

引力论和宇宙论

广义相对论的原理和应用

〔美〕S. 温伯格 著

科学出版社

引力论和宇宙论

广义相对论的原理和应用

〔美〕S. 温伯格 著

邹振隆
张历宁 等译

科学出版社

序 言

在本书脱稿之际，我可以回顾并核实一下引起我动笔并指导我写完这本书的两个目的了。

一个很实际的目的，是汇集和评价最近十年来由实验物理学以及光学、射电、雷达、X射线和红外天文学的新技术所提供的丰富数据。当然，即使本书已经付印，新数据还会不断出现，所以，我并不奢望本书将永远是新的。不过，我确实希望描绘出一幅广义相对论和观测宇宙学的实验验证的广泛图景，以帮助读者(和我自己)能够在新数据出现时理解它们。我也试图展望一下未来，并讨论可能进行的新实验，特别是以地球和太阳的人造卫星为基础的实验。

我写作本书的另一个目的，是出于个人方面的。我在学习广义相对论以及后来在加州大学伯克利分校和麻省理工学院讲授它的过程中，我对于通常讲授这一学科的方式感到颇不满意。我发现在多数教科书中，把几何概念的作用过分突出，以致学生想知道引力场为什么由度规张量代表，自由下落粒子为什么沿测地线运动，场方程为什么是广义协变的，但在学完这个课程后得到的印象却是：这些问题都与“空-时是 Riemann 流形”这一事实有点关系。

当然，这曾经是 Einstein 的观点，他的卓越才华必然影响我们对他所创立的理论的理解。不过我认为，这种几何观点在广义相对论和基本粒子理论之间造成了人为的隔阂。只要我们能够指望(正如 Einstein 曾经指望过的)，物质最终可以用几何语言来理解，那么在描述引力理论时给 Riemann 几何

以首要地位,才是有意义的。但是现在,时间的流逝已教导我们,不能指望强作用、弱作用和电磁作用都可以用几何语言来理解了。因而过分地强调几何,只能模糊引力理论与物理学其余分支之间的深刻联系。

我没有采用 Riemann 几何,而把从实验导出的引力与惯性等效的原理作为讨论广义相对论的基础。可以看到,诸如度规、仿射联络、曲率张量等几何概念将自然地纳入以等效原理为基础的引力理论。当然,最后还是归结为 Einstein 的广义相对论。不过,我已设法把几何概念推迟到它们必须引入的时候,以便 Riemann 几何只作为阐述等效原理的一种数学工具,而不是作为引力理论的根本基础。

这种阐述方式很自然地会启发我们提出为什么引力应当遵循等效原理的问题。在我看来,这个问题的答案不能在经典物理学领域,当然也不能在 Riemann 几何中找到,而只能在引力的量子论所加的约束中找到。除非相应的经典场论服从等效原理,看来就不可能建立质量为零、自旋为 2 的粒子的任何 Lorentz 协变的量子理论。这样一来,等效原理似乎就成了引力理论和基本粒子理论之间最好的桥梁。等效原理的量子基础将在引力的量子理论一节中简短地涉及,但本书不可能对量子理论作深入的阐述。

本书采用的非几何阐述方式,在一定程度上影响了论题的选择。特别是,我没有详细讨论 Einstein 场方程复杂的严格解的推导和分类,因为我觉得,这些材料中多数对于引力理论的基本理解并不必要,而且同可以预见的将来能够进行的实验似乎没有什么关系。由于这一处理,我便略去了过去十年来广义相对论的专家们所做的许多工作,但我力图通过推荐书目和参考文献,把这类工作包罗进来。没有详细讨论 Penrose 和 Hawking 关于引力坍缩的美妙定理是十分遗憾

的;这些定理在 11.9 节和 15.11 节中作了简短的介绍,但要作充分的讨论,必将占去大量的篇幅和时间。

我力图全面地列出有关广义相对论和宇宙论的实验方面的参考文献。凡本书中已引用它们的结果的,我也给出了详细理论计算的出处。不过,我并不想对本书中讨论的全部理论材料列出完整的参考文献。这些材料现在大多数已成为经典的了,要查出有关的原始文献应该是科学史的任务,对此我感到并不胜任。有许多文献本书没有引证,但这不应理解为被引证的工作均属首创,虽然其中有一些确属如此。

作者对本书写作过程中得到的难以估量的帮助表示衷心感谢。过去七年中我教过的学生提出的问题和意见,帮助我改正了一些计算错误和含混不清的地方。我特别感谢 Jill Punskey 仔细校核了许多推导。我大量采纳了许多同事的意见,他们是 Stanley Deser, Robert Dicke, George Field, Icko Iben, Jr., Arthur Miller, Philip Morrison, Martin Rees, Leonard Schiff, Maarten Schmidt, Joseph Weber, Rainier Weiss, 特别是 Irwin Shapiro。最后我非常感谢 Connie Friedman 和 Lillian Horton 以熟练的技巧和无比的耐心,一次又一次地帮助打字。

S. 温伯格

1971 年 4 月

符 号 说 明

拉丁指标 i, j, k, l 等等一般遍历三个空间坐标记号, 通常是 $1, 2, 3$ 或 x, y, z .

希腊指标 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 等等一般遍历四个空-时惯性坐标记号 $1, 2, 3, 0$ 或 x, y, z, t .

希腊指标 $\mu, \nu, \kappa, \lambda$ 等等一般遍历任意坐标系中的四个坐标记号.

除特别申明外, 重复的指标表示求和.

惯性坐标系中的度规 $\eta_{\alpha\beta}$ 只有对角元素 $+1, +1, +1, -1$.

任何量上方的点表示该量对时间求导数.

Descartes 三维矢量用黑体字表示

除非声明用 c. g. s 单位, 光速取作 1. Planck 常数不取为 1.

目 录¹⁾

序言	i
----------	---

第一篇 绪 论

第一章 历史介绍	1
1. 非欧几何的历史	2
2. 引力理论的历史	11
3. 相对性原理的历史	17
专题参考文献	22
参考文献	24
第二章 狭义相对论	27
1. Lorentz 变换	27
2. 时间膨胀	32
3. 粒子动力学	33
4. 能量和动量	35
5. 矢量和张量	38
6. 流与密度	43
7. 电动力学	46
8. 能量-动量张量	48
9. 自旋	51
10. 相对论流体动力学	53
11. 相对论的非理想流体*	59

1) 标有星号*的章节,有点偏离本书主要发展线索,初读时可略去.

12. Lorentz 群的表示*	65
13. 时序和反粒子*	69
专题参考文献	72
参考文献	72

第二篇 广义相对论

第三章 等效原理	74
1. 等效原理的表述	74
2. 引力	78
3. $g_{\mu\nu}$ 和 $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ 的关系	81
4. Newton 极限	86
5. 时间膨胀	88
6. 时间的符号	95
7. 相对论和惯性的各向异性	97
专题参考文献	99
参考文献	100
第四章 张量分析	102
1. 广义协变原理	102
2. 矢量和张量	105
3. 张量代数	108
4. 张量密度	110
5. 仿射联络的变换	112
6. 协变微分	116
7. 梯度, 旋度和散度	120
8. 正交坐标系中的矢量分析*	122
9. 沿一曲线的协变微分	124
10. 电磁类比*	126
11. p -形式和外导数*	129
参考文献	136
第五章 引力效应	137

1. 质点力学	137
2. 电动力学	140
3. 能量-动量张量	143
4. 流体动力学和流体静力学	144
参考文献	146
第六章 曲率	147
1. 曲率张量的定义	147
2. 曲率张量的唯一性	150
3. 沿闭合曲线的平行移动	151
4. 引力与曲线坐标	155
5. 协变导数的对易性	158
6. $R_{\lambda\mu\nu\kappa}$ 的代数性质	159
7. N 维曲率的描述*	160
8. Bianchi 恒等式	166
9. 几何类比*	167
10. 测地线的偏离*	168
专题参考文献	169
参考文献	169
第七章 Einstein 场方程	170
1. 场方程的推导	170
2. 另一种推导*	175
3. Brans-Dicke 理论	177
4. 坐标条件	182
5. Cauchy 问题	185
6. 引力场的能量, 动量和角动量	187
专题参考文献	195
参考文献	195

第三篇 广义相对论的应用

第八章 广义相对论的经典检验	196
----------------------	-----

1. 一般静态各向同性度规	196
2. Schwarzschild 解	201
3. 其它度规	204
4. 一般运动方程	208
5. 非束缚轨道: 太阳引起的光线偏折	212
6. 束缚轨道: 近日点的进动	220
7. 雷达回波延迟	228
8. Schwarzschild 奇性*	235
专题参考文献	238
参考文献	238
 第九章 后 Newton 天体力学	 240
1. 后 Newton 近似	241
2. 质点和光子的动力学	250
3. 能量-动量张量	252
4. 多极场	256
5. 近日点的进动	261
6. 轨道陀螺的进动	266
7. 自旋进动和 Mach 原理*	273
8. 后 Newton 流体力学*	276
9. Brans-Dicke 理论的近似解	279
专题参考文献	285
参考文献	285
 第十章 引力辐射	 287
1. 弱场近似	288
2. 平面波	292
3. 平面波的能量和动量	296
4. 引力波的产生	298
5. 四极辐射	307
6. 引力辐射的散射和吸收	315
7. 引力辐射的探测	319

8.引力的量子理论*	328
9.引力场中的引力扰动*	335
专题参考文献	338
参考文献	340
第十一章 星体的平衡和坍缩	342
1.星体结构的微分方程	344
2.稳定性	351
3.Newton 星: 多层球和白矮星	355
4.中子星	366
5.超大质量星	376
6.均匀密度星	382
7.与时间有关的球对称场	388
8.共动坐标	392
9.引力坍缩	396
专题参考文献	406
参考文献	409

第四篇 形式发展

第十二章 作用量原理	413
1.物质的作用量: 一个例子	413
2. $T^{\mu\nu}$ 的普遍定义	416
3.广义协变性和能量-动量守恒	419
4.引力作用量	421
5.标架表述*	423
参考文献	432
第十三章 对称空间	433
1.Killing 矢量	433
2.最大对称空间: 唯一性	441
3.最大对称空间: 结构	446
4.最大对称空间中的张量	454

5. 具有最大对称子空间的空间	456
专题参考文献	467
参考文献	467

第五篇 宇 宙 论

第十四章 宇宙学	468
1. 宇宙学原理	470
2. Robertson-Walker 度规	474
3. 红移	478
4. 距离的测量	481
5. 宇宙距离的阶梯	491
6. 红移-距离关系	507
7. 计数	520
8. 稳恒态宇宙论	529
专题参考文献	535
参考文献	537
第十五章 宇宙论: 标准模型	541
1. Einstein 方程	543
2. 宇宙现在的密度和压强	549
3. 物质为主的时期	556
4. 星系际发射和吸收过程	569
5. 宇宙微波辐射背景	588
6. 早期宇宙的热历史	615
7. 氦合成	636
8. 星系形成	656
9. 微小涨落的 Newton 理论	667
10. 微小涨落的广义相对论性理论	676
11. 甚早期宇宙	687
专题参考文献	699
参考文献	701

第十六章 宇宙论：其它模型	714
1.朴素模型：Olbers 佯谬.....	714
2.有宇宙常数的模型	716
3.再论稳恒态模型	720
4.具有可变引力常数的模型	724
专题参考文献	739
参考文献	739
附录 一些有用数据	742

第一篇 绪 论

第一章 历史介绍

物理学并不是一个已经完成的逻辑体系。相反，它每时每刻都存在着一些观念上的巨大混乱，有些观念像民间史诗那样，从往昔英雄时代流传下来；而另一些则是像空想小说那样，从我们对于将来会有伟大的综合理论的响往中产生出来。为了从这混乱中理出一个头绪，一本物理书籍的作者可以采用下列两种方式之一来组织材料：一种是摘引物理学史；另一种是遵循他自己对物理定律的最终逻辑结构的最佳推测。这两种方法都是有价值的；要紧的是不要将物理学误为历史，也不要将历史误为物理学。

本书叙述引力理论，是根据它作为物理学一个分支的内在逻辑（按我的认识），而不是根据它的历史发展。确实有这样一个历史事实，当 Albert Einstein 创立广义相对论的时候，他手边有一种现成的数学形式——Riemann 几何，他能够全盘接受过来，事实上他的确全盘接受了。然而，这一历史事实并不意味着广义相对论的精髓就必定是把 Riemann 几何应用于物理空-时。依我看来，把广义相对论首先看成引力的理论要有益得多。至于这一理论与几何学的联系，则在于引力的一些独特的经验性质，即 Einstein 的引力与惯性之间的等效原理所概括的一些性质。因为这个理由，我在全书中总是推迟介绍诸如度规、仿射联络、曲率等几何概念，直到物理考虑要用到它们的时候才予以介绍。这样一来，本书各章节的顺

序就与历史的顺序很不相同。

尽管如此，我们不能让物理学史“陷入被遗忘的深渊”，因而在这第一章里，就简单回顾一下广义相对论的三大前提——非欧几何、Newton引力理论和相对性原理。我们在这里只概述它们在1916年以前的历史，因为到1916年，Einstein已将这三者结合在广义相对论^[1]之中了。

1. 非欧几何的历史

Euclid 在《几何原本》^[2]中表明，几何学可以从若干定义、公理、公设中演绎出来。这些假设主要涉及点、线和图形的最基本性质，并且它们对于二十世纪的小学生正如对公元前三世纪的希腊数学家一样，似乎是不证自明的。然而，人们一直认为，有一个 Euclid 假设不如其它假设那样明显。这就是第五公设：

“若一直线与二直线相交，其同侧二内角之和小于二直角，则当此二直线无限延长时，必相交于二内角和小于二直角之一侧。”

两千年来，为了纯化 Euclid 体系，几何学家们一直试图证明第五公设是其它公设的逻辑结果。现在我们知道这是不可能的。Euclid 是对的，一种没有第五公设的几何学并不存在逻辑上的矛盾，而且如果我们需要第五公设，那么我们就必须一开头把它引进，而不是在末尾加以证明。然而，为证明第五公设所作的努力仍然是数学史上的伟大业绩之一，因为它最终导致了现代非欧几何的诞生。

试图将第五公设作为一个定理来证明的人们之中包括：Ptolemy（公元 168 年），Proclos（410—485 年），Nasir al din al Tusi（十三世纪），Levi ben Gerson（1288—1344），P. A. Cataldi（1548—1626），Giovanni Alfonso Borelli（1608—1679），

Giordano Vitale (1633—1711), John Wallis (1616—1703), Geralamo Saccheri (1667—1733), Johann Heinrich Lambert (1728—1777) 和 Adrien Marie Legendre (1752—1833). 毫无例外, 他们的结果只是做到用另一个等效的公设来代替这个第五公设, 作为替换的那个公设或许看来较为明显, 或许看来更不明显. 但在任何情况下, 它都不能由 Euclid 的其它公设证明出来. 例如, 雅典的新柏拉图主义者 Proclus 提出了作为替换的公设是: “若一直线与两条平行线之一相交, 那它必与另一条也相交”. (也就是, 若我们将平行线定义为延长到不论多远也不相交的直线, 那么通过任一给定点只能作一条直线平行于一给定直线.) 牛津的 Savilli 讲座教授 John Wallis 证明了 Euclid 第五公设可由一个等效的命题来代替: “给定任一图形, 总存在着按任一比例与之相似的图形.” 而 Legendre 证明了第五公设与下列命题等效: “存在着三内角之和等于两直角的三角形.”^[3]

到十八世纪, 为取消 Euclid 第五公设所作的尝试开始转变方向. 1733 年, 耶稣会会员 Geralamo Saccheri 发表了一篇文章, 对第五公设若不真则几何学将为如何的问题作了详尽的研究. 他特别考察了他称之为“锐角假说”的结论, 这假说就是: “给定一直线, 可以作出它的一条垂线和与它成锐角的另一条直线, 并使这两条线互不相交.”^[3] 然而, Saccheri 并不真正认为这是可能的; 他仍然相信第五公设的逻辑必然性; 而他探讨非欧几何, 只是期待最终会得出逻辑上的矛盾. Lambert 和 Legendre 开始关于非欧几何的类似的尝试性探讨.

看来, 直到 Carl Friedrich Gauss (1777—1855) 才第一次敢于认为非欧几何是逻辑上可能的. 从 1799 年直到 1844 年, 他在给 W. Bolyai, Olbers, Schumacher, Gerling, Taurinus 和 Bessel 的一系列信件中^[4]记录了他逐步看清的过程. 在 1824

年的一封信中，他请求 Taurinus 对他所透露的“异端见解”保密。Gauss 甚至到 Harz 山中测量由 Inselberg, Brocken 和 Hoher Hagen 三点组成的三角形^[40]，看它的三内角之和是否为 180° ！（的确是 180° ）。然后在 1832 年，Gauss 收到他的朋友 Wolfgang Bolyai 的一封信，信中描述了他的儿子（一个奥地利军官）Janos Bolyai (1802—1860) 所发展的非欧几何。随后他又获悉喀山的教授 Nikolai Ivanovich Lobachevski (1793—1856) 在 1826 年得到了类似结果。

Gauss, Bolyai 和 Lobachevski 各自独立地发现了按现代术语所称的二维负常曲率空间。这种空间至今仍然很有意义；在关于宇宙学的一章中我们将看到，我们实际生活的空间是三维常曲率空间。但是对于它的发现者们来说，新几何学的重要之处是：它描述的无限二维空间中，所有的 Euclid 假设——除第五公设之外——全都满足！在这一点上它是唯一的，这也许可以说明非欧几何在德国、奥地利和俄国或多或少是独立地被发现的原因。（球面也满足没有第五公设的 Euclid 几何学，但它既然是有限的，就没有平行线的地位）。在第十三章中讨论对称空间时我们会清楚：负常曲率二维空间不能实现为通常三维 Euclid 空间中的曲面，这无疑是历时两千年才发现它的原因。当然它也破坏了由 Proclus, Wallis 和 Legendre 所提出的对于 Euclid 第五公设的各种“常识性”说法，也就是说，在这种空间里，通过给定点可以作无限多条直线平行于任一给定直线；没有大小不同的相似图形；以及任意三角形三内角之和小于 180° 。

然而，还留下一个悬而未决的可能性：Euclid 第五公设可否由其它公设导出，因为 Gauss, Bolyai 和 Lobachevski 的几何没有逻辑矛盾完全不是显然的。“证明”一个数学公设体系“自治”的通常方法，就是从一致性（暂时）不成问题的其它体