

水

力

公

式

集

上集

铁道部科学研究院
水工水文研究室译

人民铁道出版社

昆明图书馆

水 力 公 式 集

上 集

(1971年修订版)

日本土木学会 编

铁道部科学研究院水工水文研究室 译

人 民 铁 道 出 版 社

1 9 7 7 年 • 北 京

内 容 简 介

本书比较全面地介绍了水力学和水文学的基本理论公式及在河流、水力发电、给排水及水质保护、海岸及港湾等方面的应用公式，并对每一个公式作了扼要的推算和说明，可供有关科技人员参考。

本书共五篇，分上、下两集出版。上集包括第一篇基本理论，第二篇河流学，第三篇水力发电；下集包括第四篇给排水及水质保护，第五篇海岸及港湾。

水力公式集

上集

(1971年修订版)

日本土木学会编

铁道部科学研究院水工水文研究室译

人民铁道出版社出版

(北京市东单三条14号)

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 1/32 印张：21 字数：520 千
1977年2月第1版

1977年2月 第1版 第1次印刷

印数：001—16,000册 (定价(科三)：1.70元)

译 者 说 明

在当前我国社会主义革命和社会主义建设蓬勃发展的大好形势下，水力学这一门科学在国民经济各部门中的应用范围日益扩大，为此，我们遵照毛主席“洋为中用”的教导，翻译出版这本《水力公式集》，供有关方面参考。

在译文中略去了原著的参考文献部分，但仍保留了参考文献角注，读者需要时，可根据角注查阅原著。

由于我们的水平有限，译文可能有不少错误，希望读者批评、指正，提出宝贵意见。

在翻译过程中，水电部情报室、华东水利学院、水电部水利电力科学研究所水利室、交通部水运规划设计院等单位的几位同志，在百忙中帮我们校审了一部分译稿，特此表示感谢。

目 录

第一篇 基本理论

1. 水力学基础.....	1
1.1 连续条件	1
1.2 运动方程式	3
1.3 Bernoulli公式.....	7
1.4 流网和调节法	9
2. 静水力学.....	11
2.1 静水压力的强度	11
2.2 作用于平面图形上的静水压力	12
2.3 作用于曲面上的静水压力	12
2.4 浮体的稳定性	12
3. 明渠水力学.....	15
3.1 明渠水流的分类	15
3.2 均匀流	16
3.3 不均匀流	18
3.4 有横向流出或流入的水流	29
3.5 不稳定流	29
4. 管道水力学.....	31
4.1 稳定流	31
4.2 不稳定流	34
5. 置于水流中的物体的阻力.....	35
5.1 作用于理想流体中物体上的力	35
5.2 作用于粘性流体中物体上的力	36
5.3 表面阻力	36
5.4 形状阻力	39
5.5 Kármán涡	44
5.6 假想质量——作用于加速流中物体上的流体力	45
6. 射流和扩散.....	47
6.1 扩散方程式	47
6.2 均匀紊流场的扩散	48
6.3 剪力流中的扩散	50
6.4 射流	51
6.5 贴壁射流	53
6.6 重力射流	56

6.7 受到横向流的射流	65
7. 波动	67
7.1 波浪的分类	67
7.2 深水波	69
7.3 浅水波	72
7.4 长波	79
7.5 适用界限	85
8. 异重流	87
8.1 异重流的基本方程式	87
8.2 阻力系数	89
8.3 内部波的传播速度和稳定条件	90
9. 因次分析和相似律	92
9.1 因次分析	92
9.2 相似律	93
10. 降水	95
10.1 流域平均降水量	95
10.2 雨量、面积、持续时间	96
11. 融雪、蒸发、总蒸发量	97
11.1 融雪	97
11.2 水面蒸发	99
11.3 总蒸发量	100
12. 降雨径流	102
12.1 径流过程	102
12.2 径流成分的分割和有效降雨	104
13. 洪水径流(短期径流)	105
13.1 洪水径流分析	105
13.2 短期径流(洪水径流)的推算	108
14. 长期径流(低水径流)	114
14.1 年损失降水量	114
14.2 自然退水曲线	114
14.3 长期径流分析	115
15. 土砂的产生与流失	118
15.1 地面侵蚀	118
15.2 土砂流失量	120
16. 数据处理	123
16.1 相关与谱	123
16.2 响应系统与相关函数及谱	125
16.3 谱的计算方法	126
16.4 抽样效果	128
17. 水文量的频数	129

17.1 水文量的分布和周期	129
17.2 对数正态分布	130
17.3 极值分布	133

第二篇 河 流 学

1. 平均流速	139
1.1 平均流速	139
1.2 糙率系数	140
2. 流速和流量的测定	145
2.1 垂线流速分布	145
2.2 流速仪和浮标	147
2.3 用分段法测定流量	151
2.4 用堰测定流量	153
2.5 根据水位流量曲线测定流量	153
3. 不均匀流	154
3.1 棱柱体河槽的不均匀流	154
3.2 不均匀流的差分计算	154
3.3 断面骤变段和弯曲段	159
4. 不稳定流	161
4.1 不稳定流基本方程式	161
4.2 不稳定流的波动性	162
4.3 洪水的传播速度	163
4.4 不稳定流近似解法 (洪水演进计算)	164
4.5 不稳定流的数值解法	167
5. 输砂	179
5.1 关于输砂的基本问题	179
5.2 临界推移力	181
5.3 推移质输砂量	183
5.4 悬移质输砂量	188
5.5 输砂量及管内输砂	191
6. 河床变形和局部冲刷	196
6.1 稳定河槽	196
6.2 河床变形	199
6.3 局部冲刷	202
7. 堤防及土坝的渗透	207
7.1 堤身的渗透	207
7.2 基础的渗透	213

第三篇 水 力 发 电

1. 管道流和明渠流	218
------------------	-----

1.1	摩阻损失水头	218
1.2	管道上摩阻以外的损失水头	220
1.3	明渠上摩阻以外的损失水头与水位变化	226
2.	堰和溢流坝顶	228
2.1	锐缘堰	228
2.2	溢流坝顶	233
2.3	宽顶堰、台形堰和跌坎	237
2.4	竖井式溢流道	241
2.5	虹吸式溢流道	244
2.6	侧堰	245
2.7	底部引水工程	247
3.	闸门与阀门	249
3.1	低水头闸门的出流	249
3.2	高压闸门及阀门的出流	252
3.3	水坝泄水管	253
3.4	作用于闸门的外力	257
4.	陡坡渠道	260
4.1	弯曲侧壁引起的水位变化	260
4.2	水面变化的图算法	262
4.3	冲击波	263
4.4	急流渠道的收缩与扩宽	265
4.5	坝下水流	266
5.	水跃和消能	267
5.1	平底渠道的水跃	267
5.2	有坎渠道的水跃	268
5.3	高跌坎渠道的水跃	270
5.4	倾斜渠道的水跃	271
5.5	强制水跃	273
5.6	挑水坎的水跃	275
5.7	水跃式消能工	277
5.8	滑雪跳跃式消能工	278
5.9	自由跌水式消能工	280
5.10	其他形式的消能工	281
6.	水锤作用	283
6.1	水锤波的传播速度	283
6.2	快关时水锤压力	284
6.3	慢关时水锤压力	284
6.4	管道内压力分布	287
6.5	图解法	288
6.6	有调压塔管道的最大水锤压力	289

6.7	扬水管道水锤压力的图解计算	290
7.	调压塔	291
7.1*	设计上的一般要求	291
7.2	单式调压塔	292
7.3	差动式调压塔	293
7.4	有控制孔口调压塔	295
7.5	水柜式调压塔	297
7.6	复式调压塔管道系统	299
7.7	排水道的调压塔	300
7.8	扬水式发电站的调压塔	303
7.9	压力波的稳定性	304
7.10	压力波计算方法	306
8.	水力机械	310
8.1	水轮机的功率和效率	310
8.2	比转速	311
8.3	水轮机形式的选定准则	312
8.4	吸水高度	312
8.5	无负荷速度	313
8.6	水轮机的特性	313
9.	地震时的动水压力	315
9.1	地震时作用于水坝的动水压力	315
9.2	水坝上游面倾斜时的地震动水压力	317
9.3	作用于柱状结构的地震动水压力	317
10.	温度异重流	319
10.1	选择取水	319
10.2	温水扩散	326

第一篇 基本理论

1. 水力学基础

1.1 连续条件

(A) 单相流

〔说明〕由于外界条件的不同，物质具有气体、液体、固体三态中的任何一种状态。三态中，单按其任何一种状态的流动来处理时，称之为单相流。另一类，象以淡水和盐水混合物一类作为研究对象的流动，虽是液态的单一状态，但并非均匀质；又如水和油混和在了一起的流动，同样也不是单一成分的流动。因此，同一种状态而又是单一成份的流动，即匀质的流动，也就是水或空气一类的流动，才叫做单相流。除此以外的所有流动则定义为混合流，将在下面B项叙述。

(1) 系统解析法的连续条件

$$-\frac{d}{dt} \int \rho dV = -\frac{d}{dt} \int dm = 0 \quad (1.1)$$

式中 t ——时间； ρ ——流体密度； V ——所研究的流体容积； m ——流体质量。

〔说明〕所谓系统解析法¹⁾，是指适于运用基本原理来分析问题的方法。这相当于Lagrange的方法。上式中所分析的流体质量 m 不随时间而变化，是为连续条件。在不连续波面的层波水力计算中也被采用²⁾。

(2) 有限容积法的连续条件

1) 压缩性流体*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1.2)$$

2) 非压缩性流体

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.3)$$

式中 x 、 y 、 z ——直角坐标中各坐标上的距离； u 、 v 、 w ——各坐标轴方向上的速度分量。

〔说明〕有限容积法，是在流动场上取出的一定容积内，处理满足基本原理的动态的Euler解析法，是很著名的一个方法。具体说，可以象下面那样把连续条件公式化为：

在 V 内 每单位时 间内增加的质量	=	通过 V 的表面每单 位时间流入的质量	-	从 V 的表面每单位时 间流出的质量
-------------------------	---	--------------------------	---	-------------------------

式(1.2)和式(1.3)是把上面的关系应用于直角坐标系统的方程式，由于水是非压缩性的，故通常采用式(1.3)。

(3) 平均紊流的连续条件

* 以下凡未加注明的流体一概看作非压缩性流体。

1) 压缩性流体

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho} \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho} \bar{w}) + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}' u') + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}' v') + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}' w') = 0 \quad (1.4)$$

2) 非压缩性流体

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1.5)$$

式中 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ —— u 、 v 、 w 按紊流理论的时间平均值； u' 、 v' 、 w' ——其相应的变化量； $\bar{\rho}$ 、 ρ' ——流体密度的时间平均值和变化量。

〔说明〕在紊流中，流速等可由测定的时间平均值及其变化量之和来表示。在水力学上，即使所研究的水流为不稳定流，在紊流理论上凡是与平均值有关的，其结果是平均水流的有关表示方式。式 (1.4) 是紊流扩散的物质输送基本公式，式 (1.5) 是当作管道及明渠水流连续方程的基本式来用的。

(B) 混合流

(1) 液体 i 的连续条件

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i c_i) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i c_i u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i c_i v_i) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_i c_i w_i) = 0 \quad (1.6)$$

(2) 全部有限容积法的连续条件

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho c u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho c v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho c w) = 0 \quad (1.7)$$

式中 ρ_i ——液体 i 的密度； c_i —— i 的容积比； u_i 、 v_i 、 w_i —— i 的速度分量；还有

$$\rho c = \sum \rho_i c_i, \rho c u = \sum \rho_i c_i u_i, \rho c v = \sum \rho_i c_i v_i, \rho c w = \sum \rho_i c_i w_i \quad (1.8)$$

〔说明〕在混合流的水力学解析法中，按其物理特性来分，计有非 Newton 流体解析法、单一粒子运动的分析、粒子群的分析、多成份水流解析法的应用等。这里给出的是多成份水流解析法的 Euler 表达式。

式 (1.6) 是有限容积内对某种流体 i 应用质量守恒定律所得结果。而式 (1.7) 是把适用于混合流各成份的 (1.6) 式应用于全部成份，即总加在一起的表示式。

(3) 悬移质的表达式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_w [1 + c_s (\gamma - 1)] \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_w u_w \left[1 + c_s \left(\gamma \frac{u_s}{u_w} - 1 \right) \right] \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho_w v_w \left[1 + c_s \left(\gamma \frac{v_s}{v_w} - 1 \right) \right] \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho_w w_w \left[1 + c_s \left(\gamma \frac{w_s}{w_w} - 1 \right) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

式中 ρ_w ——水的密度； c_s ——泥砂浓度； γ ——泥砂的比重； u_s 、 v_s 、 w_s ——砂的速度分量； u_w 、 v_w 、 w_w ——水的速度分量。

倘若 $u_s \approx u_w$ ， $v_s \approx v_w$ ， $w_s \approx w_w$ ，而且悬移质的平均密度假定为 ρ ，因

$$\rho = \rho_w \{1 + c_s (\gamma - 1)\} \quad (1.10)$$

式 (1.9) 可近似地写为：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_w) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w_w) = 0 \quad (1.11)$$

即可得到与式 (1.2) 同型的方程。

〔说明〕对于悬移质运动来说,应用式 (1.6) 的结果是式 (1.9) 或 (1.11)。就是把成份 i 换上砂的成份 (脚注 s) 和水的成份 (脚注 w) 相加在一起的结果。

规定悬移质输砂率的基本方程式历来有种种形式,但应在充分理解这里所提的先决条件以后,有必要模拟出所处理的物理现象。

(C) 明渠水流

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = -q \quad (1.12)$$

式中 A ——流水断面面积; q ——水流方向的单位长上流出或流入的流量,流出为正,流入为负; Q ——流量。

〔说明〕这是用明渠自由表面及边界面上的运动学条件所表达的非压缩性流体的连续条件方程式 (1.3) 或 (1.5)。因自有限容积的表面 (控制面) 向外的法线作为正向,故流出时 q 为正,流入时则为负。

(D) 管道水流

$$\frac{dQ}{dx} = -q \quad (1.13)$$

〔说明〕与明渠水流的连续条件完全一样,式 (1.13) 系应用管壁上的运动学条件表达式 (1.3) 或式 (1.5) 的方程式。

1.2 运动方程式

(A) 可变形物体的运动方程式

(1) 系统解析法的运动方程式

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \rho u dV &= \Sigma F_x, \quad \frac{d}{dt} \int \rho v dV = \Sigma F_y, \\ \frac{d}{dt} \int \rho w dV &= \Sigma F_z \end{aligned} \quad (1.14)$$

式中 ΣF_x 、 ΣF_y 、 ΣF_z ——外力向量在各坐标轴方向上分力之和,一般由与物体质量成比例的质量力 (例如重力) 和作用于物体表面的表面力 (例如压力、剪力) 构成。

〔说明〕这是把 Newton 的运动第二定律运用于流体等可变形物质的方程式。

(2) 有限容积法的运动方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

式中 Ω ——力的势; p ——压力; σ_x 、 σ_y 、 σ_z ——垂直应力分量; τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{xz} ——剪应力分量。

(3) 紊流状态的平均流的 Reynolds 方程式

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{\Omega} + \bar{p}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\sigma}_x - \rho \bar{u}u' - \rho \overline{u'u'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{xy} - \rho \bar{u}v' - \rho \overline{u'v'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\tau}_{xz} - \rho \bar{u}w' - \rho \overline{u'w'}) \\
 \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial y} (\rho \bar{\Omega} + \bar{p}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xy} - \rho \bar{u}v' - \rho \overline{u'v'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\sigma}_y - \rho \bar{v}v' - \rho \overline{v'v'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\tau}_{yz} - \rho \bar{v}w' - \rho \overline{v'w'}) \\
 \rho \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{\Omega} + \bar{p}) + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\tau}_{xz} - \rho \bar{u}w' - \rho \overline{u'w'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau}_{yz} - \rho \bar{v}w' - \rho \overline{v'w'}) \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{\sigma}_z - \rho \bar{w}w' - \rho \overline{w'w'})
 \end{aligned} \quad (1.16)$$

〔说明〕对于有限容积 V ，运用Newton运动第二定律，则为：

质量为 m 的流体单元单位时间内运动量变化

作用于这流体单元的全部质量力

作用于这流体单元的全部表面力

如用数学形式表示，就得式(1.15)。紊流的平均流的表达式，则和式(1.4)或式(1.5)相应，将式(1.15)变形即得，其结果为式(1.16)。

(B) Newton流体和非Newton流体

(1) Newton流体

$$\sigma_x = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma_y = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \sigma_z = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.17)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

式中 μ ——流体的粘滞系数。

〔说明〕在式(1.15)中，应力的张量分量 $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}, \dots$ 与速度分量 u, v, w 之间具有式(1.17)的关系时，这种流体称做Newton流体。这种应力和应变关系是以下列的Stokes条件为前提得来的。

① 单是变位或旋转不产生阻力，变形为粘滞应力所抵抗，其应力可用应变的一次值的代数和表示〔一般化的Hooke定律〕。

② 应力与应变的关系与坐标轴的方向无关。

③ 不产生变形时，应力表现为静水压力。

Newton流体是水或空气等低分子流体，其种类虽比非Newton流体较少，但自然界却大量存在。

(2) 非Newton流体

1) 纯粘性非Newton流体

a) Bingham 型

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_0 + \mu \frac{du}{dy} & (\tau_{xy} > \tau_0 \text{ 时}) \\ \frac{du}{dy} &= 0 & (\tau_{xy} < \tau_0 \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

式中 τ_0 ——视流体而定的一定剪应力。

b) Ostwalde-de Waele 型 (指数定律)

$$\tau_{xy} = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \cdot \frac{du}{dy} \quad (1.19)$$

式中 $n=1$, $K=\mu$ 时, 为 Newton 流体。 $n>1$ 时, 该流体被称做膨胀体 (dilatant), $n<1$ 时, 则属伪塑性体 (pseudo-plastic) 一类。

c) Eyring 型

$$\tau_{xy} = A \sinh^{-1} \left(\frac{1}{B} \frac{du}{dy} \right) \quad (1.20)$$

式中 A 、 B ——常数。

d) Ellis 型

$$\frac{du}{dy} = \tau_{xy} (\phi_0 + \phi_1 |\tau_{xy}|^{a-1}) \quad (1.21)$$

式中 ϕ_0 、 ϕ_1 、 a ——常数。

e) Reiner-Philippoff 型

$$\frac{du}{dy} = \tau_{xy} / \{ \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) / [1 + (\tau_{xy} / \tau_s)^2] \} \quad (1.22)$$

式中 μ_0 、 μ_∞ 、 τ_s ——常数。

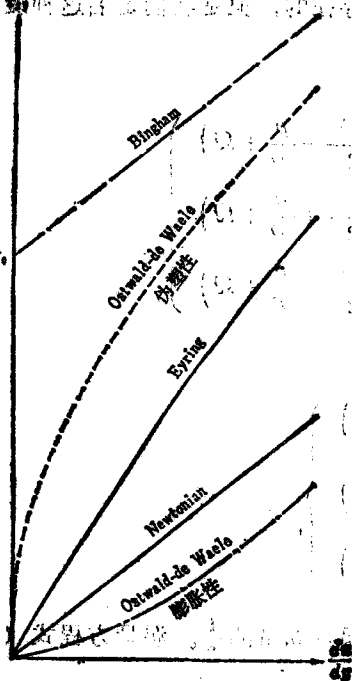


图1.1 一个参数系统

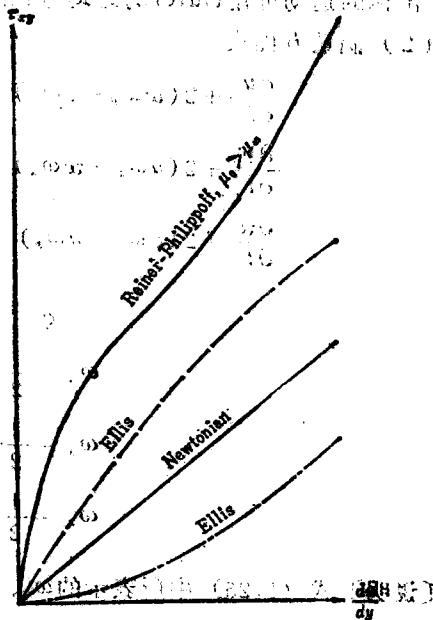


图1.2 三个参数系统

〔说明〕不能由式(1.17)表达应力和应变关系的流体称为非Newton流体。各种高粘性流体如血液、水泥浆、泥浆、泥流等都属此类。含泥砂的水流往往也可由这种模型来模拟,但运用时必须把应力和应变之间的关系充分搞清楚。

纯粘性非Newton流体是非Newton流体的一种,就是指随着所加应力大小就会有相应的应变的一种流体。

Eyring型一般为伪塑性体, τ_{xy} 接近0时,就和 $\mu = A/B$ 的Newton流体相近。

Ellis型为三个参数系统的一例, $a > 1$ 时,对于小的 τ_{xy} ,接近于Newton型,反之 $a < 1$ 时,成为大 τ_{xy} 的Newton型。另一方面, $\phi_1 = 0$ 为Newton型, $\phi_0 = 0$ 为Ostwalde-de Waele型,是非常多样的。

Reiner-Philippoff型也是三个参数系统, τ_{xy} 接近0或非常大时就渐近于Newton流体。

在实用上,应重视Ostwalde-de Waele型,即指数定律。

2) 其他非Newton流体

〔说明〕其他非Newton流体,计有应变与所加剪应力在应变值范围内成关系的粘弹性流体和应变与所加应力及其持续时间成关系的不稳定非Newton流体等。

(C) 理想流体的运动方程式

(1) Euler运动方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

〔说明〕随着变形不产生应力的流体实际上是不存在的,但是我们定名这种流体为理想流体。流体的运动可用Euler的运动方程式表达。

(2) 涡量方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + 2(w\omega_y - v\omega_z) &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Omega \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + 2(u\omega_z - w\omega_x) &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Omega \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + 2(v\omega_x - u\omega_y) &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Omega \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} q^2 &= u^2 + v^2 + w^2 \\ \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

〔说明〕式(1.25)中所表示的 ω_x 、 ω_y 、 ω_z 为涡量向量的 $\frac{1}{2}$ 。涡量方程式(1.24)是把Euler方程式(1.23)用涡量表达的方程式。

没有涡量的流体运动称为无涡运动, 即 $\omega_x, \omega_y, \omega_z = 0$ 。这时存在着用 $-\partial\phi/\partial x$, $-\partial\phi/\partial y$, $-\partial\phi/\partial z$ 表示速度分量 u, v, w 的势函数 ϕ , ϕ 称为速度势。

无涡理想流体的水流, 其数学模型是非常单纯的, 故其理论上的分析也很容易。如坝顶的溢流, 通过孔口、堰、闸门的水流, 以及波的运动等都可举作实例。

(D) 粘性Newton流体的运动方程式

(1) 非压缩性流体的Navier-Stokes方程式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\Omega + \frac{p}{\rho} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

〔说明〕把Newton流体的应力应变关系式(1.17)代入有限容积法的运动方程式(1.15), 消去 $\sigma_x, \dots, \tau_{xy}, \dots$ 后的方程式即为Navier-Stokes方程式。未知量有 u, v, w, p 四个, 方程式也有式(1.3)和(1.26)四个, 所以粘性流体的问题至少在原则上是能解的。

实际上Navier-Stokes方程式能解的问题的例子是很少⁴⁾的, 一般通过电子计算机采用数值计算。这样计算的程序设计有MAC⁵⁾。

(2) Darcy定律⁶⁾

$$u = -k_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v = -k_y \frac{\partial h}{\partial y}, \quad w = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1.27)$$

式中 k_x, k_y, k_z ——各坐标轴方向的渗透系数; h ——压力水头, 等于 $(\Omega/g + p/\rho g)$ 。

如果, 在 $k_x = k_y = k_z = k$ 的等方向性渗透层内, 则

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v = -k \frac{\partial h}{\partial y}, \quad w = -k \frac{\partial h}{\partial z} \quad (1.28)$$

〔说明〕地下水或渗透层内的水流原本可以用粘性流体的运动方程式表示。另一方面, 原来经验性的Darcy定律, 如将其表示式与无涡水流的速度分量式对比, 则可看出压力水头和速度势具有同样性质。也就是说, 在渗透层粘性流体水流中, 仅从宏观去看, 认为可以和无涡理想流体的水流一样, 数学上的处理是可能的。当渗透层内的水流为层流时, 在略去惯性项的情况下, 这样的模拟是可行的。

因此, 有必要弄清楚Darcy定律的适用范围。Lindquist认为球状颗粒层内 R 数在4以下时, 能适用Darcy定律, 而Harleman在砂层进行过的试验中, 按重量的50%砂粒粒径计算的 R 数, 应在10左右才行。无论怎样, 在应用上不肯定时, 应事先充分分析研究。

1.3 Bernoulli公式

(A) 无涡理想流体

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{q^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \Omega = C \quad (1.29)$$

式中 ϕ ——速度势; C ——任意常数。

〔说明〕Bernoulli公式是能量守恒定律的数学表达式。在式(1.24)中令 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 等于0即为无涡、无粘性流体的运动方程式。如后所述, 把式(1.24)的各式乘以

$$u = -\partial \phi / \partial x, \quad v = -\partial \phi / \partial y, \quad w = -\partial \phi / \partial z,$$

相加并积分即得 Bernoulli 式。在积分过程中, 含有与时间有关的任意函数, 但这种函数可包含在速度势中。此式是以流体压力 p 作为速度、速度势和力的位能的函数来表达的。显然, 速度势是下列 Laplace 方程式给出边界值条件的解, 速度则作为该方向上的微分系数给出。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1.30)$$

此式习惯上用于波的运动分析上。

(B) 粘性流体²⁾

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho q^2}{2} \right) dV + \int [u \cos(x, n) + v \cos(y, n) + w \cos(z, n)] \left(\frac{\rho q^2}{2} + \rho \Omega + p \right) dS \\ &= \int [u \sigma_x \cos(x, n) + v \sigma_y \cos(y, n) + w \sigma_z \cos(z, n)] dS \\ & - \int \left(\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) dV + \int u [\tau_{xy} \cos(y, n) + \tau_{xz} \cos(z, n)] dS \\ & + \int v [\tau_{yz} \cos(z, n) + \tau_{xy} \cos(x, n)] dS + \int w [\tau_{zx} \cos(x, n) + \tau_{yz} \cos(y, n)] dS \\ & - 2 \int (\tau_{xy} e_{xy} + \tau_{yz} e_{yz} + \tau_{zx} e_{zx}) dV \end{aligned} \quad (1.31)$$

式中 V ——所考虑的流体体积; S ——流体表面积; $\cos(x, n)$ 、 $\cos(y, n)$ 、 $\cos(z, n)$ ——从 S 向外作法线与各坐标轴交角的余弦; e_{xy} 、 e_{yz} 、 e_{zx} ——应变的比率, 即

$$e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad e_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad e_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (1.32)$$

〔说明〕Bernoulli 式是机械的能量守恒定律, 即表示能量与外力所作功的关系的非向量式。由此则

V 内单位时间 动能的增加值	=	单位时间通过 V 的 表面 S 进入的能量	+	外力所 作的功
---------------------	---	------------------------------	---	------------

实际上, 把式 (1.15) 第 1 式乘以 ρu , 第 2 式乘以 ρv , 第 3 式乘以 ρw , 然后相加, 就可得到单位时间内、单位容积的能量变化与功的比率。再把它对流体容积 V 积分即可。式

(1.31) 是其结果, 左边第 1 项为动能的增加率, 第 2 项为进入 V 的动能, 即代表位能及流体压力所做功的和, 右边表示流体运动产生应力所做的功, 特别是最后一项系表示热能的变化。

(C) 明渠水力学 Bernoulli 公式

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = i - \frac{v^2}{C^2 R} \quad (1.33)$$

式中 v ——断面平均流速; g ——重力加速度; h ——水深; i ——渠底坡度 ($= \tan \theta = \sin \theta$); C ——Chézy 糙率系数; R ——水力半径。

〔说明〕把式 (1.31) 根据明渠边界面及自由表面上的运动学条件加以积分, 求其极限值即得。但式 (1.33) 的推导包含着以下的假定, 所以当理论分析或用水工模型试验进行模拟时必须予以注意。

① 水流为渐变流, 即水流的压力分布是静水压力。

② 水流是在一个方向上流动, 即 $q \approx u \gg v, w$ 。