

梯度折射率光学

乔亚天 著

科学出版社

梯度折射率光学

乔亚天 著

科学出版社

1991

内 容 简 介

本书全面地介绍了梯度折射率光学的概况、基础理论和介质的分类，并以光线光学为着眼点，系统地论述了各类梯度折射率介质中的光线传输特性、光线追迹、像差理论以及光学系统设计等问题，是梯度折射率光学的基础理论读物。书中既包含了作者在这一领域里多年来的研究成果，也吸收了国内外具有代表性的成就。

本书可供应用光学领域中的科技工作者、研究生和高等院校有关专业的师生参考。

梯 度 折 射 率 光 学

乔 亚 天 著

责任编辑 杨家福 李 红

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991年9月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1991年9月第一次印刷 印张：11 5/8

印数：0001—1000 字数：263 000

ISBN 7-03-002306-4/O · 433

定 价：9.90 元

前　　言

近年来，光学领域以其一系列崭新成就而为世人注目，其中之一就是得到迅速发展的梯度折射率光学。梯度折射率光学在材料制备、测试、理论研究方面，尤其是在以远距离通信、信息传感和成像为目的的应用方面所显示的广阔前景，越来越受到世界各个国家的重视。目前，国内外不少光纤通信著作中已有一些涉及到梯度折射率光学波导的论述，但论及梯度折射率光学成像的则很少。因此，本书将以光线光学为着眼点，就梯度折射率光学成像问题予以系统论述。

本书共分六章。前两章简要地叙述梯度折射率光学发展概况和基础理论；第三章系统地对轴向梯度、径向梯度、层状梯度、球梯度和锥状梯度等各类梯度折射率介质中的光线方程的解及其传输特性进行论述；第四章介绍梯度折射率光学所采用的几种光线追迹计算方法，并讨论光学系统成像的光线追迹问题；第五章着重论述梯度折射率光学成像的像差理论，同时从哈密顿函数导出三级像差和五级像差表达式，不仅对无子午像差梯度折射率介质进行推导，而且还介绍了像差的准不变理论；第六章为梯度折射率光学成像的应用，对光学系统设计方面的问题进行探讨。本书既包含了作者在这一领域里多年来的研究成果，也有选择地吸收了国内外具有代表性的成就。本书曾作为研究生教材多次讲授，但因作者水平所限，误漏亦在所难免，敬请读者指正。

在本书撰写、审校过程中，有幸得到董太和教授、施国钧

DAG 5/3/08

教授,以及极尽师长之谊的陈文斌教授的大力帮助,在此特致谢意。对高念林同志为本书资料收集、文稿整理和绘制图表所付出的辛劳亦表感谢。

王光英

• 11 •

目 录

前言

第一章 绪论	1
参考文献.....	7
第二章 基础理论	9
§ 2.1 波动方程、相速和群速.....	9
§ 2.2 光的波动方程.....	15
§ 2.3 平面波传输特性.....	19
§ 2.3.1 横波性	19
§ 2.3.2 传输功率	20
§ 2.3.3 偏振	22
§ 2.3.4 反射和折射	24
§ 2.3.5 光学波导与 Goos-Haenchen 相移.....	29
§ 2.4 几何近似	34
§ 2.4.1 程函方程和光线方程	34
§ 2.4.2 费马原理和光线方程	37
参考文献.....	44
第三章 光线传输理论	45
§ 3.1 梯度折射率介质的分类及其光线方程	45
§ 3.2 轴向梯度.....	50
§ 3.2.1 轴向梯度介质中的光线方程	51
§ 3.2.2 特殊轴向梯度折射率介质	57
§ 3.3 径向梯度.....	62
§ 3.3.1 径向梯度介质中的光线方程	62
§ 3.3.2 特殊径向梯度折射率介质中的光线轨迹	68

§ 3.3.3 径向梯度介质中的子午光线	74
§ 3.3.4 径向梯度介质中的螺旋光线	82
§ 3.3.5 径向梯度介质的近轴光学特性	86
§ 3.3.6 Wood 透镜与梯度折射率纤维.....	98
§ 3.4 层状梯度.....	103
§ 3.4.1 层状梯度折射率介质中的光线方程	104
§ 3.4.2 特殊层状梯度介质的光线轨迹	105
§ 3.4.3 一种具有棱镜特性的介质	119
§ 3.5 球梯度.....	126
§ 3.5.1 球梯度介质中的光线方程	127
§ 3.5.2 麦克斯韦鱼眼透镜	134
§ 3.5.3 经典 Luneburg 透镜	141
§ 3.5.4 广义 Luneburg 透镜	145
§ 3.5.5 大气折射	157
§ 3.6 锥状梯度.....	161
§ 3.6.1 锥状梯度介质中的光线方程	161
§ 3.6.2 特殊介质中光线方程的解及近轴光学特性	163
参考文献.....	166
第四章 光线追迹.....	169
§ 4.1 任意梯度折射率介质中的光线追迹.....	170
§ 4.1.1 泰勒级数展开法	170
§ 4.1.2 欧拉法	174
§ 4.1.3 Runge-Kutta 法	176
§ 4.2 轴对称介质中的光线追迹——光线轨迹多项式展开法.....	181
§ 4.3 广义 Luneburg 透镜的光线追迹.....	186
§ 4.4 光学系统的光线追迹.....	189
参考文献.....	204
第五章 像差理论.....	206

§ 5.1	哈密顿算子方程.....	206
§ 5.2	像差的哈密顿函数.....	210
§ 5.3	近轴光线的解及近轴光学不变量.....	215
§ 5.4	三级像差表达式.....	219
§ 5.5	三级像差.....	223
§ 5.6	五级像差表达式.....	233
§ 5.7	无子午像差介质的推导.....	244
§ 5.8	梯度折射率发散介质.....	250
§ 5.9	梯度折射率系统的三级像差系数.....	256
§ 5.10	像差的准不变理论.....	266
	参考文献.....	271
第六章	光学系统设计.....	273
§ 6.1	均匀介质非球面与梯度折射率介质球面.....	273
§ 6.1.1	非球面的无像散成像	275
§ 6.1.2	梯度折射率介质球面的无像散成像	278
§ 6.2	折反射系统的校正板.....	282
§ 6.2.1	Schmidt 非球面校正板	282
§ 6.2.2	轴向梯度微弯月校正板	284
§ 6.2.3	径向梯度平行平面校正板	287
§ 6.3	梯度折射率在像差校正中的作用.....	292
§ 6.3.1	径向梯度折射率的作用	292
§ 6.3.2	反远距摄影物镜设计	300
§ 6.3.3	中焦距摄影物镜设计	305
§ 6.4	梯折棒透镜阵列.....	310
§ 6.4.1	成像特性	310
§ 6.4.2	梯折棒透镜的像面照度	316
§ 6.4.3	非单位放大率的梯折阵列	320
§ 6.4.4	光学复印机及其他	328
§ 6.5	光通讯中的梯度折射率光学系统.....	333

§ 6.5.1 损耗评价	334
§ 6.5.2 光器件	338
参考文献	348
附录 梯度折射率介质的制造	350
1. 概述	350
2. 离子交换改变折射率	352
3. 扩散微分方程	354
参考文献	361

第一章 絮 论

我们知道，人类认识自然和改造自然的斗争，往往是由浅入深，由简单到复杂，由特殊到一般地进行的。介质的均匀性就是特殊的、简单的、最易于为人所认识且已得到大量研究的重要物理属性。同样，介质的非均匀性作为自然界的一种普遍物理属性也逐渐为人所认识，并不断地被开发和研究，对人类进步、建造新的文明，起着不可忽视的作用。

发生于非均匀介质中的光学现象在自然界是一种普遍存在的客观物理现象。如大气层中出现的海市蜃楼现象，日出日没时的太阳形状变化等^[1,2]，都是由于大气层中介质的非均匀性(折射率梯度)所引起的。因此，人们在对空中目标的跟踪测试和空间星体坐标位置标定时^[3]，均需注意到大气层非均匀性的影响。有人曾在同一地点不同时间(早上和下午)测量喜马拉雅山的道拉吉里峰时，因折射率梯度的影响，其所测数据竟相差 152 米。大气层的非均性，对无线电波的影响也是人所共知的^[4]。在高空大约 40—90 公里的电离层 D 区，其折射率分布就近似于抛物线函数变化，它对无线电波的吸收起着主要作用，而在更高的 F 区即等离子区却主要起反射作用。等离子体的折射率，在忽略碰撞的情况下，近似地写作

$$n = \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right]^{1/2}, \quad (1.1)$$

ω_p 为等离子体频率， ω 为无线电波频率，当高频时 $\omega_p^2 \ll \omega^2$ ，折射率近似于 1。因此电视使用的高频波不被反射，但低频

波的折射率为虚数，波束将受到反射，这是远距离通讯中常遇到的事实。

不仅大气层，海水、生物眼（较低级的不在此例）的折射率也是非均匀的^[5,6]。据研究，老鼠眼的折射率就是球梯度折射率变化的^[7]，折射率差约为 0.1。人类眼睛晶状体也是梯度折射率变化的，折射率差约为 0.015—0.049，这种梯度变化的材料和晶状体表面的非球面都极有利于像差的校正，加之通过肌肉调节使焦距可变，从而使光学设计师们对人眼的天功巧造惊叹不已^[8]。

介质的折射率梯度除了构成于物质的非均匀性之外，它还可以由热效应、克尔效应和电致伸缩等各种作用引起。热效应是最易于理解的。克尔效应是由于像 CS_2 之类的液体分子极化率沿不同方向不相等而引起的。强光波力图使这些各向异性的异化了的分子，保持极化率最大方向与光波的电矢量方向相一致，这就改变了电容率，从而导致折射率梯度。固体介质中的电致伸缩，则是非均匀电场作用于其上的力引起的，通过影响介质的密度产生折射率梯度。波面上波峰、波谷的分布也会引起折射率梯度，使照在波面上的均匀光束呈强弱分部，即影响到光束自身传输，导致光聚焦（发散），这就是强光场条件下的自聚焦现象^[1,9]。在导致自聚焦的强光场区，折射率通常稍有增加^[10]，这种现象已应用于高速摄影方面的皮秒（ps）光脉冲的高速快门^[11]。对于一条长光纤，自聚焦引起的折射率变化将产生相移。1973 年已在二氧化硅芯光纤中观察到了这种现象^[12]。同时，光强产生的折射率变化，也导致了在一个光脉冲中的相位调制^[12—15]。与此相关的频率展宽与群速色散一起，会造成附加脉冲展宽。这种自相位调制（SPM），据认为有可能是高容量单模光纤中最重要的非线性功率限制过程。

介质的折射率梯度，无论是由原有的物质结构所确定，还是伴随着其他效应的发生而存在，发生在梯度折射率介质中的光学现象很早以前就引起了人们的注意。对大气折射的观察研究且不必说^[3]，1854年的麦克斯韦鱼眼^[16]，1905年的Wood透镜^[2]，1944年的Luneburg透镜^[17]，1954年的梯度折射率(GRIN)棒的描述^[18]，以及气体波导透镜等，都可以认为是梯度折射率光学研究的历史标志。然而由于技术方面的原因，直到1969年前后，利用离子扩散技术成功地制造出梯度折射率玻璃材料，梯度折射率光学才真正进入实际应用研究^[19]。1979年首次梯度折射率光学国际会议在美国罗彻斯特召开^[20]，至今已开了八次，从而使梯度折射率光学在理论研究、系统设计、材料制造和测量以及技术应用等方面得到迅速发展。

众所周知，在传统的光学工程中，人们使用的光学材料，如光学玻璃、塑料、锗之类都是均匀介质，折射率的梯度为零。在进行光学系统设计时，往往依靠改变界面曲率、间隔、玻璃品种等结构参数来校正像差。随着对高质量光学仪器的要求越来越高，就不得不开发新的玻璃品种，增加光学系统的透镜片数，而与此同时光学仪器的体积、重量、成本和光能损失也大大增加。这给在诸如航天、医疗内窥和工业内窥等特殊情况下的光学设计带来很大的困难。为此，光学工程设计师无时不在绞尽脑汁，探索一种既能简化光学系统，又能优化像质的新途径。一种常用的办法是采用非球面，以面形的复杂化来增加校正像差的自由度，但终因加工工艺和检测方法复杂，成本高，而难以广泛应用。而且面形的复杂化并不对校正各种像差都有效，色差校正就是如此。

近年来，梯度折射率材料(光学玻璃、塑料、锗、锌硒化物、钠氯化物等)的出现，为光学工程设计师们展现了利用折射率

变化来校正像差的光明前景。现在业已证明，一块平行平面光学平板，当折射率梯度不同时，其光学特性可等效于远较其面形复杂、工艺成本高的传统光学元件。例如：

- (1) 一块轴向梯度折射率平板，等效于一块均匀介质平板，没有光焦度^[21]；
- (2) 一块轴对称径向梯度折射率平板，等效于一块会聚(发散)透镜^[22]；
- (3) 一块层状梯度折射率平板，等效于一块柱面镜，具有三维放大作用^[22,23]；
- (4) 一块折射率为 $n^2 = n_0^2 \pm \alpha x$ 的平板，等效于一块棱镜^[22]；
- (5) 一块弱径向梯度折射率平板，等效于一块施密特非球面校正板^[24]；
- (6) 一根径向梯度折射率棒(可看作厚度远远大于口径的平板)，等效于一系列中继透镜(透镜波导)，一根这样的纤维即可成像，等效于上万根匀质纤维组成的传像束^[25]。

同时，也证明了一个轴向梯度折射率球面，等效于普通透镜的非球面的像差校正作用^[26,27]；一个弱径向梯度折射率球面也具有非球面的像差校正作用^[28]；一个轴向梯度折射率平凸透镜，就可实现轴上点无像差成像(单色像差)^[29]；一个球梯度折射率透镜，就可实现点(球面)成锐像^[16,17]；两块径向梯度折射率透镜组成的系统，可达到六块普遍透镜组成的双高斯系统的成像效果^[30]……梯度折射率材料的使用，可以减少光学系统组件，简化加工工艺，为光学设计提供了使光学仪器向小型化、轻型化、优质化和降低加工费用方向发展的新途径。现在已陆续用梯度折射率介质设计了摄影物镜、望远镜、显微镜、目镜、准直镜、中继透镜、施密特校正板、棱镜、柱面镜以及微透镜阵列和梯度折射率面板等^[22~40]，并已开始应用于

工业内窥、医疗内窥、光学传感器、光学码盘、微型光学系统以及光学复印机等方面，且获得一定经济效益^[39,40]。例如对光学复印机，日本和美国都采用了梯度折射率透镜阵列，这一技术明显地改善了照明的均匀性，大大减小了光学系统的体积（共轭距缩小了十几甚至数十倍），减轻了重量，降低了成本。目前这种复印机业已商品化而行销各地。

梯度折射率光学不仅为光学仪器的研制开辟了一条崭新的途径，而且在纤维光学方面改变了单根光学纤维只能导光不能传像的状况，为光通讯提供了较好的传输介质。均匀芯光纤（阶跃光纤），光线在其中依全反射呈锯齿状传输，而梯度折射率光纤，折射率由中心径向地变化，使中心轴上较边缘为高。正确地选择剖面梯度，可使光线沿光纤作正弦曲线变化，而不碰到光纤内壁。这样不仅较阶跃光纤损耗小，而且避免了阶跃光纤中不同模传输速度不同的弊病，它使所有的模都以几乎同样的速度传输，从而使时间频宽相对增高^[41-43]。梯度折射率光纤的折射率分布通常以方幂律写为

$$n = n_0 \left[1 - \Delta \left(\frac{r}{a} \right)^g \right], \quad (1.2)$$

这里， n_0 为轴上折射率， a 为芯半径， $\Delta = \frac{n_0 - n_a}{n_0}$ (n_a 为 $r = a$ 处的折射率)， g 为剖面分布指数。当 $g = \infty$ 时， $n = n_0$ ，为阶跃光纤。当 $g = 2$ 时， $n = n_0 \left[1 - \Delta \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]$ ，此为抛物线分布光纤。而传播模数一般写为

$$N = \frac{\Delta g}{g + 2} \left(\frac{2\pi a n_0}{\lambda} \right)^2, \quad (1.3)$$

在芯径 a 和数值孔径 NA 相当的情况下，抛物线梯度折射率光纤传输模数仅为阶跃光纤传输模数的一半，梯度折射率光纤的模色散也较小，比特率带宽乘积就比阶跃光纤大两个数

量级，这尤宜于市内光纤线路和城市间光纤线路的传输。在很长的光通讯线路中，常常要用到许多连接器和多位开关之类的无源器件。径向梯度折射率棒状透镜因具有数值孔径大、端面平、像差小、损耗低、角特性好、体积小、便于安装等特点，就常用于连接器、衰减器、定向耦合器、隔离器、多位光开关、波分复用等方面^[44—48]。球梯度折射率透镜和轴向梯度折射率平凸透镜也在无源器件中有较好的应用效果，而且在微波天线设计和集成光学方面都具有很好的应用^[49—52]。

总之，随着科学技术的进步，梯度折射率光学在人类生产活动和科学实践范围内的应用价值日益显示出来，与人类的生活也将日益密切。

近年来许多人对梯度折射率光学进行了深入研究。尤其是在光通讯方面，已有了像 M. S. Sodha 和 A. K. Ghatak 写的“*Inhomogenous Optical Waveguides*”（非均匀光波导）^[43]之类的有价值的著作，本书将不再论及有关这方面的内容。本书将主要着眼点放在光线光学方面。从物理上说，这种以零波长 ($\lambda \rightarrow 0$) 为其特征的光线光学，相当于略去了衍射效应。光线光学处理问题简单直观，易于理解，尤其适用于光学成像系统，因为所遇到的梯度折射率元件的几何尺寸远大于波长，其结果仍然是可以令人满意的。因此，本书在论述了物理理论基础之后，采用光线的概念，以光线方程对梯度折射率介质进行分类，将介质分为轴向梯度折射率、径向梯度折射率、层状梯度折射率、球梯度折射率和锥梯度折射率等类型（这种分类法是与作者为中国大百科全书有关条目和《光学技术手册》^[53]中“梯度折射率成像光学”一章所写文稿相一致的^[53]），并分别对各类介质讨论其光线方程的解，论述其光线传输路径及光学特性。由于这种分类法使光线方程在各自条件下得到了简化，就使介质中的光线在传输中具有沿轴不变

量、斜率不变量、近轴光学不变量之类特性。正确地利用这些不变量，对于寻求具体分布函数在介质中的光线轨迹和讨论介质特性，将会带来方便，而且在进行光线实际追迹和设计中可检验计算的数据和结果。由于本书着眼于光线光学，因此，对光线追迹、像差理论和光学系统设计等问题进行了讨论。在讨论中包含了作者多年来在这方面的大部分研究成果，也适当地吸收了其他学者在这一领域中取得的具有代表性的成果。

参 考 文 献

- [1] A. K. Ghatak, Optics, Tata McGraw-Hill Publishing Co., 1977.
- [2] R. W. Wood, Physical Optics, Macmillan, 1905.
- [3] A. I. Mahan, *Appl. Opt.*, 1, p. 497, 1962.
- [4] K. C. Yeh, C. H. Liu, Theory of Ionospheric Waves, Academic Press, 1972
- [5] L. O. Björn, Light and Life, Hodder and Stoughton, 1976.
- [6] A. Kühn, Grundriss der Olgemeinen Zoologic, 1949.
- [7] E. W. Marchand, *Appl. Opt.*, 17, p. 104, 1980.
- [8] 董太和,光学技术与信息,1卷,4页,1985.
- [9] A. K. Ghatak, K. Thyagarajan, Contemporary Optics, Plenum Press, 1978.
- [10] R. Y. Chiao, et al., *Phys. Rev. Lett.*, 13, p. 479, 1964.
- [11] 乔亚天,国外科学(第二集),122页,科学技术文献出版社,1979.
- [12] R. H. Stolen, A. Ashkin, *Appl. Phys. Lett.*, 22, p. 294, 1973.
- [13] F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.*, 19, p. 1097, 1967.
- [14] E. P. Ippen et al., *Appl. Phys. Lett.*, 24, p. 190, 1974.
- [15] R. H. Stolen et al., *Phys. Rev. A*, 17, p. 1488, 1978.
- [16] M. Born E. Wolf, The principles of Optics, Pergamon Press, 1959.
- [17] R. K. Luneburg, Mathematical theory of Optics, University of California Press, 1964.
- [18] A. Fletcher et al., *Proc. P. Soc.*, 223, p. 216, 1954.
- [19] E. W. Marchand, *Appl. Opt.*, 21, p. 983, 1982.
- [20] D. T. Moore, *Appl. Opt.*, 19, p. 1036, 1980.
- [21] 乔亚天,光学学报,4卷,89页,1984.
- [22] 乔亚天,光学学报,4卷,463页,1984.
- [23] D. T. Moore et al., *Appl. Opt.*, 21, p. 999, 1982.

- [24] Qiao Yatian, 7th Topical Meeting on GRIN Optical Imaging Systems, "A GRIN Media Plate With the Properey to the Schmidt Corrector Plate," Reno Nevada, 1987.
- [25] E. W. Marchand, Gradient index Optics, Academic Press, 1978.
- [26] P. J. Sands, *J. Opt. Soc. Am.*, **60**, p. 1436, 1970.
- [27] D. T. Moore, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, p. 1143, 1977.
- [28] D. T. Moore, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, p. 1137, 1977.
- [29] Qiao Yatian, Sino-Japanese Joint Meeting on Optical Fiber Science and Electromagnetic Theory, A Gradient non-astigmatic lensoid, Beijing, 1987.
- [30] L. G. Atkinson, et al., *Appl. Opt.*, **21**, p. 993, 1982.
- [31] P. O. McLaughlin, et al., *SPIE*, **237**, p. 369, 1980.
- [32] S. D. Fanton, *Appl. Opt.*, **22**, p. 1815, 1983.
- [33] K. Kikuchi, et al., *Appl. Opt.*, **19**, p. 1076, 1980.
- [34] L. G. Atkinson, et al., *Appl. Opt.*, **23**, p. 1735, 1984.
- [35] D. T. Moore, et al., *Appl. Opt.*, **19**, p. 1081, 1980.
- [36] E. M. Marchand, et al., *Appl. Opt.*, **19**, p. 1044, 1980.
- [37] M. Kawazu, et al., *Appl. Opt.*, **19**, p. 1105, 1980.
- [38] J. D. Rees, *Appl. Opt.*, **21**, p. 1009, 1982.
- [39] K. Matsushita, M. Toyama, *Appl. Opt.*, **19**, p. 1070, 1980.
- [40] 河津元昭,光学技術コンタクト, **17**, p. 17, 1979.
- [41] S. E. Miller, A. G. Chynoweth, Optical Fiber Telecommunications, Academic Press, 1977.
- [42] M. K. Barnoski, Fundamentals of Optical Fiber Telecommunications, Academic Press, 1976.
- [43] M. S. Sodha, A. K. Ghatak, Inhomogeneous Optical Waveguides, Plenum Press, 1977.
- [44] W. J. Tomlison, *Appl. Opt.*, **19**, p. 1127, 1980.
- [45] W. J. Tomlison, *Appl. Opt.*, **19**, p. 1117, 1980.
- [46] J. C. Palais, *Appl. Opt.*, **19**, p. 2011, 1980.
- [47] W. J. Tomlison, *Electronics Letters*, **15**, p. 192, 1979.
- [48] K. Kawano, O. Mitomi, *Appl. Opt.*, **25**, p. 136, 1986.
- [49] S. Cornbleet, Microwave Optics, Academic Press, 1976.
- [50] J. Sochacki, *Appl. Opt.*, **25**, p. 235, 1986.
- [51] W. H. Southwell, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, p. 1010, 1977; **69**, p. 791, 1979; **69**, p. 792, 1979.
- [52] J. Sochacki, *Appl. Opt.*, **23**, p. 4444, 1984; **24**, p. 1371, 1985; *J. Opt. Soc. Am.*, **A1**, p. 1202, 1984; **73**, p. 789, 1983; **73**, p. 1839, 1983.
- [53] 王之江主编:光学技术手册,上册,第一篇第五章,机械工业出版社,1987.