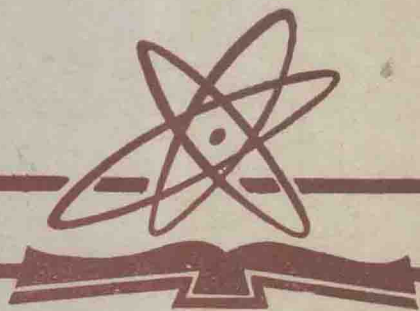


雷达控制系统基础

西北电讯工程学院

张以杰 李瑞棠 编

国防工业出版社



查得代率

雷达控制系统基础

西北电讯工程学院

张以杰 李瑞棠 编



国防工业出版社

内 容 简 介

本书是工科电子类雷达专业统编参考教材，可供雷达专业高年级学生和从事雷达、导航、电子对抗等专业的工程技术人员使用。

全书分为九章：基本理论；系统的组成元件和传递函数；暂态分析法；频率分析法；校正原理和方法；采样控制系统；非线性控制系统；状态空间分析法；估值理论及其在雷达控制系统中的应用。书中附有一些有关雷达控制系统的例子供读者参考。

本书适于 80 至 100 学时的教学之用。

雷 达 控 制 系 统 基 础

西北电讯工程学院

张以杰 李瑞棠 编

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第 074 号

西北电讯工程学院印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 $24\frac{3}{4}$

印刷字数 630 千字 印数 1—3500 册

1980 年第一版 1980 年 9 月第一次印刷

统一书号：N15034(教-65) 定价：2.55 元

前 言

本书是在西北电讯工程学院编印的《雷达随动系统基础》(张以杰编)的基础上编写的。考虑到十多年来控制理论的发展,特别是数字计算机在雷达中的应用,因此在内容上作了较大的变动和增补。除了经典控制理论和方法之外,增加了采样控制系统、近代控制理论、特别是信号参数估值理论和应用等问题的讨论。

在选材方面,注意到控制理论与雷达控制系统的结合。书中附有雷达天线手控系统、自动跟踪系统、再生反馈系统、数字式自动距离跟踪系统、接收机自动增益控制、锁相系统以及跟踪滤波器($\alpha-\beta$ 滤波器、卡尔曼滤波器)等方面的例子和习题。

本书由张以杰同志主编,并编写了第一、二、六、七、八、九章,李瑞棠同志编写了第三、四、五章及附录。

西北电讯工程学院二系自动控制教研组的同志们审阅了原稿,并提出了许多宝贵意见。

由于编者水平的限制,加之出版时间紧迫,书中难免有不少缺点和错误,恳切希望读者批评指正。

编 者 1980年2月

目 录

第一章 绪 论

§ 1-1 开环和闭环控制系统	1
§ 1-2 雷达自动控制系统的分类	4
§ 1-3 线性和非线性控制系统	5
§ 1-4 线性控制系统中的信号模型	9
§ 1-5 性能指标	13
§ 1-6 运动方程式及其解	16
§ 1-7 褶积分和权函数	19
§ 1-8 付利叶积分和系统函数	21
§ 1-9 拉普拉斯变换和传递函数	30

第二章 系统的主要组成元件

§ 2-1 引言	42
§ 2-2 相似系统和典型环节	43
§ 2-3 比较和敏感元件	48
§ 2-4 执行元件	54
§ 2-5 放大元件	60
§ 2-6 变换元件	68
§ 2-7 雷达随动系统举例	72
§ 2-8 液压控制系统	76

第三章 控制系统的暂态分析法

§ 3-1 二阶控制系统	87
§ 3-2 方框图变换	93
§ 3-3 信号流图表示法	96
§ 3-4 闭环传递函数与系统稳定性的关系	105
§ 3-5 闭环传递函数与系统暂态性能的关系	111
§ 3-6 闭环传递函数与系统稳态误差的关系	115
§ 3-7 根的轨迹法	120
§ 3-8 暂态分析法计算举例	129

第四章 控制系统的频域分析法

§ 4-1 控制系统的频率特性及其表示方法	141
§ 4-2 控制系统开环对数频率特性的绘制方法	149

§ 4-3 稳定性判断	155
§ 4-4 稳定裕度	163
§ 4-5 利用频率特性计算暂态性能的方法	165
§ 4-6 闭环频率特性的计算方法	171
§ 4-7 系统精度的计算方法	177

第五章 系统特性的校正

§ 5-1 引言	189
§ 5-2 串联校正	191
§ 5-3 反馈校正	200
§ 5-4 交流控制系统的校正	205
§ 5-5 复合控制原理及其在雷达跟踪系统中的应用	210
§ 5-6 频率分析法计算举例	217

第六章 采样控制系统

§ 6-1 引言	228
§ 6-2 采样信号和保持电路	231
§ 6-3 z 变换	235
§ 6-4 z 反变换	241
§ 6-5 采样系统的运动方程式和传递函数	244
§ 6-6 z 变换分析法	251
§ 6-7 数字式自动距离跟踪系统的性能分析	263

第七章 非线性控制系统

§ 7-1 引言	273
§ 7-2 非线性系统的线性化分析方法	274
§ 7-3 相轨迹和奇点	277
§ 7-4 非线性系统的相迹和极限环	280
§ 7-5 相迹的绘制方法	284
§ 7-6 由相迹求时间解	290
§ 7-7 非线性系统的性能分析举例	292

第八章 状态空间分析法

§ 8-1 引言	300
§ 8-2 状态方程的列写方法	303
§ 8-3 状态方程的求解方法	312

§ 8-4 传递矩阵.....	317
§ 8-5 采样系统的状态空间分析.....	320
§ 8-6 稳定性问题.....	326
§ 8-7 状态变量反馈.....	327
§ 8-8 可控性和可观测性.....	332

第九章 估值理论及其在跟踪系统中的应用

§ 9-1 引言.....	339
§ 9-2 正交定理.....	341
§ 9-3 维纳滤波器.....	343

§ 9-4 α - β 滤波器.....	351
§ 9-5 卡尔曼滤波器.....	360
§ 9-6 卡尔曼滤波技术在雷达自动方向跟踪系统中的应用.....	370

附 录

附录一 付利叶变换表和变换性质
附录二 拉普拉斯变换表和变换性质
附录三 矩阵的运算

参 考 书 目

第一章 绪 论

§ 1-1 开环和闭环控制系统

雷达技术的发展是和自动控制理论和技术的发展分不开的。例如在雷达刚一问世时，就产生了如何控制它的天线的转动问题。对于早期出现的一些警戒雷达来说，由于只要求它们的天线以大体上恒定的转速作圆周运动，或者是在一定的角度范围内进行扇扫，任务比较简单，因此，只需采用一个交流或直流电动机，加上一个具有适当减速比的减速器，就可以完成拖动天线转动的任务。电动机的启动、停转以及正、反转，则可以通过一个双向开关来控制。图(1-1)所示就是这类装置的一例。

由图可见，在这个装置中，采用了一个他励式直流电动机作为天线的驱动电动机。电动机的激磁绕组，平时加上一固定的激磁电压 E_f ；电动机的电枢电源电压 E_a ，则是通过控制开关 K 加在电枢两端的炭刷上。当开关位于“左转”位置时，上炭刷和电压 E_a 的正端相连接，下炭刷则和 E_a 的负端相连接，电动机通过减速器拖动天线向左转动；当使开关置于“右转”位置时，则改由下炭刷和 E_a 的正端相连接，上炭刷和 E_a 的负端相连接，电枢电流的流向与前相反，电动机反转，从而拖动天线向右转动。若将开关置于中间的“停转”位置时，电枢上不加电压，而改经一制动电阻 R 短路，使电动机可以较迅速地制动而停止转动。

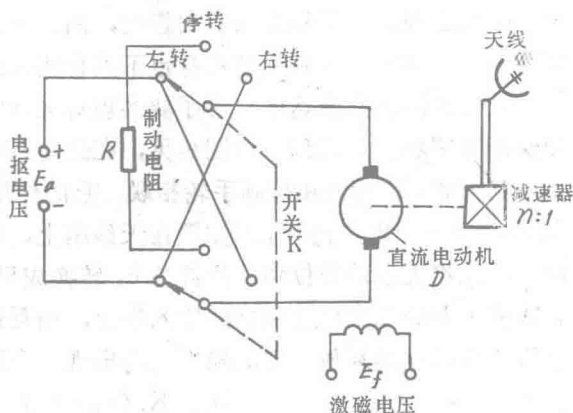


图 1-1 雷达天线的开环控制装置

在这种装置中，还可以通过改变电枢电源电压 E_a 的大小，对电动机的转速（从而使天线的转速）在一定范围内进行调节。

由图可见，在这种控制系统中，从信息传输观点来看，只存在一条传送控制命令的前向通道：控制开关 → 电动机 → 减速器 → 天线。系统中没有其它的反向通道，将系统的输出，也就是天线所转的角度，再反馈到系统中。因此，这种系统称为开环控制系统。

开环控制系统的优点是结构简单、容易实现，能完成信号放大，能量转换以及遥控等作用。例如在本例中，操纵手只要轻轻地扳动开关，就可以使在一定距离之外的笨重的雷达天线随之左右转动。一般就数量上来说，这种系统是采用最多的。雷达机中的各种开关控制设备，手动调整和调谐装置等，都属于这一类型。

但是，由于在这种系统中，没有将系统的输出（控制效果）反馈回来，并和系统的输入（控制作用，一般也就是希望能获得的控制效果）进行比较，因此，对于实际上所获得的效果，系统本身是不具有任何识别和判断能力的。因此，在这种系统的工作过程中就离不开“人”，需要由“人”直接或通过一定的仪表去监视系统的输出，并进行比较和判断，看是否

要对系统的工作情况进行必须的校正。从这个意义上来说, 这种系统不能称为是“自动”的, 而且它的应用范围也受到很大的限制。

以上述天线位置控制系统为例来说明这一问题: 假如要求把天线从原来的指向转动 90° , 这时操纵手必须一方面扳动开关使天线转动, 另一方面又要从天线位置指示器上注意观察天线已转到的位置数据, 当天线快转过 90° 时, 操纵手就要根据自己的经验, 判断是否应当扳回开关, 使加在电动机电枢上的电压回复到零, 让电动机和天线凭籍自身的惯性继续转动到 90° 处。当天线停止转动后, 操纵手还需再次观察天线的转角是否正确, 并判断是否需要再次合上开关使天线继续向前转或倒转, 以使天线转到所要求的 90° 处。由此可见, 系统的工作精度和速度, 在很大程度上将取决于操纵手的熟练程度和工作条件。

很显然, 在跟踪雷达中, 要求天线波束能连续不断地、精确地跟随目标迅速运动, 这种开环控制系统就完全不能胜任了。

除此之外, 由于外界因素的影响, 例如由于风力扰动或机械震动, 使天线自原来的指向偏开时, 这种开环控制系统本身也不具有使天线自动返回原来位置的能力。

在目前的多数雷达中, 为了要实现对天线的位置控制, 多采用原理上与图(1-2)所示相类似的闭环控制系统。由图可见, 在这个系统中, 采用了一对同类型的线性电位器 W_1 和 W_2 , 其中 W_1 的旋臂和控制手轮相联, 它的作用是把手轮的转角 θ_1 转换为一个电压信号 $e_1 = K_s \theta_1$; 另一个电位器 W_2 则安置在天线座上, 它们的旋臂和天线的方位转轴或俯仰转轴相联, 用来将天线的方位角或俯仰角 θ_0 转换成另一电压信号 $e_0 = K_s \theta_0$ 。这两个电压分别加在运算放大器的两个极性相反的输入端上, 相互进行比较。如果天线的转角位置和手轮的转角位置不符, 则运算放大器的输出端将出现一个误差电压

$$\begin{aligned} U_e &= K_c(e_1 - e_0) \\ &= K_c K_s(\theta_1 - \theta_0) \\ &= K_c K_s \theta_e \end{aligned} \tag{1-1}$$

它的数值的大小比例于两个角度之差 θ_e (误差角) 的大小, 极性的正负则视天线转角 θ_0 是小于或大于手轮转角 θ_1 而定。这个误差电压经过放大器进行电压和功率放大后, 加在驱动

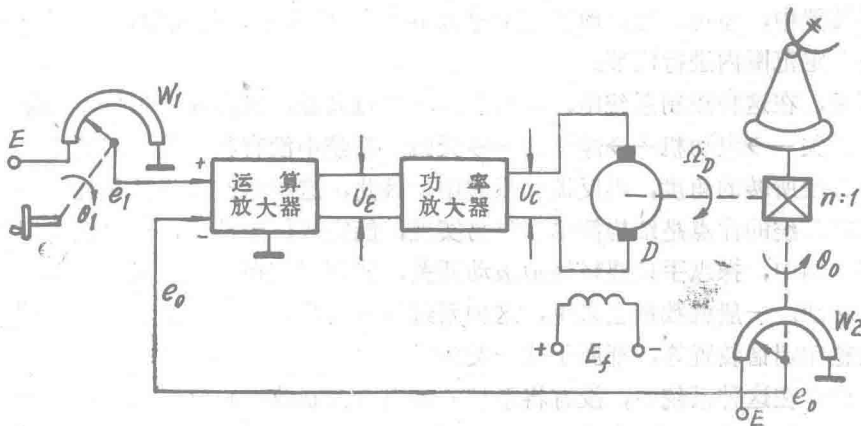


图 1-2 雷达天线位置的闭环控制系统

电动机的电枢两端, 使之拖动天线向减小误差的方向转动。当天线转到和手轮旋转的角度相

同时, 即当 $\theta_0 = \theta_1$ 时, 误差电压 U_e 减小为零, 电动机电枢电压 U_a 亦随之减小为零, 天线也就停止下来。这样, 在工作中, 操纵手只要把手轮转到所需的角速度, 天线就自动地也转到相同的位置。并且, 当手轮固定在一个位置, 天线由于受外界因素的影响而偏离原来的对应位置时, 由于 $\theta_0 \neq \theta_1$, 在运算放大器的输出端就会出现一个误差电压 U_e , 从而使天线重新转回原来的对应位置。

与开环控制系统相比, 可以看出, 这个系统的主要特点是增加了一个反馈支路, 用来将连续检测到的系统的输出 (天线转角 θ_0) 反馈到系统的输入端, 并使之与系统的输入 (手轮转角 θ_1) 相比较, 从而构成了一个闭合回路, 因此, 通常称之为闭环控制系统。

明显可见, 上述的反馈是一种负反馈, 因此这种系统又称为负反馈控制系统。

从上述系统的工作过程中还可看出, 正是由于引入了负反馈支路, 从而用一些元件和线路代替了操纵手在开环系统中所起的观察和检测系统的输出、并使之与系统输入控制信号相比较的作用。这不仅大大地减轻了操纵手的劳动强度, 而且也减小了系统工作质量对操纵手熟练程度的依赖关系, 从而大大地提高了系统的工作精度、响应速度和可靠性。

正是基于这种情况, 所以通常称闭环控制系统为自动控制系统。

应当指出, 虽然闭环控制系统有很多优点, 但是, 一般说来, 它的结构比较复杂, 而且还存在一些在开环系统中不存在的问题, 例如今后要重点加以讨论的“稳定性问题”就是一个突出的例子。因此, 在实际中, 要根据情况, 将开环和闭环控制系统结合起来使用。

今后为讨论方便起见, 将采用图 (1-3) 所示的方框图来表示闭环控制系统。在这个方框图中, 将系统中起测量和比较作用的元件和线路用符号 $\rightarrow \otimes \leftarrow$ 来表示, 而将系统中的其它元件和线路 (包括系统的负载——控制对象在内), 统统用一个方框来表示, 并称之为控制器, 或系统的开环部分。

加在系统输入端的控制作用, 也就是系统的输入信号, 用函数 $f(t)$ 来表示; 被控制对象对这一信号的响应, 也就是系统的输出信号, 用函数 $x(t)$ 来表示。这两个信号之差, 也就是比较元件的输出

$$e(t) = f(t) - x(t) \quad (1-2)$$

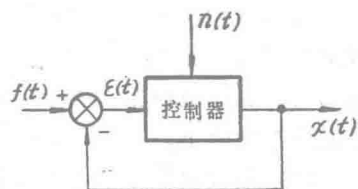


图 1-3 闭环控制系统的原理方框图

则称为系统的误差信号, 或简称为误差或偏差。

从这个方框图中可以清晰的看出, 加在系统控制器输入端的不是外加的控制信号 $f(t)$, 而是它和系统输出信号 $x(t)$ 的差值 $e(t)$, 也就是系统的误差信号。为此, 有时也将这种系统称为误差控制系统。

除此之外, 在系统外部和系统内部, 总是不可避免地存在有一些不规则的干扰和噪声, 这里统用函数 $n(t)$ 来表示。这些干扰和噪声, 可能是混杂在输入信号中, 一同作用在系统的输入端; 也可能是直接作用在系统中某一个或某几个元件上。例如在雷达天线位置控制系统中, 随气象条件而随机变化的风负荷, 就是直接加在系统输出轴上的干扰。

在雷达随动系统中, 例如在上述的雷达天线位置控制系统中, 系统的输入和输出信号, 往往是一些机械转角, 因此, 今后也常用 θ_1 、 θ_0 和 θ_e 来分别表示系统的输入、输出和误差信号。这时, (1-2) 式应改写为

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_0(t) \quad (1-3)$$

最后还要指出,方框图中的箭头是用来表示系统中主要信号的流通方向的。它表明系统的输入控制作用只能沿箭头所示方向,通过比较元件和控制器去影响系统的输出,而不能在经比较元件之后,就沿着反馈支路加到系统的输出端。

系统总是由各种元件组成的。为了完成一定的控制作用,一般来说,控制系统总是要对输入信号进行加工,诸如放大,运算和变换等,而且也伴随有一定的能量转换。因此,系统中除具有各种无源元件之外,也必然具有各种有源元件,如图(1-2)中的放大器和电动机等。这些元件总是带有能源的。按照惯例,对这些能源就不再另画方框来表示。

综上所述,我们可以定义:所谓自动控制系统,就是一种有源的,动作具有一定方向性的,闭环的动态系统。

§ 1-2 雷达自动控制系统的分类

自动控制系统的分类方法是很多的。通常根据系统的作用和输入信号的特点来分,可以将系统分为以下三种类型:

1. 自动稳定系统 这种系统也称为自动调节或自整定系统。它的作用在于使它的输出(被控制量)不受外界其它因素的影响而能保持恒定。系统的输入信号,通常称为基准或参考信号,在一段时间内,一般为常量。图(1-4)所示的锁相系统就是一例。

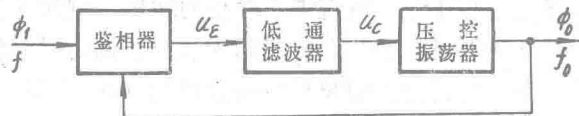


图 1-4 锁相系统

这个系统的作用在于保持压控振荡器的振荡频率 f_0 的稳定。加在系统输入端的基准信号,通常由频率稳定度很高的石英振荡器或原子钟提供。如果压控振荡器的振荡出现频移,输出相位 ϕ_0 随之变化,如此,鉴相器就会输出一误差电压 u_e 。这一电压经过滤波器的过滤和加工后,加在压控振荡器上,使它的频移趋向于零,从而使振荡器的振荡频率依然恢复到原来锁定的数值上。

自动稳定系统在雷达中的应用是十分广泛的,例如各种反馈式稳压、稳流、稳速和温度自动调节装置;接收设备中的自动增益控制,自动频率微调电路,以及各种天线座稳定平台系统等都属于这一类型。

2. 程序控制系统 这类系统的输入信号是一事先已安排好的确定型时间函数。系统的作用在于保证控制对象能严格地按这一规定的程序进行工作。例如雷达天线的扫描图形控制系统,它的作用即在于保证天线在搜索工作状态时,能按一定的程序,在一定的范围内,以指定的图形进行扫描。

相对来说,这种系统在雷达中应用比较少,而且不少是按开环方式进行工作的。但是,在一般工业控制系统中,这种系统却应用十分广泛。

3. 随动系统 这类系统又称为伺服系统。它的输入控制信号随工作情况和要求而变,而且在很多情况下是时间的不确定函数——随机过程。系统的作用在于尽可能迅速而又准确地使系统的输入信号在系统的输出端得到复现。简言之,就是系统的作用在于使它的输出能及时而又准确地跟随它的输入而变。第一节中提到的雷达天线位置控制系统,以及雷达机中的各种自动跟踪系统和解算装置等都属于这一类。

从广义上来说,各种有源的反馈电路,如运算放大器,递归式连续或数字滤波器等,也划归这一范畴。对于这些电路,今后将仍称为反馈控制电路或滤波器。

§ 1-3 线性和非线性控制系统

在以下几节中,我们将对本书要讨论的自动控制理论作一概括的简介。任何科学理论都是为了指导实践,并在实践中得到检验。自动控制理论的基本任务也正在于寻求一个最完善的设计自动控制系统的办法。为了达到这个目的,首先必须研究自动控制系统的性能分析方法:研究系统的各种结构形式以及各个组成元件的特性和参数对系统性能的影响;研究系统性能的改善方法和途径。然后,在分析所得到的各种结果的基础上,归纳出自动控制系统的综合设计方法,其中包括如何根据使用要求和实现条件拟定系统的基本结构形式;如何选择元件和决定它们的参数与工作状态;如何安排各种用来改善系统性能的校正装置和线路等。最后,自动控制理论,作为一门技术科学,它还应当解决各个元件、部件乃至整个系统的性能测试和模拟的问题,借以检验设计的结果是否满足要求。

在分析研究自动控制系统的性能时,如同研究一般的网络或动态系统的问题一样,往往可以把问题简化为寻求系统对某一个或一组输入作用的输出响应问题。在这种情况下,我们可以将系统看作是一个信号转换装置,并用一个方框来表示它,如图(1-5)所示。系统的性能则由输入信号 $f(t)$ 和输出信号 $x(t)$ 之间的关系式来描述。这一关系式即称为系统的数学模型或运动方程式。

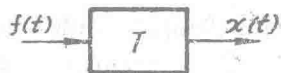


图 1-5 信号转换装置

从数学的观点来看,这相当把系统当作一个运算符 T ,它将函数 $f(t)$ 变换为函数 $x(t)$,即使 $x(t) = T\{f(t)\}$ 。从这一观点出发,我们可以将系统分为两大类:线性系统(线性算子)和非线性系统(非线性算子)。具体来说,任何系统,只要它具有下列线性运算性质,就是一个线性系统。反之,就是非线性系统。

1. 均匀性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$,而它对 $af_1(t)$ 的响应则为 $ax_1(t)$,其中 a 是任意常数;

2. 重叠性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$;对输入 $f_2(t)$ 的响应为 $x_2(t)$,而它对输入 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 的响应则为 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 。

以上两种性质可合并写作:任意系统,只要它对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$;对输入 $f_2(t)$ 的响应为 $x_2(t)$,而它对输入

$$f(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) \quad (1-4a)$$

$$\text{的响应为} \quad x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \quad (1-4b)$$

其中 a_1 、 a_2 为任意常数,则该系统即为一线性系统。

应当指出,实际系统的输出或输出端状态,不仅和系统的输入信号有关,而且往往和系统的起始状态(起始条件)有关。因此,当考虑到起始状态的影响时,上述线性条件应改写为:若一系统的输出能分离为(可分性)

$$x(t) = x_f(t) + x_0(t) \quad (1-5)$$

其中 $x_f(t)$ 是系统在零起始状态下对输入信号 $f(t)$ 的响应, 称为零态响应; $x_0(t)$ 是在输入信号为零时的, 由系统内部的起始状态而形成的响应, 称为零输入响应; 并且, 若系统的这两部分响应分别满足均匀性和重叠性, 则系统就是线性的。反之, 就是非线性的。

线性系统的运动方程式 (输入—输出关系式) 是线性代数方程、线性微分方程或线性差分方程 (或方程组)。如前所述, 自动控制系统是由许多不同的元件组成的动态系统, 其中除个别理想化的放大和比较元件的输入—输出关系可用代数方程来描述之外, 其它各种元件, 多少总具有一定的惯性。它们的输出不仅与当前的输入有关, 而且与以往的输入也有一定的关系。换句话说, 这些元件多少具有一定的记忆能力。从今后的讨论中可看出, 这类元件的输入—输出关系要用微分—积分方程来描述。因此, 连续的线性系统, 也就是输入、输出以及在系统中所传输的信号均是时间的连续函数的系统, 它们的运动方程, 在单输入、单输出的情况下, 总是一个线性微分方程:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x(t) \\ = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f(t) \end{aligned} \quad (1-6)$$

方程式的阶数和系数, 完全取决于系统的结构和所采用的元件的特性和参数。今后将会证明, 对于一般物理可实现系统来说, $n \geq m$ 。

如果元件的参数都是不随时间而变化的常量, 则方程式中的各个系数也都是常数, 即系统的运动方程式是一个常系数线性微分方程。这种系统称为常系数线性控制系统, 或线性时不变控制系统, 简称为定常系统。这类系统的特征是: 若对输入为 $f(t)$ 的输出响应为 $x(t)$, 则对输入 $f(t-\tau)$ 的响应为 $x(t-\tau)$ 。雷达机中多数控制系统均可看作或近似看作是这一种系统, 在本书中也将着重研究这种系统的性能分析和综合问题。

如果系统的组成元件 (即使仅仅只是一个元件) 的参数随时间而变化, 则上述方程的参数之中, 有些将也是时间的函数, 即系统的运动方程将是个变系数微分方程。这种系统称为变系数线性控制系统, 简称为时变系统。

例 1-1 我们可以借用图(1-6)所示的 RLC 串联网路来说明上述线性系统的性质。

根据基尔霍夫定理, 可以列出网络的输入—输出关系式为

$$LC \frac{d^2 e_0}{dt^2} + RC \frac{de_0}{dt} + e_0 = e_1 \quad (1-7)$$

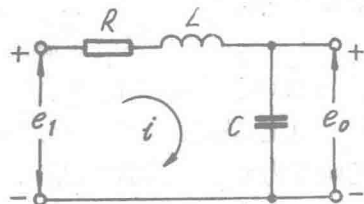


图 1-6 RLC串联网路

这是个二阶线性微分方程, 它的系数完全取决于网络的元件参数 R 、 L 和 C 。一般来说, R 、 L 、 C 均可视为常量, 因此这一方程便是一个常系数线性方程。

如果这些元件的参数不是常量, 例如若其中的电阻是一个阻值可调节的变阻器, 在工作中它的数值随时间而变, 即 $R = r(t)$ 则 (1-7) 式应改写为

$$LC \frac{d^2 e_0}{dt^2} + Cr(t) \frac{de_0}{dt} + e_0 = e_1 \quad (1-8)$$

明显可见, 这是一个变系数微分方程。但不难证明, 它仍然符合线性条件。

若网络在输入电压 e_{1a} 和 e_{1b} 的作用下, 它的输出电压分别为 e_{0a} 和 e_{0b} , 也就是在驱动函数 e_{1a} 和 e_{1b} 作用下, 方程(1-8)的解分别为 e_{0a} 和 e_{0b} , 因此下列等式成立

$$LC \frac{d^2 e_{0a}}{dt^2} + Cr(t) \frac{de_{0a}}{dt} + e_{0a} = e_{1a}$$

$$LC \frac{d^2 e_{0b}}{dt^2} + Cr(t) \frac{de_{0b}}{dt} + e_{0b} = e_{1b}$$

将以上二式分别乘以常数 a_1 和 a_2 , 并且把两式彼此相加, 经整理后可得

$$LC \frac{d^2}{dt^2} (a_1 e_{0a} + a_2 e_{0b}) + Cr(t) \frac{d}{dt} (a_1 e_{0a} + a_2 e_{0b}) + (a_1 e_{0a} + a_2 e_{0b}) = a_1 e_{1a} + a_2 e_{1b}$$

由此可见, 网络在输入电压

$$e_1 = a_1 e_{1a} + a_2 e_{1b}$$

作用下的输出电压为

$$e_0 = a_1 e_{0a} + a_2 e_{0b}$$

符合线性条件, 因此网络仍然是一线性网络。

在有一些自动控制系统中, 除了上述的线性元件之外, 还接有脉冲开关元件 K , 它的输入信号 $f_1(t)$ 是时间的连续函数, 但它的输出却是一串脉冲的采样信号 $f_1^*(t)$, 如图(1-7)所示。这时, 系统中所传送的信号在时间上是断续的离散值。因此, 一般称这种系统为离散控制系统或采样控制系统。

目前, 由于数字计算机在控制系统中获得了广泛的应用, 因此这种采样控制系统也越来越普遍, 越来越重要。

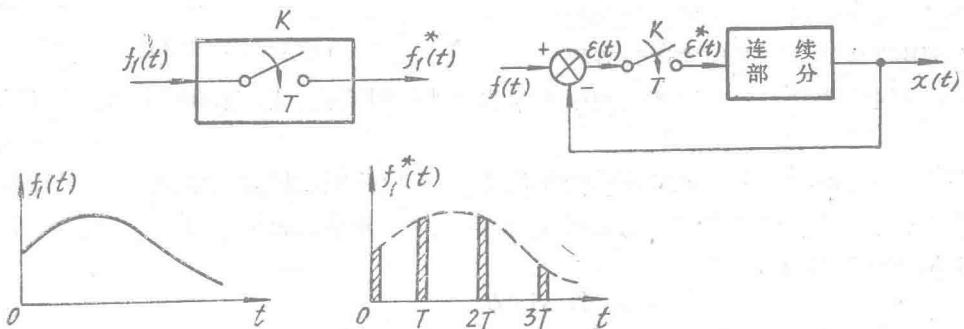


图 1-7 脉冲元件和采样控制系统

应当指出, 在有些系统中并没有明显地接有开关或计算机等脉冲元件, 但是它的输入信号却是断续的。在这种情况下, 可以认为信号是经过一开关而进行离散化的, 因此仍可将系统看作为采样控制系统。

采样控制系统的运动方程式仍然是线性的, 但却是一差分方程。

图(1-8)所示的雷达自动距离跟踪系统, 是采样控制系统中的一个典型例子。从系统的作用上来说, 系统的输入控制信号是被跟踪目标的斜距 $r_T(t)$, 系统的输出响应是目标斜距的测量值 $r_0(t)$ 。系统中的比较元件是时间鉴别器, 它的作用是产生与测距误差 $\Delta r = r_T - r_0$ 的大小成比例的电压信号, 用以控制后级, 使测距误差 Δr 减小。

虽然 $r_T(t)$ 和 $r_0(t)$ 都是连续量,但由于它们是分别由回波脉冲和跟踪脉冲相对于发射脉冲的延时来表示的,只是在脉冲的存在期内进行比较,从而时间鉴别器输出的误差电压(滤

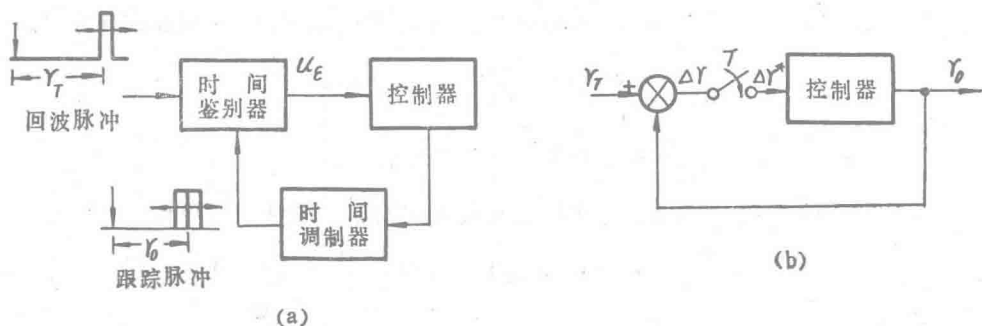


图 1-8 自动距离跟踪系统及其等效方框图

波前)也是脉冲形的,重复周期基本上和发射脉冲的重复周期相等。因此,从原理上来看,可以用图(1-8b)所示的框图来表示自动距离跟踪系统。其中的采样开关的动作周期 T ,和雷达发射脉冲的重复周期相等。在今后的讨论中将证明,最简单的自动距离跟踪系统的运动方程式是一个一阶线性差分方程:

$$r_0[(n+1)T] - (1-K)r_0[nT] = Kr_T[nT] \quad (1-9)$$

其中的系数 K 是个常量,取决于系统的元件参数。

最后,若除了线性元件之外,系统中还接有参数随输入信号的大小而变化的非线性元件,例如继电器、饱和放大器以及限幅器等,则系统的运动方程将是一个非线性微分方程。这类系统则称为非线性控制系统。图(1-9)所示的锁相系统就是一例。

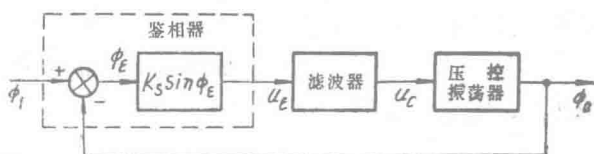


图 1-9 锁相系统

对于这个系统,输入是基准振荡的相位 ϕ_1 ,输出是压控振荡的相位 ϕ_0 。系统的比较元件是鉴相器,但是它输出的误差电压 u_E 不是和两个振荡的相位差 $\phi_E = \phi_1 - \phi_0$ 成正比,而是与 ϕ_E 成正弦关系,即

$$u_E = K_S \sin \phi_E \quad (1-10)$$

由此可见,这一元件的输入——输出关系不满足线性条件,它是一个非线性元件,因此整个系统将是一个非线性控制系统。

在今后的讨论中将证明,一般的锁相系统的误差信号 ϕ_E 和输入信号 ϕ_1 之间的关系式为:

$$\begin{aligned} T \frac{d^2 \phi_E}{dt^2} + \frac{d\phi_E}{dt} + K \sin \phi_E \\ = T \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} + \frac{d\phi_1}{dt} \end{aligned} \quad (1-11)$$

很明显,它不满足线性条件,而是一个二阶非线性微分方程,其中的系数 T 和 K 分别是系统中的滤波器时常数和系统的增益系数。

严格说来,理想的线性元件是不存在的,一般元件的参数多少会随着加在它们上面的信号的大小而有些变化。以图(1-6)所示的RLC网络为例,其中电阻的阻值多少会随温度而变化,因而R将随流过它的电流*i*的大小而变。电感铁心的导磁率也随电流变化,而电容的容量也多少随加在电容器两端的电压有所改变。因此,严格说来,这个网络也是个非线性电路。除此之外,在一般的系统中,即使元件是线性的,但是工作中总不可避免存在着一些非线性因素的影响,例如传动机构中的齿隙、游隙和摩擦等,总是很难完全消除的。

但是,由于目前对非线性系统的分析和综合还缺乏较完整而又实用的方法,另一方面,除了特别的本质非线性元件之外,一般的元件,只要输入信号不过大或过小,通常总是工作在它们的特性的准线性部分,从而可以把它们近似看成是线性元件。因此,由这类元件所组成的系统,在正常的工作状态下,也就可以近似地看作是线性的。这样,从工程计算观点来看,分析的不精确度是可以容许的,而另一方面,分析的方法与步骤却大大地简化了。

在本书中,将着重研究线性时不变控制系统的分析和综合方法,至于非线性控制系统的性能分析问题,只是在第七章中作一概略的介绍,而不多作讨论。

§ 1-4 线性控制系统中的信号模型

在研究自动控制系统的性能时,首先要解决以下几个问题:

1. 计算与测定控制对象、系统元件的特性和参数,建立系统的数学模型;
2. 计算与测定输入控制作用和干扰的特性,列出它们的数学表达式,也就是建立系统的输入信号模型;
3. 规定系统的性能指标。

在本节中将只讨论前两个问题,最后一个问题将在下节中再研究。

应当指出,以上三个任务是密切相关的,而其中最关键,同时往往也是最困难的一步就是建立系统的数学模型问题。它不仅和系统结构、控制对象以及输入信号等有关,而且还要考虑到可能拥有的计算手段。因此,一般说来,并没有什么固定的程序和方法。在本书中将通过一些例题来加以说明。

如前所述,在单输入——输出的情况下,线性时不变控制系统的运动方程是一个常系数线性微分方程:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x(t) \\ = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f(t) \end{aligned} \quad (1-12)$$

其中的系数完全取决于系统元件的参数。当系统的结构形式和元件参数已给定时,原则上我们即可通过一定的方法列出这一方程。

其次是如何列写出输入信号(控制作用和干扰)的数学表达式的问题。

自动控制系统中的信号,如同在其它信息传递和加工系统中的一样,可分为两大类,一类是确定型信号,另一类是不确定型信号。前一类信号可以用一时间的显函数来描述,例如 $f(t) = A \sin \omega t$, $\delta(t)$, $U(t)$, $at + b$, $at^2 + bt + c$, $A \sin \Omega t \cos \omega t$ 等。这类信号在每一个指定的时刻都具有一定的确定值,因而不存在什么预测和估值问题。虽然从信息论的观点来

说,这种信号除“有无”之外不传送其它任何新的信息,但由于便于用来进行数学分析,因此在大多数情况下,特别是在干扰和噪声可以忽略的情况下,多采用这一类信号。事实上,对于某些系统,如自稳定系统和程序控制系统,干扰一般可忽略,而有用的输入控制作用 $f(t)$,确实也是一事先已规定好了的时间的显函数(确定型函数)。

反之,不确定信号不能用时间的显函数来描述,因为这类信号的特征中总是或多或少包含有一些不确定的偶然因素,它们在各个时刻的数值无法在事前准确地确定,而只能根据一定的统计规律去估计它“可能”取什么值。换言之,这类信号属于随机过程,只能用时间的随机函数来描述。实际上,在工作中遇到的信号往往属于这一类型。例如在雷达跟踪系统中,系统的输入信号是反映目标的瞬时位置坐标数据的。对于观察者——雷达来说,由于目标总是不断地在机动,因此对下一时刻目标将处于何处并不能准确地知道,而只能根据事先对敌机驾驶员的飞行手法和敌机技术性能的了解等不完全的先验知识,去“估计”敌机在下一时刻“可能”在什么位置。除此之外,在任何实际的系统中,包括前述的自稳定和程序控制系统,甚至一般的网络中,总是不可避免地存在有干扰和噪声。由于这些干扰和噪声多是由一些偶然因素所引起的,因而它们也是随机过程。所以,包含有干扰和噪声在内的输入信号,特别是当有用信号被噪声严重污染时,也就是当信噪比较低时,从原则上来说,就应当用时间的随机函数来描述它。

在本书中,为讨论简便起见,除最后两章之外,一般暂不考虑干扰和噪声的影响问题,并认为系统的输入控制信号是时间的确定型函数。今后,除特别指定的信号之外,一般均用函数 $f(t)$ 来表示。

此外,在研究自动控制系统的性能时,特别是研究随动系统的性能时,往往选用下列几种时间函数作为系统的典型输入信号

1. 单位阶跃函数 $U(t)$

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= 0, & t < 0 \\ U(t) &= 1, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

它的形状如图(1-10)所示。

在雷达天线位置控制系统中,这相当将控制手轮突然旋转一个单位角度,因此又称为位置控制信号。这种信号起始变化十分迅速,对于系统来说可以算是最不利的一种输入形式。

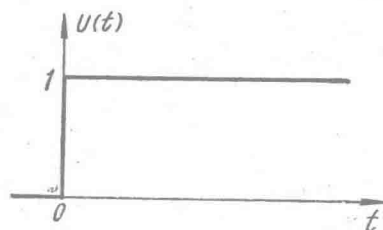


图 1-10 单位阶跃函数

2. 斜线函数 $AtU(t)$, 或

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 0; \\ f(t) &= At, & t > 0. \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

其中 A 是任意常数。函数的形状如图(1-11)所示。

对于雷达天线位置控制系统来说,这相当使控制手轮均匀地等速转动,因此又称为速度控制信号(速度阶跃信号)。

3. 抛物线函数 $f(t) = At^2U(t)$,

$$\left. \begin{aligned} \text{或} \quad f(t) &= 0, & t < 0 \\ f(t) &= At^2, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

其中 A 是任意常数。函数的形状如图(1-12)所示。

在雷达天线位置控制系统中，这相当是使控制手轮以等加速度旋转，因此又称为加速度

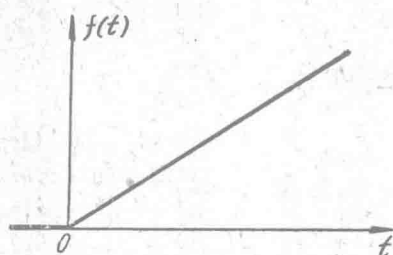


图 1-11 斜线函数

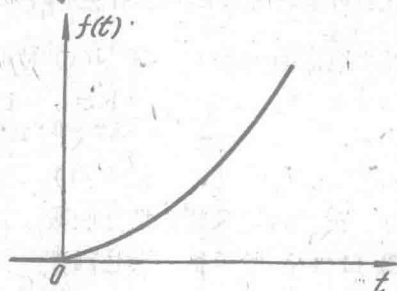


图 1-12 抛物线函数

控制信号（加速度阶跃信号）

4. 脉冲函数和冲击函数

脉冲函数的表示式为

$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta\tau}(t) &= 0, & 0 > t > \Delta\tau \\ f_{\Delta\tau}(t) &= 1/\Delta\tau, & 0 < t < \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

它的形状如图 (1-13a) 所示。这相当在天线位置控制系统的手轮上加入脉冲式的扰动。

冲击函数又称为狄拉克函数，一般记作 $\delta(t)$ ，可以不严格地把它看作是脉冲函数在 $\Delta\tau$ 趋向于零时的极限，即

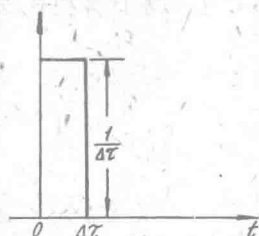
$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau}, & 0 < t < \Delta\tau \\ \delta(t) &= 0, & 0 > t > \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

也就是说，除在 $t=0$ 处之外，处处为零；在 $t=0$ 处取值为无穷大，而面积为 1，即

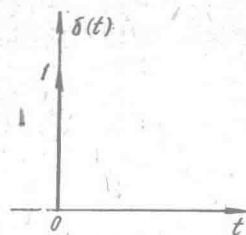
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-18)$$

通常用一长度为 1 的带箭头的短线来表示，如图 (1-13b) 所示*。

很明显，在实际工作中是不会出现这种控制信号的。但是，引入这种信号后却可以使在研究很多技术问题得到极大的方便。



a) 脉冲函数



b) 冲击函数

图 1-13 脉冲函数和冲击函数

• $\delta(t)$ 是一个奇异函数，它的性质只能通过广义函数所指定的定义

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \phi(t) dt = N_\delta[\phi(t)] = \phi(0)$$

才能严格地导出。