物理學基本原理

問題及習題詳解 上册

D. 哈里德　R. 雷斯尼克　原著

曉園出版社
世界图书出版公司

内 容 简 介

本书系 D. 哈里德和 R. 雷斯尼克著《基本物理学》修订版的问题和习题详解。

物理学基本原理问题及习题详解(上册)

D. 哈里德　R. 雷斯尼克　原著

单　　溥　　译著

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京重印

北京朝阳门内大街 137 号

新燕印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1992 年 10 月第一版　　开本:850×1168　1/32

1992 年 10 月第一次印刷　　印张:15.75

印数:0001－2250

ISBN:7-5062-1325-7/O·41

定价:10.40 元(W_B9201/24)

前　　言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

物理學基本原理

問題及習題詳解

（上 册 目 錄）

第一章 量　　度

甲、課文綱要

1. 物理量常分基本量與導出量

導出量：其定義須基於其他的物理量，如速度、加速度、體積等。

基本量：不能以其他物理量定義之，如長度和時間。

2. 參考坐標系

慣性參考系：是互作等速運動，且均對固定恒星作等速運動之參考系，所有慣性系對於物理現象之量度均相等，物理量間的相互關係（即物理定律），對不同系中的觀察者均相同。

3. 長度標準

長度的國際標準爲一鉑鈦合金棒稱爲標準米。

1 碼（yard）＝0.9144米　　即 1 吋＝2.54 厘米

1961 年國際協議採取長度的原子標準，選定以氪的特別同位素（K_r^{86}）電弧光中橘黃色光線在眞空中之波長爲標準，現定義此光之 1650763.73個波長爲一米。

4. 時間標準

自古以來地球自轉作時間標準地球自轉一週定爲一（平均太陽）日，一（平均太陽）秒爲一日的 86400 分之一，以地球自轉訂定的時間稱爲世界時（UT）。

1956 年國際度量衡會議根據地球之公轉重新定秒，特別以 1900 回歸年的 1／31556925.9747 爲一秒，以地球公轉定義的時間稱爲星曆時（ET）。

5. 單位制

常用於科學及工程上的有三種單位制：即是米－仟克－秒制或mks制，高斯制即厘米－克－秒制（cgs 制）；英國工程制（呎－磅－秒制或 fps 制）。克與仟克爲質量單位，磅爲力單位。本書用mks 制爲主。

乙、問題詳答

1. 無法知道或訂定量度方法之物理量，是否認爲該物理量的定義有意義？

答　該物理量的定義無意義。

2. 依操作的哲理，若對一物理量不能規定其可行的測量法，則無法以物理方法測得此量，故無物理實體可言，而須予以放棄。並非所有物理學家均接受此觀點，依你的意見此觀點之得失如何？

答　雖無物理具體意義，但具研究工作上的參考價值，今日無法測量的因科學進步或許將來有方法可測出，故不應予以放棄。

3. 除易得性與不變性外，你認爲一物理標準尚需具何特性？

答 除易得性及不變性之外，物理標準還要明確易於觀測，而且測定時的誤差要小且能控制或便於估計，例如長度標準的光譜鮮明且細窄。

4. 若有人告訴你，一夜間每一物體之尺寸均縮小一半，你如何駁斥其說法？

答 如真有此事發生則太陽系星球運轉與地球時間不再配合，並可由星球測得之時間不變，證明物體並未縮小。

5. 你如何批評如下之陳述？"物理標準一經選定後，依照標準之定義，它是永遠不變的。"

答 不是的，"標準"可以（而且有必要）根據量度技術及精確程度之需要的日益增高，而改用新的定義，但須合乎"標準量"之基本特性，並須與舊有定義作適當的銜接。

6. 地球上觀察者之"上"與"下"的意義爲何？是否所有觀測者均用相同之參考系？如何使其意義爲所有觀察者明白了解？

答 設鉛垂線至地球面交點爲坐標軸 $z=0$，沿此線指向天空爲 z 軸正向，上、下乃爲 z 值大小的比較。

7. 與標準米棒作比較時爲何須規定溫度？若選擇長度標準時須另定其他如溫度之物理量，長度是否可稱爲基本量？

答 因溫度可使標準米棒長度改變。長度仍可稱爲基本量。

8. 能否沿曲線測量長度？若能，如何測法？

答 能，以可彎曲的金屬線間接測之。

9. 你能否提出方法以測量(a)地球的半徑；(b)太陽與地球間之距離；(c)太陽的半徑？

答(a)可用 Eratosthenes 之相似方法，於尼羅河上游北緯 23.5° 沿 Syene 至 Alexandria間取相隔 5000 stadia（1 Stadia = 185m）於 200 B.C. 7月21日同時自屋頂小孔引入陽光，測其光與鉛直線所成角，二地相差 7° 12′，則

$$R=\frac{s}{\theta}(5000\times 185/7.2/57.3)\ \frac{1}{1000}=7.36\times 10^{3}\ \mathrm{km}$$

以上述之原理，用現代儀器及設備加以修正可得精確之 s 及 θ 而得出 $R_e=6.378\times 10^{6}\ \mathrm{m}$ 及 $R_p=6.357\times 10^{6}\ \mathrm{m}$

(b)利用大星或小行星 Eros 近地時，直接測得星位在恒星間的移動，其方法爲由許多天文台共同拍攝火星或小行星與鄰近諸恒星之共同照片，照片上有若干標準的恒星爲經過極精密測算而已確定其經緯坐標的，故在顯微尺下比較後可得出拍攝時之精密位置，由各測站間視差之不同，再綜合討論而得某一觀測時應有的該行星的赤道地平視差，再由刻卜勒定律乃得"太陽的赤道地平半徑視差"即 $\pi_0=8.''80$ 以此即可算出地日平均距離爲 149×10^{6} km。

(c)用三角測量法，測得月球之半徑及其與地球之距離，以全日蝕幾何圖形及(a)(b)已知數，即算出太陽半徑

10. 你能否提出一法以測量(a)一張紙的厚度；(b)肥皂泡膜的厚度；(c)原子直徑？

答 (a)測量 10 張相同紙的厚度除以 10 即得一張紙厚度。

(b)用已知波長的光射入泡膜，由光之干涉現象及公式

$$\left.\begin{array}{ll} 2dn=(m+\frac{1}{2})\lambda & m=0\ ,\ 1\ ,\ 2\cdots(max) \\ 2dn=m\lambda & m=0\ ,\ 1\ ,\ 2\cdots(min) \end{array}\right\}\text{求得厚度 } d$$

(c)可用 x 射線繞射方法求出。

11.好的時鐘應滿足什麼準則？

答 對相同的時間間隔，應僅有相同的微量誤差。

12.舉出幾個可作時間標準之重複出現的自然現象。

答 太陽、恒星等在天空中之移動。

13.以固定恒星爲背景，觀測月球回到某一定位置所需之時間稱爲恒星月。月球在二同相位間之時間區間稱爲太陰月。爲何太陰月長於恒星月？

答 月球每年繞地球 13.369 圈，而我們於 365.2565 日之觀測見月球在恒星中間繞行 13.369 圈，若以本地子午圈第一次對準月球而以恒星爲背景拍照，待地球自轉一周後於第二次對準月球時見月球已在恒星背景移過 13.2° (13.369×360/365＝13.2°)相當於地球時 52 分鐘（1 度約 4 分鐘），故太陰月較恒星月每日約長 52 分鐘，即每月約長一天。

14.人移居至別的行星時，現在的長度和時間標準將有何缺點？原子標準將有何缺點？

答 本來米的定義是由北極經巴黎的子午線至赤道距離的千萬分之一，與標準米稍有差異，但多少與上述地球上一段長度的概念相關聯。如將標準米移用於其他行星，則除金星外將均無此相似概念，且除火星外其他各行星均極難保 0 °C。“原子標準米”亦無前述相似概念，但不受溫度之影響，然在八行星上是否易得 K_r^{86} 尚不得知。現行之時間標準”（含原子標準）除移居火星尚具參考價值外，其他行星上將無甚意義。

15.你能想像出以時間標準定義長度標準或相反的定義方法？（設想一掛鐘。）若能，可否以長度和時間同爲基本量？

答 時間乃是假定其與某種空間的長度或角度成比例，過去絕對時觀念認爲「時間是一道恒定不變的時流，由無窮的過去流向無窮的未來」然而我們絕對不能用一段時間而抽前或跋後與其他時間對比，相對論認爲：「時間感像顏色感一樣，只是一種知覺作用，也不過是事件發生的一種順序」因此利用時針所走的角度或長度計時是我們使時間成爲一個客觀的概念，由此可知時間標準不能定義長度。

丙、習題精解

1(3). 以米表示你的身高。

解 1.65 m。

2(3). 計算 20 哩中有幾公里，但只能由下列換算值求之：

1 哩 = 5280 呎，1 呎 = 12 吋，1 吋 = 2.54 厘米，
1 米 = 100 厘米，1 公里 = 1000 米

解 $\dfrac{20\text{ 哩}}{1\text{ 公里}} = \dfrac{20\times5280\times12\times2.54\text{ 厘米}}{1000\times100\text{ 厘米}} = 32$

3(3). 一火箭到達 300 仟米之高度。此距離爲幾哩？

解 $1\,km = 0.62\,mile$

$\therefore 300\,km = 300\times0.62 = 186\,miles$

4(3). 徑賽中百碼與百米均爲短跑距離。何者較長？長幾米？長幾呎？

解 $1\,yd = 0.9144\,m,\quad 1\,m = 3.281\,ft$

$100\,yd = 100\times0.9144 = 91.44\,m$

$100\,m - 100\,yd = 100\,m - 91.44\,m = 8.56\,m$

或 $100\,m = 100\times3.281 = 328.1\,ft$

$100\,yd = 100\times3 = 300\,ft$

$100\,m - 100\,yd = 328.1 - 300 = 28.1\,ft$

5(3). 天文距離遠大於地球上的距離，爲易於體會天體間之相對距離，需用較大之長度單位。一天文單位等於地球至太陽之平均距離，約爲 92.9×10^6 哩。一秒差距 (parsec) 爲一天文單位之弧長所張角度爲一秒之距離（弧之半徑）。一光年爲光在眞空中以 186,000 哩／秒之速率一年所行距離。(a)以秒差距和光年表示地球至太陽之距離。(b)以哩表示一光年和一秒差距。

解 1 AU（天文單位）$= 92.9\times10^6\,miles$

1 parsec（秒差距）$= \dfrac{1\,AU}{1''}$

1 lightyear（光年）$= 186000(365\times86400) = 5.87\times10^{12}$ 哩

(a) $1\text{ parsec} = \dfrac{1\,AU}{\dfrac{1}{60}\cdot\dfrac{1}{60}\cdot\dfrac{\pi}{180}} = 2.06\times10^5\,AU$

$\therefore 1\,AU = \dfrac{1}{2.06\times10^5} = 4.85\times10^{-6}\,parsc$

$1\,AU = 92.9\times10^6\,miles = \dfrac{92.9\times10^6}{5.87\times10^{12}} = 1.58\times10^{-5}$ 光年

(b) 1 光年 $= 5.87\times10^{12}$ 哩

1 秒差 $= 2.06\times10^5\times92.9\times10^6$ 哩 $= 1.91\times10^{13}$ 哩

6(3). 製機械工具工人需有一標準規（設長爲 1 吋），需準確至 0.0000001 吋，試證鉑銥米尺無法測至此準確度，但氪 86 米尺則可。用本章之數據。

解 $1\,in = 2.54\,cm = 2.54\times10^{-2}\,m$

$0.0000001\,in = 10^{-7}\times2.54\times10^{-2} = 2.54\times10^{-9}\,m$

利用 Pt-Ir 米尺只能準確至 $10^{-7}m$ 故不適用。以 K_r^{86} 光譜波長之標準

測定時可準確至 10^{-9} m，故 $K_r{}^{86}$ 米尺可測量所須之精確度。

7(3). 求下列各單位間的關係：(a) 1 in^2 和 1 cm^2；(b) 1 mi^2 和 1 km^2；(c) 1 m^3 和 1 cm^3；(d) 1 ft^2 和 1 yd^2。

解 (a) $1\ in^2 = (2.54)^2\ cm^2 = 6.45\ cm^2$

(b) $1\ mi^2 = (5.28\times10^3 \times 1.2\times10\times2.54\times10^{-5}\ km)^2$
$= 2.60\ km^2$

(c) $1\ m^3 = (1\times10^2\ cm)^3 = 1\times10^6\ cm^3$

(d) $1\ ft^2 = (\frac{1}{3}\ yd)^2 = 0.111\ yd^2$

8(3). 設地球至太陽之平均距離，爲地球至月球之平均距離的400倍。設想一日全蝕並陳述下列所能獲得之結論，(a)太陽直徑與月球直徑間之關係；(b)太陽和月球之相對體積。列出得到此答案所作之假設，(c)求一硬幣恰掩蔽全日時，對眼睛所截之角度，並由此實驗結果和已知之太陽與地球距離，估計月球的直徑。

解 地球至太陽的平均距離 l_{sun}

(a)地球至月球的平均距離 l_{moon}

$\ell_{sun} = 400\ell_{moon}$

在日全蝕時

$$\frac{d_{sun}}{d_{moon}} = \frac{\ell_{sun}}{\ell_{moon}} = 400 \qquad \therefore d_{sun} = 400\,d_{moon}$$

(b)相對體積

$$\frac{V_{sun}}{V_{moon}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_{sun}^3}{\frac{4}{3}\pi r_{moon}^3} = \frac{r_{sun}^3}{r_{moon}^3} = \frac{d_{sun}^3}{d_{moon}^3} = 400^3 = 6.4\times10^7$$

9(4). 用於微觀物理學之一種時間單位爲“霎”(Shake)，一霎等於 10^{-8} 秒。一秒鐘之霎數是否較一年中之秒數爲多？(b)人類存在約 10^6 年，而宇宙年齡約爲 10^{10} 年。若以宇宙年齡爲一天，人類已存在若干秒？

解 1 shake = 10^{-8} sec ， 1 sec = 10^8 shakes

(a) $1\ y^r = 365\times24\times3600 = 3.15\times10^7$ sec

故每秒鐘的 shake 數比每年的秒數多。

(b) $x : 24\times60\times60 = 10^6 : 10^{10}$

$\therefore x = 8.64$ sec

10(4). 由圖1-3計算地球自轉週期，與次年春季地球自轉週期之差。

解 參閱1-3圖

1955 年夏季與 1956 年春季，地球自轉週期相差

$$\Delta t = 86400 \times \left(\frac{60-(-85)}{10^{10}} \right) = 1.25 \times 10^{-3}\ \text{sec}$$

1956 年夏季與 1957 年春季，地球自轉週期相差

$$\Delta t = 86400 \times \left(\frac{40-(-140)}{10^{10}} \right) = 1.56 \times 10^{-3}\ \text{sec}$$

11(4). 實驗室中試驗五個鐘，在連續一週的正午以WWV時間信號測定之，各鐘讀數如下：

鐘	星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
A	12:36:40	12:36:56	12:37:12	12:37:27	12:37:44	12:37:59	12:38:14
B	11:59:59	12:00:02	11:59:57	12:00:07	12:00:02	11:59:56	12:00:03
C	15:50:45	15:51:43	15:52:41	15:53:39	15:54:37	15:55:35	15:56:33
D	12:03:59	12:02:52	12:01:45	12:00:38	11:59:31	11:58:24	11:57:17
E	12:03:59	12:02:49	12:01:54	12:01:52	12:01:32	12:01:22	12:01:12

如以計時之準確順序你如何安排列上面的五個鐘？說明選擇的理由。

解

	Δt_1	Δt_2	Δt_3	Δt_4	Δt_5	Δt_6	(sec)
A	16	16	15	17	15	15	
B	3	−5	10	−5	−6	7	
C	58	58	58	58	58	58	
D	−67	−67	−67	−67	−67	−67	
E	−70	−55	−2	−20	−10	−10	

C與D之變化率穩定，C之變化率較小，E之變化率最不穩定。

故優劣次序爲C，D，A，B，E。

12(4). 設一日之長短每世紀均勻增加 0.001秒，求經二十世紀測量時間之累積效果。在此期間內對日蝕之觀察顯示地球自轉之減慢。

解 地球每日自轉一週，假定每日時間每一世紀增長0.001秒，至20 世紀時，每日已增長 0.02 秒，故在20 世紀內總平均每日增長0.01 秒，全部累積結果

$$T = 20 \times 100 \times 365 \times (0.01) = 7300\ 秒$$
$$= 2.03\ 小時$$

13(4). 以(a) ft/nsec 及(b)mm/psec 表出光速 3.0×10^8 m/sec.

解 (a) $3.0 \times 10^8 \times \dfrac{100}{12 \times 2.54}$ ft/$(1 \times 10^9$ nsec$) = 0.98$ ft/nsec

(b) $3.0 \times 10^8 \times 10^3$ mm/$(1 \times 10^{12}$ psec$) = 0.3$mm/psec

14(4). 1AU(見第5題)約爲149,000,000 km.以AU /分爲單位表出光速。

解 $1\text{AU} = 1.49 \times 10^8 \times 10^3$ m

1分 = 60 秒

$$光速 = 3\times10^8 m/s = 3\times10^8\times\frac{\frac{1}{1.49\times10^{11}}AU}{\frac{1}{60}min}$$

$$= 0.12\ AU/min$$

15(4). 某太空船之速率爲18,600哩/時，用光年/世紀表出是多少？

解 1世紀 $= 100\times365\times24$ 時 $= 8.76\times10^5$ 時

1 時 $= 1.14\times10^{-6}$ 世紀

1光年 $= 5.87\times10^{12}$ 哩

1 哩 $= 1.7\times10^{-13}$ 光年

∴ 18600哩/時 $= 1.86\times10^4\times1.7\times10^{-13}/1.14\times10^{-6}$ 光年/世紀 $= 2.8\times10^{-3}$ 光年/世紀

16(4). (a)質子的半徑約爲 10^{-15} 米；可觀測的宇宙半徑約爲 10^{28} 厘米，找出一有物理意義之距離，在對數尺度上約介乎這二極端情形之中間。

(b)一中性 π 介子（基本粒子）的平均壽命約爲 2×10^{-16} 秒。宇宙年齡約爲 4×10^9 年。找出一有物理意義之時間區間，在對數尺度上約介乎這二極端情形之中間。

解 (a) $r_p = 10^{-15}$ meter , $r_u = 10^{28}$ cm $= 10^{26}$ meters

$\log 10^{-15} = -15$

$\log 10^{26} = 26$

$\log d = \frac{1}{2}(\log 10^{-15} + \log 10^{26}) = \frac{1}{2}(-15+26) = 5.5$

∴ $d = 10^{5.5} \sim 10^6$ meter 3×10^6米，約爲地球半徑之半。

(b) $t_\pi = 2\times10^{-16}$ sec

$t_u = 4\times10^9 yr = 1.26\times10^{17}$ sec

$$\log t = \frac{1}{2}(\log t_\pi + \log t_u)$$

$$= \frac{1}{2}(\log 2\times10^{-16} + \log 1.26\times10^{17})$$

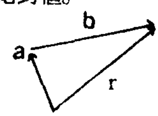
$$= \frac{1}{2}(-15.7+17.1) = 0.7$$

$t = 10^{0.7} \sim 5$ 秒，約爲正常心跳6次的時間。

第二章 向　量

甲、課文綱要

1. **位移**：質點位置的改變稱之，其特性包括長度及方向。
   向量：像位移之類的量叫做向量，有大小及方向，並依下述之加法定則相結合如力、速度、電場強度等，向量以粗體字代表之。
   純量：僅有大小之量，能以一數字和單位表示完全者稱之，如質量、長度、時間、溫度等。
2. **向量之加法，幾何法**
   圖示向量時可畫一箭號，選擇箭號的長度和向量的大小成比例（即選一標尺）箭頭的方向爲向量的方向，表示向量可在符號上加一箭號如$\vec{d}$。向量的大小可以 $|d|$ 表示，稱爲 **d** 的絕對值。
   向量加法如右圖所示：**a** + **b** = **r**



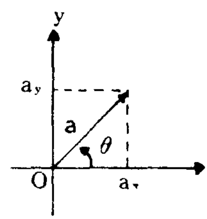
   向量加法有二重要性質：

   a + **b** = **b** + **a**　　　　（交換律）

   d +（**e** + **f**）=（**d** + **e**）+ **f**　（結合律）

   負向量爲大小相等方向相反之另一向量，由此可作減法的運算即

   a − **b** = **a** +（− **b**）
3. **向量之分解與相加，解析法**
   如右圖所示向量 a 之尾端置於直角坐標系的原點，若自 **a** 的首端作垂直線至各坐標軸，所得之 a_x 與 a_y 稱爲向量 **a** 的分量



$$a_x = a\cos\theta \qquad a_y = a\sin\theta$$

$$a = \sqrt{a_y^2 + a_x^2}$$

$$\tan = a_y / a_x$$

向量 **a** 亦可寫爲：**a** = $\vec{e}_a$ a，$\vec{e}_a$ 爲在 **a** 方向之單位向量，在直角坐標系中 **i**、**j**，**k** 常用爲在正 x，y，及 z 軸之各單位向量，則向量 **a** 可寫爲

a = **i** a_x + **j** a_y + **k** a_z

　設在 x y 平面上 **a** 和 **b** 二向量之和（稱爲合向量）爲 **r** 則 **r** = **a** + **b** 二向量相等時，其對應之分量必相等，即 $r_x = a_x + b_x$ 及 $r_y = a_y + b_y$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \qquad \tan\theta = r_y / y_x$$

向量相加之解析法則如下：在已知坐標中分解各向量爲其分量，沿一特定軸各分量的代數和爲合向量沿該軸的分量，已知的各分量則可再組成合向量。此種

方法可推廣至多個向量及三維空間。

4. **向量之乘法**

定義三種向量之乘法運算：

(1) 一向量乘以一純量：

純量 k 與向量 **a** 之乘積寫作 k**a** ，其大小是 **a** 的大小的 k 倍，若 k 為正，則新向量的方向與 **a** 相同，k 為負則方向相反。

(2) 二向量相乘得一純量：

a 與 **b** 的純量積 **a** · **b** 定義為 **a** · **b** = ab cosϕ

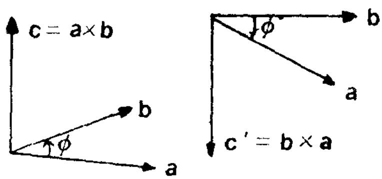
a ，b 各為 **a** ，**b** 的大小，cosϕ 為二向量夾角 ϕ 的餘弦。

a · **b** 又稱 **a** 和 **b** 的點積，讀為“ a dot b ”

(3) 二向量相乘得另一向量：

二向量 **a** 與 **b** 的向量乘積寫作 **a** × **b** 是另一向量 **c** ，**c** = **a** × **b** ，**c** 的大小定義為 c = ab sinϕ ，ϕ 為 **a** 與 **b** 間之夾角。

c 的方向定為垂直於 **a** 和 **b** 所形成的平面，由右手螺旋方法可得 **c** 之方向如下圖所示：



a × **b** 又稱為 **a** 和 **b** 的叉積讀作“ $\overrightarrow{a}$ cross $\overrightarrow{b}$ ”

注意 **a** × **b** = − **b** × **a**

乙、問題詳答

1. 大小不同之二向量能否結合而其合向量為零？三向量能否？

答 題設之二向量不能合成零向量，三向量則可。

2. 設一向量之分量不為零，該向量能為零否？

答 不能。

3. 一量的大小為零，稱該量為向量有意義否？

答 有意義，稱為零向量。若無之，則上述二問題便無意義。

4. 列舉數個純量。一純量的值是否依所選之參考系而定？

答 如質量、動能、時間、溫度等，一純量的值可能依所選參考系而定。

5. 事件能以時間為序，例如事件 b 在事件 c 之前，但在事件 a 之後，故時間之順序為事件 a ，b ，c 。因此，時間有過去、現在和將來之別。然而時間是向量否？若不是，理由何在？

答 時間是事件發生的一種順序，其本身是不能度量的，向量要具有大小和方向，故時間不是向量。

6. 交換律和結合律可否用於向量之減法運算？

答 不能，須先化成加法才可應用交換律及結合律。

7. 純量積能否為負數之量？

答 能，因 **a** · **b** = ab cos θ 而 $-1 \leq \cos\theta \leq 1$ 。

8. 基於你現有的認識，區分下列各事項爲純量，向量及其他：位置，速度，質量，速率，光，溫度，時間，力，能量，面積。以後各章將有助於這方面的認識

答 純量：質量、速率、溫度、時間、能量、面積；

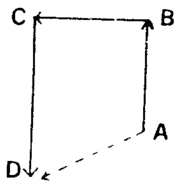
向量：位置、速度、力；

其他：光

丙、習題精解

1(2). 有個人這樣走了一段路：向北 3.1 哩，然後向西 2.4 哩，最後向南 5.2 哩。(a)作一向量圖以表出該運動．(b)一隻鳥直線飛抵同一終點，該朝什麼方向飛多遠？

解 (a)



$\overline{AB}$，$\overline{BC}$，$\overline{CD}$表示路程中的三段，圖中用 1cm代表 2哩。

(b) 上圖中的虛線箭號 AD 即爲鳥所飛的路徑，其長約爲 3.2 哩，方向是向西偏南 41°。

2(2). 高爾夫球手自終打地區（ green ）起三擊而使球入洞，第一擊球向北移 12 呎，二擊向東南 6.0 呎，三擊向西南 3.0 呎。若第一擊使球入洞，其位移爲何？

解 $a_x = 0$ ，$a_y = 12\text{ft}$

$$\begin{cases} b_x = 6\cos(-45°) = 4.2\text{ft} \\ b_y = 6\sin(-45°) = -4.2\text{ft} \end{cases}$$

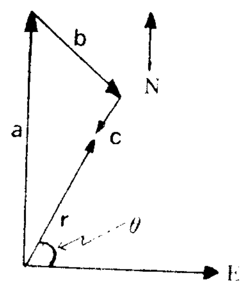
$$\begin{cases} c_x = -3\cos 45° = -2.1\text{ft} \\ c_y = -3\sin 45° = -2.1\text{ft} \end{cases}$$

$$r_x = a_x + b_x + c_x = 2.1\text{ft}$$

$$r_y = a_y + b_y + c_y = 5.6\text{ft}$$

$$\therefore r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{2.1^2 + 5.6^2} = 6$$

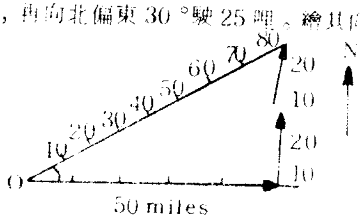
$$\tan\theta = \frac{5.6}{2.1} = 2.66 \text{，} \qquad \theta = 69\ °\text{N of E}$$



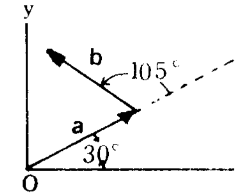
3(2). 汽車向東駛 50 哩，又向北 30 哩，再向北偏東 30 °駛 25 哩。繪其向量圖並求該車自出發點之總位移。

解 每單位代表 10 哩

R = 81 哩 $\theta = 39°$



4(2). 有二位移，大小為 3 米及 4 米。應如何結合此位移向量，而得合位移之大小為(a) 7 米，(b) 1 米，(c) 5 米。



解 設 a = 3m，b = 4m　　a + b = c

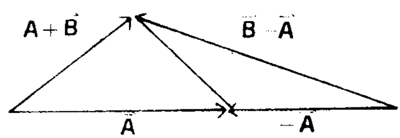
(a)　a 與 b 同方向。

(b)　a 與 b 方向相反　　∵ b − a = c

(c)　a ⊥ b　　∵ $a^2 + b^2 = c^2$

5(2). 向量 A 的大小是 5.0 單位，方向向東。向量 B 指向西北，大小是 4.0 單位。作 $\vec{A}+\vec{B}$ 和 $\vec{B}-\vec{A}$ 的向量圖，並據以估計其大小及方向。

解 (a)



(b)　A + B 約為東偏北 53°，3.6 單位。

$\vec{B}-\vec{A}$ 約為北偏西 70°，8.3 單位。

6(2). a 和 b 二向量相加，證明合向量的大小不能大於 a + b 或小於 |a − b|，直短線表示絕對值。

解　c = a + b

當 a 與 b 方向相同時 c 最大，c = a + b

當 a 與 b 方向相反時 c 最小，c = a − b 或 b − a

∴ |a − b| ≤ |a + b| ≤ a + b

7(2). 求下列各題 a 和 b 二向量的性質。

(a)　a + b = c 且 a + b = c

(b)　a + b = a − b，

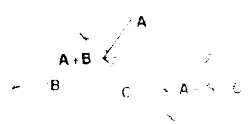
(c)　a + b = c 且 $a^2 + b^2 = c^2$。

解 (a)　a 與 b 方向相同。

(b)　b = 0。

(c)　a ⊥ b。

8(2). 在 x − y 平面上有三向量 A、B、C 大小均為 50 單位，各對正 x 軸成 30°、195°、和 315° 角，由畫圖法求下列向量的大小與方向



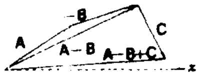
(a)　A + B + C

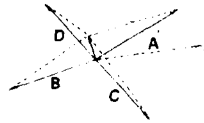
(b)　A − B + C

(c)　向量 D 是 (A + B) − (C + D)

= 0

解





9(3). 某向量的 x 分量是 −25 單位，y 分量是 +40 單位。(a)它的大小是多少？(b)它和 x 軸正方向的夾角是多少？

解 (a) 大小 $=\sqrt{(25)^2+(40)^2}=47$ 單位

(b) 夾角 $=\tan^{-1}[+40/(-25)]=122^\circ$

10(3). 某向量的 x 及 y 分量各為 −45 單位及 −30 單位，則其大小及方向為何？

解 大小 $=[(-45)^2+(-30)^2]^{1/2}=54$ 單位

方向：與 x 軸之夾角為

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{-30}{-45}\right)=214^\circ$$

11(3). 某人欲往距其目前所在位置 3.4 哩處的一點，該點位於現在位置的東偏北 35°，但是，他必須在南北向或東西向的街上走。那麼他所走的路程最短的是多遠？

解 欲走最短距離，必須時時刻刻往北或向東走，而向北走的路段之總長，就是位移的北方分量，向東走的部分則是位移的東方分量。所以，設 x y 表位移之東，北分量，則

$$\begin{cases} x^2+y^2=3.4^2=11.6 \\ \dfrac{y}{x}=\tan 35^\circ=0.7 \end{cases}$$

∴最短路程 $=x+y=2.8+1.9=4.7$ 哩

12(3). xy 平面上一向量 $\vec{A}$ 的大小是 7.3 單位，與正 x 軸的夾角是 +250°，求它的 x,y 分量。

解 $A_x=A\cos\theta=7.3\cos(250^\circ)=-2.5$ 單位

$A_y=A\sin\theta=7.3\sin(250^\circ)=-6.9$ 單位

13(3). 一質點在平面上做三次接連位移，經過如下：4.0 米東南，5.0 米正東 6.0 米東偏北 60°。選 y 軸向北，x 軸向東，求(a)每次位移的分量，(b)合位移的分量，(c)合位移的大小和方向，(d)將質點携回起點所需之位移。

解 (a) $\begin{cases} a_x=-4\cos 45^\circ=-2.8\text{ m} \\ a_y=-4\sin 45^\circ=-2.8\text{ m} \end{cases}$

$\begin{cases} b_x=5\text{ m} \\ b_y=0 \end{cases}$

$\begin{cases} c_x=6\cos^\circ=3\text{ m} \\ c_y=6\sin^\circ=5.2\text{ m} \end{cases}$

(b) $r_x = a_x + b_x + c_x = -2.8 + 5 + 3 = 5.2\ \text{m}$

$r_y = a_y + b_y + c_y = -2.8 + 0 + 5.2 = 2.4\ \text{m}$

(c) $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{5.2^2 + 2.4^2} = 5.7\ \text{m}$

$\tan\theta = \dfrac{2.4}{5.2} = 0.4615 \qquad \theta = 24.6°\text{N of E}$

(d) $d = -r$ 大小相同方向相反。

$d = 5.7 \qquad \theta = 24.6°$ S of W

14(3).xy 平面上一向量 A 的大小是 6.5 單位，與正 x 軸的夾角是 +125°，求其分量。

解 $A_x = 6.5\cos(125°) = -3.7$ 單位

$A_y = 6.5\sin(125°) = 5.3$ 單位

15(3).求向量位移 c 及 d 之和 r，沿三垂直方向之分量爲（單位哩）

$c_x = 5.0 \quad c_y = 0, \quad c_z = -2.0;\ d_x = -3.0,\ d_y = 4.0,\ d_z = 6.0$

解 $r = c + d \quad c_x = 5, \quad c_y = 0, \quad c_z = -2$

$d_x = 3, \quad d_y = 4, \quad d_z = 6$

$r_x = c_x + d_x = 5 - 3 = 2\ \text{mi} \qquad r_y = c_y + d_y = 0 + 4 = 4\ \text{mi}$

$r_z = c_z + d_z = -2 + 6 = 4\ \text{mi} \qquad r = 2\,i + 4\,j + 4\,k$

16(3).二向量 a 和 b 大小相等，設爲 10 單位，方向如圖 2-13 所示，向量和爲 r。求(a) r 的 x 和 y 分量；(b) r 的大小；(c) r 與 x 軸所成的角度。

解 (a) $a_x = 10\cos 30° = 8.66 \qquad a_y = 10\sin 30° = 5$

$b_x = 10\cos(105° + 30°) = 10\cos 135° = -7.07$

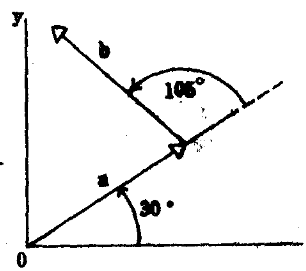
$b_y = 10\sin 135° = 7.07$

$\therefore r_x = a_x + b_x = 8.66 - 7.07$

$= 1.6$ units

$r_y = a_y + b_y = 5 + 7.07$

$= 12.1$ units



(b) $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{1.6^2 + 12.1^2}$

$= 12.2$ units

(c) $\tan\theta = \dfrac{12.1}{1.6} = 7.56 \quad \theta = 82.5°$

17(3).二向量 A，B 其分量 $A_x = 3.2,\ A_y = 1.6,\ B_x = 0.50,\ B_y = 4.5$

(a) 求 A，B 間之夾角。

(b) 求垂直於 A 且大小爲 5 單位的向量 C 之 x 和 y 分量。

解 (a) $\tan\alpha = \dfrac{1.6}{3.2} = \dfrac{1}{2} \qquad \alpha = 26°34'$

$\tan\beta = \dfrac{4.5}{0.5} = 9 \qquad \beta = 83°40'$

$\beta - \alpha = 57°6' \qquad \therefore$ A 與 B 之夾角爲 57°6′