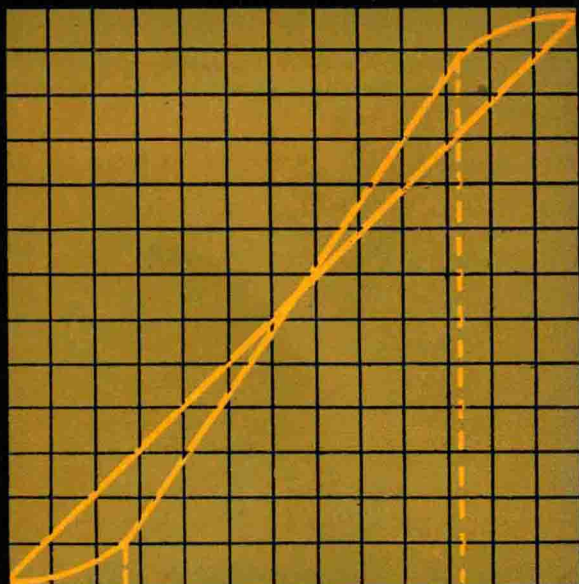
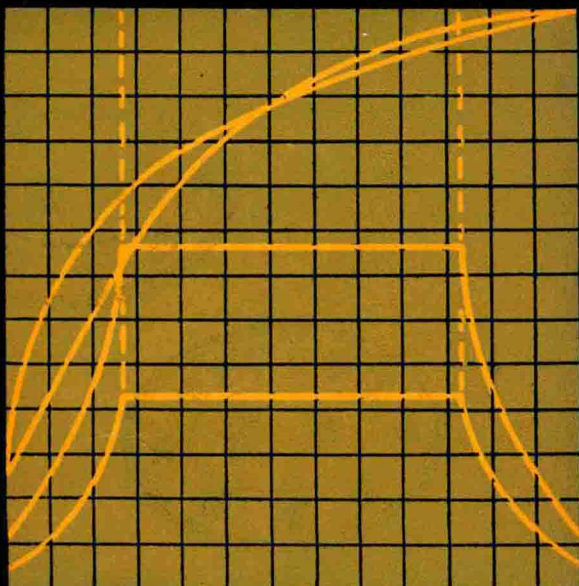




电位器标准阻值 变化规律的设计

韩勤 编著

中国标准出版社



电位器标准阻值变化规律的设计

韩 勤 编著

中国标准出版社

内 容 提 要

本书在探讨电位器阻值变化规律理论依据和分析、评价国内外现行采用的标准阻值变化规律优缺点的基础上，提出了实用的直线式、指数式和反转指数式标准阻值变化规律的设计思想和设计方法。本书共分四章，其内容为：一、电位器阻值变化规律与输出函数特性；二、直线式标准阻值变化规律的设计；三、指数式标准阻值变化规律的设计；四、反转指数式标准阻值变化规律的设计。

本书可供设计和制定电位器有关阻值变化规律的人员参考，对电位器研制、生产、以及使用的技术人员也有一定参考价值。

说 明

电位器标准阻值变化规律，是电位器的主要设计特性，它不仅直接决定了电位器输出函数特性，也影响电位器的诸如功耗分布、调节精细度等其它特性。可以说，考虑和确定电位器的标准阻值变化规律，不只是要对现状加以归纳或统一，更重要的是要在科学分析和实践验证的基础上，获取充分的技术依据，实现阻值变化规律的标准化，即确定标准的阻值变化规律。本书就是从这种想法为出发点，在收集、分析国内外有关电位器标准阻值变化规律前提下，提出了电位器直线式、指数式以及反转指数式三种常用阻值变化规律的理论分析、计算式和理论规律，并从工艺性和有关综合特性出发，给出了实用标准阻值变化规律的设计思想与设计方法。

本书提出的理论分析、设计思想与方法，尚需在实践上加以检验。特别是由于作者水平和能力所限，也一定会存在许多问题甚至谬误，读者能够指正问题或去谬还真，从而正确地开展研究与实践，那正是作者的本愿。

本书能与读者见面，得到了国家标准局和出版社，作者所在单位有关领导与同志们热情鼓励与支持；成都电讯工程学院胡忠诤副教授对本书作了全面、仔细的技术审查乃至文字上的修改。仅在出版之际，表示对有关领导、同志和老师的深切谢意。

作者

1982年

概 述

电位器，也称为可变电阻器。它的主要功能是通过一机械可调机构、改变滑动接点（即电刷）在电阻体上的相对位置，从而将一固定输入电量，按所规定的函数规律传输出去。

随着电子技术的飞速发展及广泛应用，电子设备和装置对元器件提出了更高的要求，这就是高稳定、高可靠、长寿命和小型化。因而，大量超小型化、微型化的元、器件相继问世，而且成功地实现了某些元、器件的平面化与集成化。做为分立元件存在的电位器，尽管实现平面化、集成化尚很困难，但由于微小型电路更需要有调节参数一致性的器件，这就使得以可调性做为主要功能的电位器获得了更加广泛的应用与发展，品种优良、性能更好的电位器不断出现，其中相当大的部分还利用了微小型化的技术成果改进了结构，提高了性能。可以说，电位器的发展不仅没有受到微小型化的限制，反而随着微小型化的发展得到了促进。

近年来，有关电位器性能提高、材料改进、工艺革新和结构设计等方面的报导，经常可见。但是，资料表明，决定电位器输出函数特性的阻值变化规律（亦称阻值变化特性）的研究，尚不充分。分析资料后发现，包括我国在内的绝大多数国家现行采用的电位器标准阻值变化规律，不仅难以得到优良适用的输出函数特性，也难以获得满意的工艺性。然而，这样的标准阻值变化规律，有的国家竟用了几十年（如美国用了已近三十年）还丝毫未动。

要获得需要的阻值变化规律，必须要有一个基准规律做依据，这就是标准阻值变化规律。而标准阻值变化规律的设计与确定，不仅对电位器输出函数特性的改善，而且对制造工艺的简化，都是十分重要的。

从电位器的发展来看,最初的电位器是在固定电阻器的基础上演变而来的。在固定电阻器上,装上一个可调节的滑动接点,就做成了最简易的“电位器”。这样的电位器的阻值变化规律,自然是直线式的,随着电位器调节位置的改变,电阻值基本上沿着一条直线变化,显然,它的标准阻值变化规律应当是一条直线。

现在的直线式阻值变化规律的电位器,具有多种结构形式和调节方式,如旋转式电位器、直滑式电位器等。构成电阻体的材料及工艺方法也不完全相同,然而尽管有这样那样的差异,但在电位器调节机构的有效行程范围内,电阻值的变化规律始终是线性的。

阻值变化规律成线性变化的电位器,无论在结构设计、材料选择,还是在制造工艺上都较为简单。从使用角度来说,这种电位器具有恒定的输出电压变化率(斜率),对于线绕电位器而言,又有恒定的电压分辨力。因此,直线式阻值变化规律的电位器,在电路中用于调节电压或电流,仍然具有相当大的使用价值。直到今天,在电位器的品种中,还占有很大的比例。

随着电位器的广泛应用,对电位器阻值变化规律提出了更多更新的要求,指数式阻值变化规律的出现就是一例。此外,还有反转指数(有人称对数)、平方律、正余弦、正余切函数式的电位器等。在本书中,将就通用的直线式、指数式和反转指数式标准阻值变化规律的设计,进行分析和讨论。

做为本书的主要内容,是在扼要地分析国内外现行标准阻值变化规律的优缺点之后,重点探讨适用的标准阻值变化规律。因此,在从理论上分析推导阻值变化规律数学表达式的基础上,再着重叙述实用的标准阻值变化规律的设计思想和设计方法。

目 录

概述

第一章 电位器阻值变化规律与输出函数特性 (1)

§ 1-1 输出电压比与输出电压比变化率..... (1)

§ 1-2 输出电压衰减量与输出电压衰减率..... (5)

§ 1-3 阻值变化规律与功耗变化规律以及功耗分布的关系..... (9)

第二章 直线式标准阻值变化规律的设计 (12)

§ 2-1 直线式标准阻值变化规律的简要说明..... (12)

§ 2-2 理论直线式阻值变化规律的数学表达式..... (16)

§ 2-3 理论直线式阻值变化规律的实用局限性..... (18)

§ 2-4 实用直线式标准阻值变化规律的设计..... (24)

第三章 指数式标准阻值变化规律的设计 (33)

§ 3-1 声波常识与电声转换简介..... (38)

§ 3-2 指数式阻值变化规律的现状..... (47)

§ 3-3 理论指数式阻值变化规律的数学表达式..... (53)

§ 3-4 理论指数式阻值变化规律数学表达式的特点及实用性 (59)

§ 3-5 I型实用指数式阻值变化规律的数学表达式..... (65)

§ 3-6 I型实用指数式阻值变化规律的特点及其标准规律的设计方法 (73)

§ 3-7 II型实用指数式阻值变化规律的数学表达式及其标准规律的设计 (83)

第四章 反转指数式标准阻值变化规律的设计 (98)

§ 4-1 反转指数式标准阻值变化规律的现状 (98)

§ 4-2 理论反转指数式阻值变化规律的数学表达式..... (100)

§ 4-3 ~I型实用反转指数式标准阻值变化规律的设计..... (105)

§ 4-4 II型实用反转指数式标准阻值变化规律的设计..... (113)

参考文献..... (122)

第 一 章

电位器阻值变化规律与输出函数特性

§ 1-1 输出电压比与输出电压比变化率

对于通用电位器而言,输入电量和输出电量,通常是指电压的输入和电压的输出。为了评定电压可变输出的特性,采用了输出输入电压比——简称输出电压比¹⁾这一概念。所谓输出电压比是指输出电压对于输入电压之比,用百分数表示。它可以用式(1-1-1)表示出与电刷调节机构有效行程(以下简称有效行程或调节行程)之间的函数关系。

$$\frac{U_x}{U} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \quad (1-1-1)$$

式中: $\frac{\theta_x}{\theta}$ ——有效行程 θ 内, θ_x 处的行程比;

$\frac{U_x}{U}$ ——与行程比 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 相对应的输出电压比。

由式(1-1-1)可知,行程比不同,就有不同的输出电压比。可以证明,电位器作分压器使用时在理想条件(负载无穷大)下使用的电位器,其输出电压比正好等于电阻比,即

$$\frac{U_x}{U} = \frac{R_x}{R} \quad (1-1-2)$$

式中: $\frac{R_x}{R}$ ——与行程比 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 相对应的电阻比, %; 其中, R_x 是 θ_x

处电阻值, R 是电位器总电阻值。

1) 在国际电工委员会 IEC 文件 TC40 (sec) 377 中, 简称为输出比。

式 (1-1-2) 告诉我们, 欲实现式 (1-1-1) 反映出来的输出电压比与行程比的函数关系, 只要使电阻比与行程比实现同样的函数关系即可, 也就是

$$\frac{R_x}{R} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \quad (1-1-3)$$

因而, 式 (1-1-3) 就是电位器阻值变化规律的一般函数表达式。这样一来, 就完全可以按照要求的输出电压比对行程比的函数关系, 设计出相应的阻值变化规律的函数表达式, 即数学计算式, 再依靠这样的计算式, 进行阻值变化规律的工艺设计。

从使用电位器角度来说, 提出阻值变化规律的函数形式, 往往可能是以达到所期望的输出电压比变化率为出发点的, 即在有效行程范围内, 希望输出电压比变化率能满足一定的函数关系。如果以 K_v 代表输出电压比变化率, 则可以写成式 (1-1-4) 的形式

$$K_v = \varphi\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \quad (1-1-4)$$

反之, 当预先给出输出电压比的函数关系时, 也可以通过 $\frac{U_x}{U}$ 对 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 求一阶导数而得出输出电压比变化率的函数表达式, 即

$$K_v = \frac{d\left(\frac{U_x}{U}\right)}{d\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)}$$

将式 (1-1-1) 的函数关系代入后, 得

$$K_v = f'\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \quad (1-1-5)$$

提出和使用输出电压比变化率 K_v 的目的, 主要是为了说明它与电位器调节精细度的关系, 以便在设计电位器标准阻值变化规律时, 能够考虑关于调节精细度的要求以及如何予以实现。为节省篇幅, 在以后有关章节的叙述中, 将仅给出相应于阻值变化规律的 K_v 表达式, 请读者自己在此基础上, 参照本节说明, 来

评定或确定调节精细度。

所谓调节精细度,就理论而言¹⁾,是指电位器在有效行程 θ 范围内,与行程最小可能调节增量 $\Delta\theta_x$ 对应的输出电压增量 ΔU_x 同输入电压 U 之比,在数值上,等于 K_v 与 $\frac{\Delta\theta_x}{\theta}$ 之积²⁾,即

$$\frac{\Delta U_x}{U} = K_v \frac{\Delta\theta_x}{\theta}$$

若以 δ 表示调节精细度,则为

$$\delta = K_v \frac{\Delta\theta_x}{\theta} \quad (1-1-6)$$

由上面关系式得知,调节精细度决定于输出电压比变化率 K_v 和行程最小可能调节增量比 $\frac{\Delta\theta_x}{\theta}$,且数值愈小,表明调节精细度愈高。反之亦然。

原则上,调节精细度在各种阻值变化规律的线绕、非线绕电位器中都适用。对于直线式阻值变化规律的电位器来说, K_v 是个常量,因而在有效行程范围内, δ 也是个恒定值。显然,在设计电位器时,如果要求要有一定的调节精细度,就要设法降低 K_v 值,以后将说明,这只要增大电位器前、后零位电阻,改变直线式阻值变化规律斜率,就可使 K_v 值减小,从而使调节精细度提高;在非直线式阻值变化规律的电位器中,在有效行程范围内, K_v 是个变化量,因而调节精细度也将是个非恒定量。但是,如果在线路中要求电位器调节精细度较高而又不希望增加有效行程

1) 这里所说的调节精细度,是指理论调节精细度,即是抛开了由电阻体不均匀性和接触电阻变化等因素引起的电压(或电流)无规律起伏而言的调节精细度。理论调节精细度是设计微调电位器的重要设计指标。

2) 从 $K_v = d\left(\frac{U_x}{U}\right) / d\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$, 得 $\frac{dU_x}{U} = K_v \frac{d\theta_x}{\theta}$, 当 $\Delta\theta_x$ 足够小时, 可得

$$\frac{\Delta U_x}{U} = K_v \frac{\Delta\theta_x}{\theta}。$$

时，往往可能会利用 K_v 变化的特点，而采用指数式或反转指数式阻值变化规律的电位器。

在线绕电位器中，采用电压分辨力更能确切地反映调节精细度。本质上，电压分辨力与调节精细度是一回事。但由于线绕电位器的电阻体是由电阻丝绕组构成的，其行程最小可能调节增量在理论上仅为一个匝间距（线匝间距），所以，完全可从 $\frac{\Delta U_x}{U} \doteq$

$K_v \frac{\Delta \theta_x}{\theta}$ 关系导出电压分辨力的具体表达式。今设有效行程范围内的电阻体绕组总匝数为 n ，匝间距为 t ，则行程最小可能调节增量 $\Delta \theta_x$ 就等于 t ，有效行程 $\theta = nt$ ，从而， $\frac{\Delta \theta_x}{\theta} = \frac{t}{nt} = \frac{1}{n}$ 。为此，得

$$\frac{\Delta U_x}{U} \doteq K_v \frac{1}{n}$$

若以 δ_v 表示电压分辨力，则为

$$\delta_v \doteq K_v \frac{1}{n} \quad (1-1-7)$$

由此可见，线绕电位器的电压分辨力，在电阻体绕组匝数给定的条件下，也仅决定于 K_v 。为了提高电压分辨力，应尽可能降低 K_v 值。对于前、后零位电阻阻值均为零的理论直线式阻值变化规律的线绕电位器而言， $K_v = 1$ ，此时的电压分辨力，就等于 $\frac{1}{n}$ 。

在非直线式阻值变化规律线绕电位器中， K_v 值同样是个变化量。就和前述调节精细度那样，在设计电位器时，也应考虑到 K_v 变化的特点，以满足线路对电位器的要求。

应当指出，这里说明的电压分辨力，是指理论电压分辨力，同理论调节精细度一样，都是设计电位器时应考虑的重要指标。

附带说明，无论是线绕还是非线绕电位器，如果按调节精细度高的微调电位器进行设计时，往往还要做出结构上的考虑，就

如式 (1-1-6) 和式 (1-1-7) 所表明的那样, 欲提高调节精细度或电压分辨力, 可以设法增加电位器的有效行程 θ 或增多电阻体绕组匝数 n 。螺杆驱动式微调电位器和多圈电位器, 就是基于这种考虑而出现的。

§ 1-2 输出电压衰减量与输出电压衰减率

第三章中将说明, 在某些使用条件下, 对电位器输出电压衰减量变化规律及输出电压衰减率的要求, 将放在很突出的地位上。这里所说的输出电压的衰减, 是指输出电压相对于输入电压的衰减。在计算衰减量时, 通常以电压电平进行计算。

为了衡量电压电平的大小, 首先要选择一个参考电压, 或称零电平电压, 记为 U_{0d} , 然后计算某一电压相对于这个参考电压的电平值。在电位器中, 输出电压电平为

$$N_x = 20 \lg \frac{U_x}{U_{0d}}$$

输入电压 (或外加电压) 电平为

$$N = 20 \lg \frac{U}{U_{0d}}$$

则输出电压对输入电压的衰减量——简称输出电压衰减量为

$$N_x - N = 20 \lg \frac{U_x}{U_{0d}} - 20 \lg \frac{U}{U_{0d}}$$

令 $N_v = N_x - N$, 则输出电压衰减量为

$$N_v = 20 \lg \frac{U_x}{U} \quad (1-2-1)$$

式中: N_v ——输出电压衰减量, dB。

式 (1-2-1) 表明, 当 $\frac{U_x}{U}$ 与 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 成函数关系时, 衰减量 N_v 也是 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的函数, 在 $\frac{U_x}{U} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$ 的函数形式一定时, $N_v = F\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$ 这个函数形式也就固定了。

式 (1-2-1) 还表明, 衰减量在数值上是负值, 只有当 $\frac{U_x}{U} =$

1 时, $N_v = 0$, 说明此时才是无衰减地输出。

输出电压衰减变化规律的特点, 还可以从输出电压衰减率来说明。输出电压衰减率, 是指输出电压衰减量相对于行程比的变化斜率, 它可以通过式 (1-2-1) 求出 N_v 对 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的一阶导数得到,

若令 K_N 代表衰减率, 则有

$$K_N = \frac{dN_v}{d\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)}$$

将 N_v 表示成 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的函数, 则有

$$N_v = 20 \lg \left[f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \right]$$

那么, 输出电压衰减率为

$$K_N = \frac{20 f' \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)}{f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \ln 10}$$

以 K_v 代替 $f' \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)$ 并简化上式, 得

$$K_N = \frac{8.686 K_v}{f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)} \quad (1-2-2)$$

与输出电压变化率 (K_v) 相似, 输出电压衰减率 K_N 用来评价电位器衰减量的调节精细度。仿照电压分辨力的定义, 在线绕电位器中, 表示衰减量调节精细度可以引出衰减分辨力这个概念。所谓衰减分辨力, 就是最小可调的匝间衰减增量 (或阶梯量) 相对于最大衰减量的百分比, 用下式表示

$$\delta_N = \frac{\Delta N_v}{N_{\max}} \cdot 100\% \quad (1-2-3)$$

式中: δ_N ——衰减分辨力;

ΔN_v ——匝间衰减增量;

$N_{\max}$ ——最大衰减量。

最大衰减量 $N_{\max}$ ，在数值上等于 $\frac{\theta_x}{\theta} = 0$ 时的衰减量 N_0 ，即 $N_{\max} = N_0$ 。而式 (1-2-3) 中的 ΔN_v ，仿照求解电压增量 ΔU_x 的办法可以得到。这里把式 (1-2-1) 变换成 N_v 为 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的函数式，有

$$N_v = 20 \lg \left[f \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right) \right] \quad (1-2-4)$$

则可通过式 (1-2-4)，求出 dN_v ，即

$$dN_v = \frac{8.686 K_v}{f \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)} d \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)$$

考虑到式 (1-2-2) 的恒等关系，有

$$dN_v = K_N d \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)$$

在线绕电位器中，匝间行程（即匝间距 t 所对应的行程）很小，可以得到

$$\Delta N_v \doteq K_N \Delta \frac{\theta_x}{\theta} = K_N \frac{\Delta \theta_x}{\theta}$$

同于 §1-1 中推导电压分辨力时所提出的理由，取 $\frac{\Delta \theta_x}{\theta} = \frac{1}{n}$ ，则有 $\Delta N_v \doteq K_N \cdot \frac{1}{n}$ ；再者，利用式 (1-2-4)，可求得：

$$N_{\max} = N_0 = 20 \lg [f(0)]$$

这样，就会得到

$$\delta_N = \frac{K_N \cdot \frac{1}{n}}{20 \lg[f(o)]}$$

令 $\frac{\theta_x}{\theta} = 0$ 时, $f(o) = \frac{U_0}{U}$ ¹⁾, 那么就最后得出衰减分辨力的数学

表达式为

$$\delta_N = \frac{K_N \cdot \frac{1}{n}}{20 \lg \frac{U_0}{U}}$$

或为

$$\delta_N = \frac{0.05 K_N}{\lg \frac{U_0}{U}} \cdot \frac{1}{n} \quad (1-2-5)$$

若考虑到 K_N 与 K_v 的关系, 由

$$K_N = \frac{20 f' \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right)}{f \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right) \ln 10} = \frac{20 K_v}{f \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right) \ln 10}$$

代入式 (1-2-5), 并从 $\ln 10 \cdot \lg \frac{U_0}{U} = \ln \frac{U_0}{U}$ 可知, 式 (1-2-5) 又可写成

$$\delta_N = \frac{K_v}{f \left(\frac{\theta_x}{\theta} \right) \ln \frac{U_0}{U}} \cdot \frac{1}{n} \quad (1-2-6)$$

把式 (1-2-5) 或 (1-2-6) 与式 (1-1-7) 相比较, 发现衰减分辨力与电压分辨力, 都与电阻体绕组总匝数 n 的倒数成正比关系。在第三章中将发现, 理论指数式阻值变化规律电位器的衰减分辨力将等于一个常数, 其值除决定于 $\frac{1}{n}$ 外, 还决定于 $\frac{U_0}{U}$ 和

1) 为前零位输出电压比, 简称前零位电压比。

$$\frac{U_1}{U}^{1)}。$$

§ 1-3 阻值变化规律与功耗变化规律以及功耗分布的关系

电位器的阻值变化规律一经确定后,电阻体上的功率耗散(以下简称功耗)沿调节行程的变化规律以及功耗分布也就被确定,换句话说,功耗变化规律和功耗分布直接决定于阻值变化规律的形式。

1. 阻值变化规律与功耗变化规律

电位器的功耗,也有一个沿调节行程 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的变化规律即功耗变化规律的问题。

如果电位器滑动接点与一个固定引出端间的电阻体的功耗为 P_x ,整个电阻体的功耗为 P ,并以 $\frac{P_x}{P}$ 来表示功耗比,则可以证明,功耗变化规律与阻值变化规律确实存在有一致关系。证明很简单。因为 $P_x = IU_x$, $P = IU$ (I 为通过电阻体内的电流),所以一定有 $\frac{P_x}{P} = \frac{U_x}{U}$ 。而式(1-1-2)已指出, $\frac{U_x}{U} = \frac{R_x}{R}$, 则得到

$$\frac{P_x}{P} = \frac{R_x}{R} \quad (1-3-1)$$

若 $\frac{R_x}{R}$ 具有 $f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$ 这种函数规律,即 $\frac{R_x}{R} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$,那么 $\frac{P_x}{P}$ 也一定具有这种规律,即

$$\frac{P_x}{P} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$$

应当注意,这里的 P_x ,是滑动接点到一个固定引出端之间

1) $\frac{U_1}{U}$ 是后零位输出电压比,简称后零位电压比。

电阻体上的累积功耗，明确说，是调节行程 θ 到 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 之间所对应的那段电阻体上的功耗总和，而不是 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 处的 $\frac{\Delta\theta_x}{\theta}$ 段行程所对应的那一小段电阻体上的功耗 ΔP_x 。

(2) 阻值变化规律与功耗分布

在电位器输出端开路条件下，任意一段电阻体的电阻 ΔR_x ，与该段电阻体上的功耗 ΔP_x 之间保持正比关系，即

$$\Delta P_x = I^2 \cdot \Delta R_x$$

如果用 $\frac{\Delta P_x}{P}$ 和 $\frac{\Delta R_x}{R}$ 来表示这种关系，则为

$$\frac{\Delta P_x}{P} = \frac{\Delta R_x}{R}$$

上式表明， $\frac{\Delta P_x}{P}$ 沿调节行程 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的分布规律，一定会与 $\frac{\Delta R_x}{R}$ 沿调节行程 $\frac{\theta_x}{\theta}$ 的分布规律相同。而 $\frac{\Delta R_x}{R}$ 的分布规律，可以通过对

$\frac{R_x}{R}$ 的微分求得。设 $\frac{R_x}{R} = f\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$ ，则有

$$d\left(\frac{R_x}{R}\right) = f'\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) d\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right)$$

又为

$$\frac{dR_x}{R} = f'\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \frac{d\theta_x}{\theta}$$

在 $d\theta_x$ 足够小的情况下，下式近似成立，即

$$\frac{\Delta R_x}{R} \doteq f'\left(\frac{\theta_x}{\theta}\right) \frac{\Delta\theta_x}{\theta}$$

因此，