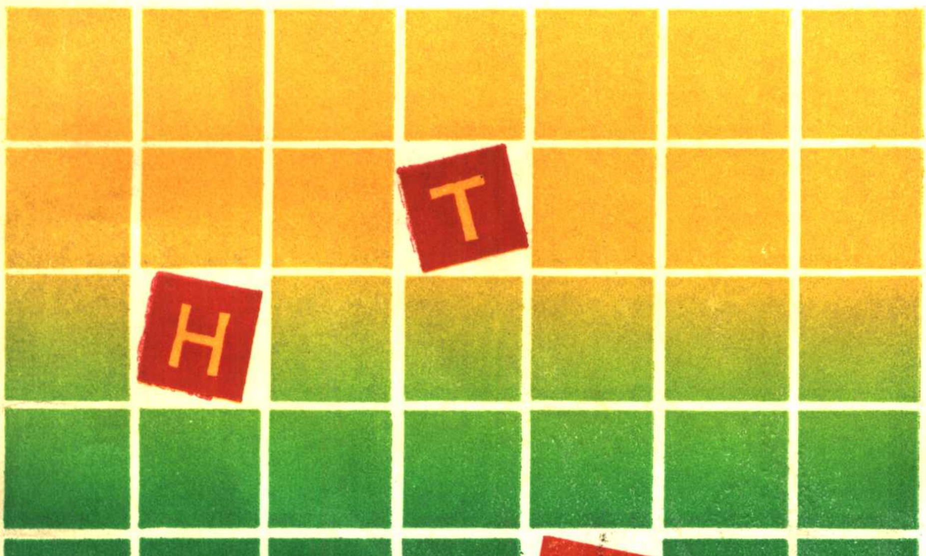
于骏民 主编
邵汉青 副主编

经济管理数学基础

JINGJI GUANLI SHUXUE JICHU



上海交通大学出版社

经济管理数学基础

于骏民（主　编）
邵汉青（副主编）

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是一本供经济管理干部进修用的数学基础教材，内容通俗易懂、深入浅出，基本上包括了经济管理工作中所需的数学基本概念和基本方法。全书共分12章：1．行列式；2．向量和矩阵；3．函数及其导数；4．微分；5．不定积分；6．定积分；7．微分方程；8．重积分；9．概率及其运算；10．随机变量的分布和数字特征；11．参数估计与假设检验；12．回归分析。每章后均附有习题。书后还备有附录及习题答案。

本书可作为具有高中以上文化程度的各级计委的业务干部和经济部门的管理干部学习用书，也可作为经济、计划、管理和财贸学院非理科专业专修科、本科学生的教材或教学参考书。

经济管理数学基础

上海交通大学出版社出版

(淮海中路1984弄19号)

新华书店上海发行所发行

上海交通大学印刷厂印装

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 15 字数 372000

1987年12月第1版 1988年1月第1次印刷

印数：1—7,000

ISBN 7—313—00080—4/F2 科技书目：162—288

定价：2.85元

前　　言

为提高经济计划管理干部的业务素质，以适应经济体制改革和计划工作科学化、现代化的需要，国家计委培训中心委托上海交通大学、中国人民大学和吉林大学有关专业教师编写了本教材。

本教材是一本经济管理的基础教材，可作为具有高中以上文化程度的各级计委的业务干部和经济部门的管理干部学习用书。若作为经济管理干部学院教学用书，教学时数可安排在108～144学时之间。该书也可作为经济、计划、管理和财贸学院非理科专业专修科、本科的教材或教学参考书。

鉴于我国广大经济管理工作干部，在学习有关理论知识时，需要有一本适合经济管理干部阅读的数学基础书籍。因此，本书力求通俗易懂，深入浅出地阐明经济管理工作中所需的数学基本概念和基本方法，包括导数、微分、积分、微分方程、向量矩阵、概率和数理统计等。另外，为了向经济管理工作者介绍一些现代数学的内容，我们在附录中对拓扑、泛函分析、随机过程、动态规划和对策论等也作了简单介绍。

本书由上海交通大学管理学院于骏民（编写前言、第9～12章），武剑明（编写第8章），陈继祥（编写第3、4、7章），中国人民大学统计学院邵汉青（编写第1、2章），张建波（编写附录Ⅰ），吉林大学经济系李毅（编写第5、6章）等同志编写。全书内容由于骏民（主编）、邵汉青（副主编）统一安排规划，最后由于骏民修改、总纂定稿。

本书经上海交通大学应用数学系曹敏谦同志审阅，他对本书提出了许多宝贵的意见，并提供了不少资料，在此表示衷心感谢。

编　　者

1986年12月

经济管理数学基础

目　录

第5章　不定积分

第6章　定积分

第11章 参数估计与假设检验

第1章 行列式

1.1 二阶行列式

行列式是研究和求解线性方程组的重要工具。现以二元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2=c_1, & (1)\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2=c_2 & (2)\end{cases}$$

为例，用消元法来解这个方程组，步骤如下。

$(1)\times a_{22}-(2)\times a_{12}$ 得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_1=c_1a_{22}-a_{12}c_2。\tag{3}$$

$(2)\times a_{11}-(1)\times a_{21}$ 得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_2=a_{11}c_2-c_1a_{21}。\tag{4}$$

当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时，从(3)式可得

$$x_1=\frac{c_1c_{22}-a_{12}c_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}},\tag{5}$$

从(4)式可得

$$x_2=\frac{a_{11}c_2-c_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}。\tag{6}$$

引进行列式，可以使求解公式便于记忆，并可推广到求解多元线性方程组。

将 a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22} 四个数按照以下形式排成方形，并在两边各画上一条竖线

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix},$$

就叫做**二阶行列式**。它代表由数字 a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22}（也可以是字母）通过特定运算而得出的数值。若把这个数值记为 D，则其

定义为

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}。$$

这里 a_{ij} $(i,j=1,2)$ 叫做行列式的元素，它位于第 i 行第 j 列。

二阶行列式的展开式 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ 是两个单项式的代数和，注意，在行列式的左上角到右下角的对角线(称为主对角线)上两个元素的乘积前面取正号，而在行列式的右上角到左下角的对角线（称为次对角线）上两个元素的乘积前面取负号。

根据二阶行列式的定义可知，（5）式和（6）式的分母，就是由方程组的系数 a_{ij} 组成的行列式 D，（5）式和（6）式的分子也都可以写成一个行列式。如果设

$$D_1=\begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}=c_1a_{22}-c_2a_{12},$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}=a_{11}c_2-c_1a_{21},$$

则当 $D\neq 0$ 时，二元线性方程组的解可表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\qquad x_2=\frac{D_2}{D}。$$

线性方程组的解的这种形式称为**克拉姆法则**。

例 1　用二阶行列式解线性方程组

$$\begin{cases} 3x+y=5, \\ x+y=1。 \end{cases}$$

解　$D=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=3-1=2。$

由于 $D\neq 0$，故方程组有解。

$$D_1=\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=5-1=4,$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=-2,$$

$$x=\frac{D_1}{D}=2, \qquad y=\frac{D_2}{D}=-1。$$

1.2 三阶行列式

设有包含三个未知数的线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=c_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=c_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=c_3。\end{cases} \tag{1}$$

用消元法来解这个方程组。先消去前面两式中的 x_3，再消去后面两式中的 x_3，得到只含有两个未知数 x_1 与 x_2 的新的二元线性方程组，然后再从新方程组中消去 x_2，得到

$$\begin{aligned}&(a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32} \\ &\quad -a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31})x_1 \\ =&c_1a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}c_3+a_{13}c_2a_{32}-c_1a_{23}a_{32} \\ &-a_{12}c_2a_{33}-a_{13}a_{22}c_3。\end{aligned}$$

令 x_1 的系数为 D，则当 $D\neq 0$ 时，

$$\begin{aligned}x_1=\frac{1}{D}(&c_1a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}c_3+a_{13}c_2a_{32} \\ &-c_1a_{23}a_{32}-a_{12}c_2a_{33}-a_{13}a_{22}c_3)。\end{aligned} \tag{2}$$

依据同样道理，我们也可以消去 x_1，x_3 得到 x_2，以及消去 x_1，x_2 得到 x_3。

$$\begin{aligned}x_2=\frac{1}{D}(&a_{11}c_2a_{33}+c_1a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}c_3 \\ &-a_{11}a_{23}c_3-c_1a_{21}a_{33}-a_{13}c_2a_{31}),\end{aligned} \tag{3}$$

$$x_3=\frac{1}{D}(a_{11}a_{22}c_3+a_{12}c_2a_{31}+c_1a_{21}a_{32}$$

$$-a_{11}c_2a_{32}-a_{12}a_{21}c_3-c_1a_{22}a_{31})。\qquad (4)$$

与二阶行列式的定义类似，我们将 a_{ij}（i，$j=1$，2，3）共 $3\times3=9$ 个数，按行与列排成方形，并在两边各画上一条竖线，得到

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

这叫做**三阶行列式**。它是由 9 个数 $a_{ij}(i,j=1,2,3)$经过特定运算而得到的一个数值。这个特定运算按如下法则进行：将下图中用实线连接的三个元素之积取正号，虚线连接的三个元素之积取负号，这个行列式的值D就是这些元素的乘积的代数和，即定义

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}。$$

按照这个定义，(2)、(3)、(4)三式右端的三个分子也可以写成三个行列式 D_1，D_2，D_3，其中

$$D_1=\begin{vmatrix} c_1 & a_{12} & a_{13} \\ c_2 & a_{22} & a_{23} \\ c_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$=c_1a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}c_3+a_{13}c_2a_{32}$$

$$-c_1a_{23}a_{32}-a_{12}c_2a_{33}-a_{13}a_{22}c_3,$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 & a_{13} \\ a_{21} & c_2 & a_{23} \\ a_{31} & c_3 & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}c_2a_{33}+c_1a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}c_3$$
$$-a_{11}a_{23}c_3-c_1a_{21}a_{33}-a_{13}c_2a_{31},$$

$$D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & c_3 \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}c_3+a_{12}c_2a_{31}+c_1a_{21}a_{32}$$
$$-a_{11}c_2a_{32}-a_{12}a_{21}c_3-c_1a_{22}a_{31}。$$

于是，当$D\neq 0$时，方程组（1）的解可以简化成：

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D},\quad x_3=\frac{D_3}{D}。$$

例 1　用三阶行列式解三元线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1-4x_2+x_3=2, \\ x_1-5x_2+3x_3=1, \\ x_1-x_2+x_3=3。 \end{cases}$$

解　$$D=\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=2\times(-5)\times1+(-4)\times3\times1+1\times1\times(-1)$$
$$-1\times(-5)\times1-2\times3\times(-1)-(-4)\times1\times1$$
$$=-10-12-1+5+6+4=-8,$$