版者：清华大学出版社(北京清华大学学研大厦，邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者：北京昌平环球印刷厂

发行者：新华书店总店北京发行所

开 本：787×1092 1/16 **印 张：**36.25 **字 数：**728 千字

版 次：2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 7-302-05275-1/TP · 3099

印 数：0001~5000

定 价：45.00 元

新编《信息、控制与系统》系列教材

出 版 说 明

信息、控制与系统学科是在 20 世纪上半叶形成和发展起来的一门新兴技术科学。在人类探索自然和实现现代化的进程中,信息、控制与系统学科的理论、方法和技术始终起着重要的和基础的作用。基于信息、控制与系统科学的自动化的发展和应用水平在一定意义上是一个国家和社会的现代化程度的重要标志之一。本系列教材是关于信息、控制与系统学科所属各个领域的基本理论和前沿技术的一套高等学校系列教材。

本系列教材所涉及的范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、智能控制、过程和运动控制、传感技术、系统工程、机器人控制、计算机控制和仿真、网络化系统、电子技术等方面。主要读者对象为自动控制、工业自动化、计算机科学和技术、电气工程、机械工程、化工工程和热能工程等系科有关的高年级大学生和研究生,以及工作于相应领域和部门的科学工作者和工程技术人员。

10 多年前,清华大学出版社会同清华大学自动化系,曾经组编出版过一套《信息、控制与系统》系列教材,产生了较大的社会影响,其中多数著作获得过包括国家级教学成果奖和部委优秀教材奖在内的各种奖励,至今仍为国内众多院校所采用,并被广大相关领域科技人员作为进修和自学读物。我们现在组编的这套新编《信息、控制与系统》系列教材,从一定意义上说,就是先前那套教材的延伸和发展,以反映近些年来学科的发展和在科学研究与教学实践上的新成果和新进展,以适应当前科技发展和教学改革的新形势和新需要。列入这套新编系列教材中的著作,大多是清华大学自动化系开设的课程中经过较长教学实践而形成的,既有多年教学经验和教学改革基础上的新编著的教材,也有部分原系列教材的更新和修订版本。这套新编系列教材总体上仍将保持原系列教材求新与求实的风格,力求反映所属领域的基本理论和新近进展,力求做到学科先进性和教学适用性统一。需要说明的是,此前我们曾以《信息技术丛书》为名组编这套教材,并已出版了若干种著作。现为使“书”和“名”更为相符,这些已出版的著作将在重印或再版时列入这套新编系列教材。

我们希望,这套新编系列教材,既能为在校大学生和研究生的学习提供内容先进、论述系统和教学适用的教材或参考书,也能为广大科学工作者与工程技术人员的知识更新与继续学习提供适合的和有价值的进修或自学读物。我们同时要感谢使用本系列教材的广大教师、学生和科技工作者的热情支持,并热忱欢迎提出批评和意见。

新编《信息、控制与系统》系列教材编委会
2002 年 6 月

新编《信息、控制与系统》系列教材编委会

顾问 李衍达 吴澄 边肇祺 王桂增
主编 郑大钟
编委 徐文立 王雄 萧德云 杨士元 肖田元
张贤达 周东华 钟宜生 张长水 王书宁
范玉顺 蔡鸿程
责任编辑 王一玲

前 言

一个随团参观的旅游者第一次来到颐和园就会感受到它的雄伟和壮丽,但只有当他在不同季节和不同时间多次游览颐和园,并在游客较少时驻足留连、仔细品味,才能更深刻地领略到它建筑的精致、风格的和谐以及四时八节景色的美妙。学习也是一样,学习基础性课程时更是如此。出于这一考虑,编者根据多年教学的体会编辑了这本《自动控制理论例题习题集》,目的是希望读者在系统地修读或自学了自动控制理论的基本知识后,再通过对这些例题的阅读理解和对习题的练习,能在这门具有广泛工程实际背景的课程中,深刻领会它的概念、定理和方法,从而达到深入掌握这一门课程知识的目标。

本书包括了现在通行的自动控制理论课程的基本内容。这 13 章各章都由内容梗概、例题和习题组成。内容梗概部分分成几个小节,扼要介绍了该章的重要概念、主要结论、常用计算方法和相关公式。对于初学者和自学者,它不能完全取代常用的教科书,因为它缺少教科书上那种由浅入深、循序渐进的讲解。即使对于那些已经修读过自动控制理论的读者,手边也应当保留一本编写得较好、自己阅读得较熟练的教科书。例题部分所占篇幅较大,对每一个例题都给出了比较详细的、步骤清晰的解题过程。对许多例题,题解之后还附加了一项或几项说明,其中或者介绍多种不同的解法,或者对例题没有直接提问的问题作更深入的讨论。这些说明可以帮助读者更好地理解本课程的基本内容,同时也有助于启发读者对各种问题作进一步思考和分析。习题部分覆盖了本章所讨论的全部内容,只要熟悉本章的内容梗概和例题,读者就可以独立完成全部习题。从另一方面讲,读者也可以根据自己完成习题的情况检查自己对本章内容的掌握程度。为了更深入掌握这门课程,建议读者在完成习题之后,也仿照例题后的说明,从不同角度、以不同方法解决同一个问题,并以此验证自己的计算结果。

附录主要包括常用的数学工具和各章习题的参考答案。除拉普拉斯变换、 z 变换、常用非线性元件的描述函数以及线性空间和矩阵理论的基本知识外,附录中还介

绍了 MATLAB 的基本和常用命令。读者如果学会使用 MATLAB 的这些命令, 对检查自己的解题结果、验证自己对同一问题的多方面思考和提高学习兴趣是十分有益的。附录中还包括了清华大学自动化系三届硕士研究生的控制理论入学考试题, 以供有兴趣的读者参考。

本书的第 2~4 章由窦曰轩编写, 第 9~11 章由杜继宏编写, 其余各章由王诗宓编写。由于编者水平有限, 对本书的错误、缺点和不足之处, 衷心希望读者批评指正。

编 者

2002.01

目 录

第 1 章 控制系统的基本概念	1
1.1 基本术语	1
1.2 开环和闭环控制系统	2
1.3 反馈控制系统的构成	3
1.4 控制系统的分类	4
例题	4
习题	7
第 2 章 控制系统的数学模型	11
2.1 物理对象的微分方程描述	11
2.2 系统的传递函数	13
2.3 方块图和信号流图	15
2.4 物理对象的状态空间表达式	17
例题	22
习题	52
第 3 章 控制系统的运动分析	66
3.1 瞬态响应和稳态响应	66
3.2 冲激响应函数	68
3.3 一阶系统和二阶系统的时间响应	69
3.4 代数稳定性准则	74
3.5 稳态误差	76

例题	80
习题	103
第 4 章 控制系统分析的频率响应方法 116	
4.1 频率特性函数	116
4.2 对数频率特性图	118
4.3 极坐标图	121
4.4 奈魁斯特稳定性判据	121
4.5 闭环频率响应	124
例题	126
习题	144
第 5 章 控制系统分析的根轨迹方法 152	
5.1 根轨迹图	152
5.2 构造根轨迹的一般规则	153
5.3 控制系统根轨迹的应用	155
例题	155
习题	180
第 6 章 单输入单输出控制系统的校正 183	
6.1 校正的基本概念	183
6.2 串联校正装置的功能和特性	184
6.3 串联校正的频率响应设计方法	188
6.4 串联校正的根轨迹设计方法	193
例题	196
习题	226
第 7 章 描述函数法和相平面法 230	
7.1 非线性系统的描述函数分析	230
7.2 非线性系统的相平面分析	234
例题	236
习题	263

11.3 状态重构问题.....	385
11.4 解耦控制.....	388
11.5 多变量鲁棒调节器.....	392
例题.....	399
习题.....	437
第 12 章 李亚普诺夫稳定性分析	446
12.1 李亚普诺夫稳定性.....	446
12.2 李亚普诺夫稳定性定理.....	448
12.3 李亚普诺夫方程.....	449
12.4 非线性系统的李亚普诺夫稳定性分析.....	450
例题.....	451
习题.....	465
第 13 章 最优控制	469
13.1 函数的极值.....	469
13.2 泛函和变分法.....	470
13.3 变分法在最优控制中的应用.....	472
13.4 极小值原理.....	475
13.5 线性二次型最优调节器.....	476
例题.....	479
习题.....	496
附录 A 常用数学工具	500
附录 B 清华大学 1997—1999 年研究生入学考试题 (自动控制理论)	525
附录 C 部分习题参考答案	531
参考文献	567

第 8 章 采样控制系统	266
8.1 采样控制系统	266
8.2 脉冲传递函数	268
8.3 采样控制系统的稳定性分析	269
8.4 采样控制系统的时间响应	271
8.5 采样控制系统的校正设计	274
例题	277
习题	294
第 9 章 状态方程的解和特征值规范型	298
9.1 传递函数矩阵和线性系统的运动	298
9.2 复合系统的状态方程	300
9.3 特征值规范型	302
9.4 预解矩阵和矩阵指数的计算	304
9.5 线性定常离散系统	306
例题	307
习题	325
第 10 章 线性定常控制系统的结构分析	328
10.1 可控性和可控性判据	328
10.2 系统的可控性分解	331
10.3 单输入系统的两种可控规范型及其变换阵	332
10.4 可观测性的初步讨论	334
10.5 对偶原理	337
10.6 系统的标准分解	340
10.7 传递函数阵的零极对消与可控可观性	341
10.8 实现问题	342
10.9 线性定常离散时间系统的结构分析	348
例题	350
习题	374
第 11 章 线性定常系统的综合	380
11.1 反馈控制的基本形式及其性质	380
11.2 极点配置问题	383

第1章

控制系统的概念

1.1 基本术语

自动控制系统：能对被控对象的工作状态进行控制，使其按指定规律变化的系统称为控制系统。如果不需要人的直接干预，则称为自动控制系统。自动控制系统可以用图 1.1 所示的方块图表示。

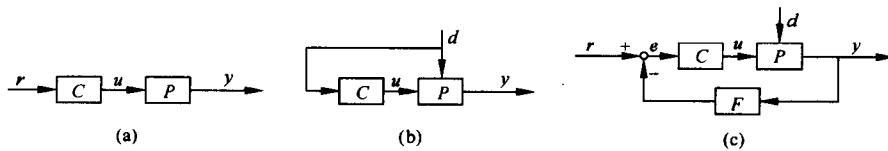


图 1.1 自动控制系统方块图

对象：被控的物体或过程，如图 1.1 中的 P 。广义地说，对象不一定是物理实体，它可以是包含抽象动态过程的社会和经济现象。

过程：被控的运行状态。

系统：为完成一定任务的部件或功能的组合。系统的概念可以推广到抽象的动态对象。

被控量：被控对象的输出，也称为输出量。如图 1.1 中的 y 。

控制量：作用于被控对象、改变对象运行状态的量。如图 1.1 中的 u 。

参考输入:被控对象输出应当达到的数值,也称为给定信号或给定值、整定值。如图 1.1 中的 r 。

输入量:泛指输入到控制系统中的信号,如图 1.1 中的给定值 r ,甚至外扰 d 。

扰动:使系统输出量偏离期望状态的信号,如图 1.1 中的 d 。产生于系统内部的扰动称为内扰,产生于系统外部的扰动称为外扰。

反馈:将系统的输出量馈送到参考输入端,并与参考输入进行比较的过程。如图 1.1 中的 F 就代表完成反馈功能的部件。反馈信号的符号与被比较信号相同时称为负反馈,相同时称为正反馈。

反馈控制:将系统的输出量与参考输入进行比较,并力图保持两者之间既定关系的控制原理。反馈控制是一种根据误差进行控制的方法。

前向通道:从给定信号到被控变量的通道。

反馈通道:从被控变量到比较点的通道。

误差:期望输出值与实际输出值之间的偏差,譬如 $e=r-y$ 。但在反馈控制系统中,参考输入和反馈信号的偏差也称为误差。所以,如果在具体情况下可能引起混淆,最好用文字或公式进行说明。

1.2 开环和闭环控制系统

开环控制系统:输出量对系统的控制作用不产生影响的系统,如图 1.1(a)所示。开环控制系统不是反馈控制系统,它的输入量由预先设定的、与输出量无关的程序给定。系统的精度取决于校准的精度。

顺馈控制系统:直接或间接地测定扰动,并产生一种与扰动影响相反的控制作用来抵消扰动影响的控制方法,如图 1.1(b)所示。顺馈控制系统是一种开环控制系统。如果能够准确测量扰动,顺馈控制系统可以获得满意的控制效果。不过针对一种扰动设计的顺馈控制系统不一定适合另一种扰动。

闭环控制系统:输出量对系统的控制作用有直接影响的系统,如图 1.1(c)所示。闭环控制系统是反馈控制系统。在设定值变化或扰动产生时,就会出现误差信号,从而产生控制作用,以减小系统的误差。当系统中存在无法预计的扰动和变化时,应当采用闭环控制系统。采用闭环控制,就可能使用低成本的器件构成精确的控制系统。

1.3 反馈控制系统的构成

一个典型的反馈控制系统的示意图如图 1.2 所示。现对其中一些前面未曾说明的部件和信号描述如下。

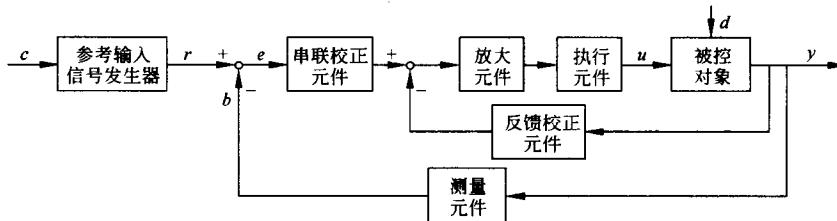


图 1.2 典型的反馈控制系统示意图

指令信号:期望的输出值,如图 1.2 中的 c 。它可能不是一个真正的物理信号,而只是表征一个物理量的数、一个表盘刻度值。

参考输入信号发生器:产生与指令信号数值对应的、能够被系统处理的参考输入信号 r 的元件。随系统不同,参考输入信号发生器可以产生电气、气压或液压信号。

测量元件:对系统输出进行测量、并提供便于处理的信号量的元件。测量值用于和参考输入进行比较以产生适当的控制信号。

比较元件:对系统给定值和反馈信号进行比较以获得误差信号的元件,如图中进行 $e=r-b$ 运算的元件。比较元件产生的误差信号一般比较弱,无法直接推动被控对象。

放大元件:对微弱信号进行放大以提供足够功率信号的元件。

执行元件:接收放大元件提供的功率,直接推动被控对象、改变输出量的元件。

校正元件:能够根据误差和系统要求,产生适合对象动态特性的控制作用(控制律)以获得满意输出的元件。校正元件的作用就是实现某种控制律。常用的校正分为串联校正和反馈校正。串联校正元件位于系统的前向通道,它与反馈测量元件、对象等构成主反馈回路。反馈校正元件位于系统的反馈通道,它与对象构成局部反馈回路。反馈校正元件不一定从对象的输出获得信号;对于某些特殊的系统,它有时利用对象中间环节的信号进行反馈,先局部地调整对象的特性,然后再由主反馈回路使系统具有满意的输出特性。

1.4 控制系统的分类

研究问题的出发点不同,可以有不同的分类方法。下面列举一些常见的控制系统。它们不是按同一个角度分类的,而且也不完全。

调节系统:保持被控量等于给定常数值的系统。它的主要任务是克服各种扰动使输出量没有误差或误差尽可能地小。在调节系统中,给定值也可以是缓慢变化的量。

随动系统:保持被控量等于某个不能预知的变化量的系统。随动系统中不可避免地存在误差,但应使误差尽量小。随动系统亦称伺服系统。随动系统的输出量主要为机械位移、速度和加速度等。

电气、气动、液动控制系统:控制、测量、给定信号主要为电信号、气压信号或液压信号的系统。

连续控制系统:系统中的信号均为连续信号的控制系统称为连续控制系统。

采样控制系统:利用连续信号的采样值,误差、控制等信号包含离散时间信号的控制系统称为采样控制系统。

运动控制系统:被控量为位移、转角、速度等位置信号的系统。

过程控制系统:被控量为温度、压力、流量、液(料)位和 pH 值等连续过程信号的系统。

线性控制系统:系统中各部件的输入和输出信号间为线性关系的控制系统。

非线性控制系统:包含有非线性元件的控制系统。

最优控制系统:根据每一时刻系统的有关变量自动生成反馈信号和控制作用,并使被控过程的某种指标达到最优的系统。

自适应控制系统:能自动改变系统的参数甚至结构,以适应系统本身参数和环境条件不可预计的显著变化的系统。

例 题

例 1.1 图 1.3(a)表示一个电动机转速控制系统。 U_0 是一个固定的电压。电动机带动负载以速度 ω 旋转。试分析该转速控制系统的工作原理,并画出方块图。

解:由于 U_0 为固定电压,所以电位器变化时,放大器的人口电压发生变化。电位器的旋钮可以按速度刻度。设电位器旋钮正向旋转时放大器的人口电压升高,则经放大器放大后电动机的电枢电压也升高,于是转速 ω 上升。同样可以分析放大器的人口电压降低时,转速 ω 下降的情形。转速不仅受电动机的电枢电压影响,它也

随负载而变。在这个系统中输出量是转速 ω , 它不影响控制作用, 所以是一个开环控制系统。方块图如图 1.3(b)所示。

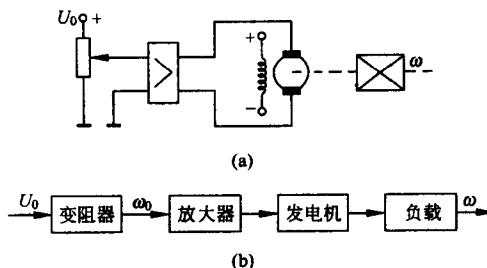


图 1.3 电动机转速控制系统

例 1.2 图 1.4(a)是一个自动液位控制系统。试说明其工作原理,并画出方块图。

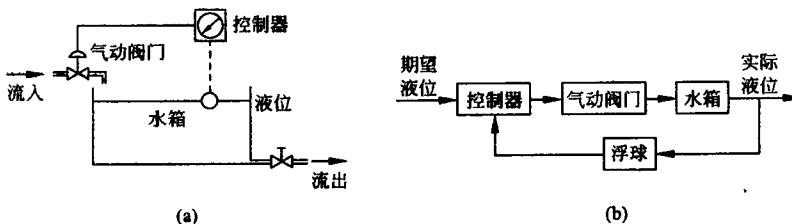


图 1.4 自动液位控制系统

解: 控制器将实际液位和期望液位的高度进行比较得到误差信号, 根据该误差调节气动阀门的开度, 增、减流入量来保持液位高度不变。其方块图见图 1.4(b)。

例 1.3 用方块图表示司机沿给定路线行驶时观察道路正确驾驶的反馈过程。

解: 司机根据眼睛观察到的车行驶路线及车的前进方向, 估计车的前进路线。再由实际道路与估计的前进路线的差指挥手来操纵方向盘, 以使车正确地沿道路前进。其方块图见图 1.5。



图 1.5 驾驶过程方块图

例 1.4 图 1.6(a)中 U 是发电机的端电压, U_0 是某电源电压, 非常稳定, 且等于发电机端电压的设定值。由于负载变化及其他原因, 发电机端电压会随时波动。试分析图中端电压控制系统的工作原理, 并画出方块图。

解: 由于 U_0 等于发电机端电压 U 的设定值, 所以在端电压 U 符合要求的正常情况下, $U_{ab} = U_0 - U = 0$ 。但由于负载变化或其他原因引起 U 升高时, 便有 $U_{ab} < 0$ 。

U_{ab} 经放大器放大(包括电压及功率放大)后使电动机转动, 带动变阻器使电阻变大, 从而使励磁电流 I_f 减小, 最终使端电压 U 回降。对端电压 U 下降的情况可以作类似的分析。方块图如图 1.6(b) 所示, 图中用负载扰动集中代表各种因素对端电压的影响。

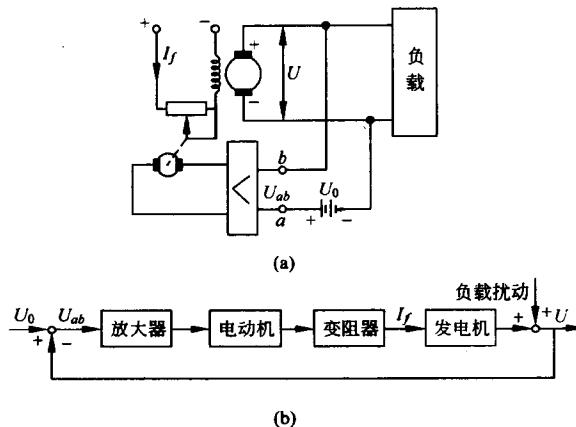


图 1.6 发电机端电压控制系统

例 1.5 图 1.7(a)表示一个火炮跟踪系统。图中 θ_i 是输入角度, θ_o 是输出角度。电动机通过齿轮传动装置使火炮旋转。试分析该跟踪控制系统的工作原理, 并画出方块图。

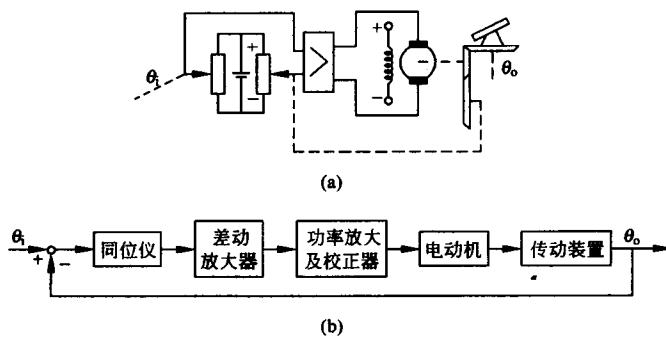


图 1.7 火炮跟踪系统

解: 当输入角度 θ_i 变化时, 输入角度 θ_i 和输出角度 θ_o 的差会发生变化, 于是在电位器上产生差动电压。该差动电压被放大后带动电机转动, 再通过传动装置使火炮转动。火炮转动角度(即输出角度) θ_o 则被反馈到输入端与输入角度比较。只要两个角度不同, 电机就会继续旋转, 直到输出角度和输入角度一致为止。为保证跟踪精度, 除了需要足够的功率外, 还需要具有适当的动态特性, 所以系统中应包括某种