

公差与技术测量

范德梁 编著

辽宁科学技术出版社

一九八三年·沈阳

内 容 简 介

本书是按高等工业学校机械制造专业的教学要求编写的，作为学生学习用的教材。

全书共分十章：概论，光滑圆柱结合的公差与配合，技术测量的基本知识，表面光洁度及其检测，形状和位置公差，滚动轴承的公差与配合，圆柱螺纹结合的公差与检测，圆柱齿轮副的公差与检测，键、花键结合的公差与检测，尺寸链。

本书着重讲述公差概念和检测原理，采用新的国家标准，给出选用公差的步骤和示例。每章附有思考题和习题。可供大专院校用作教学，也适用于电视大学，并可供工程技术人员参考。

公差与技术测量

范德梁 编著

辽宁科学技术出版社出版（沈阳市南京街6段1里2号）
辽宁省新华书店发行 沈阳新华印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：19 壹 字数：430,000
1983年8月第1版 1983年8月第1次印刷

责任编辑：马 骏 封面设计：秀 中

印数：1—45,000
统一书号：15288·41 定价：2.00元

目 录

第一章 概论	1
1.1 互换性	1
1.2 加工误差和公差	2
1.2.1 零件几何参数误差的形态	2
1.2.2 零件几何参数误差的数值特征	4
1.2.3 加工误差与公差的关系	8
1.3 公差与标准化	9
1.3.1 优先数和优先数系	9
1.3.2 公差计算式和公差值分级	11
1.4 技术测量与计量	13
第二章 光滑圆柱结合的公差与配合	15
2.1 基本术语	15
2.1.1 有关“尺寸”的术语	15
2.1.2 有关“公差与偏差”的术语	17
2.1.3 有关“配合”的术语	19
2.2 公差与配合的国家标准	22
2.2.1 标准公差系列	22
2.2.2 基本偏差系列	24
2.2.3 公差带代号和配合代号	30
2.2.4 常用和优先的公差带与配合	31
2.2.5 未注公差尺寸的极限偏差	32
2.3 公差与配合的应用和选择	34
2.3.1 公差带与配合选用的原则和方法	34
2.3.2 基孔制和基轴制的应用场合	35
2.3.3 公差等级的应用场合和选择条件	36
2.3.4 各种配合的应用场合和选择条件	38
2.4 公差与配合的新旧国标对照	46
第三章 技术测量的基本知识	52
3.1 测量和测量要素	52

3.2 计量单位和标准器具	53
3.2.1 长度单位和基准	53
3.2.2 长度标准器具	54
3.2.3 角度标准器具	56
3.2.4 平面标准器具	57
3.3 测量方法和计量器具	58
3.3.1 测量方法的种类	58
3.3.2 计量器具的主要特征	60
3.3.3 计量器具的计量指标	66
3.3.4 测量条件	67
3.4 测量误差和测量精度	68
3.4.1 测量误差的定义	68
3.4.2 测量误差的来源	68
3.4.3 测量误差的性质和测量精度	69
3.4.4 测量误差的处理	70
3.4.5 测量误差的合成	71
3.5 测量方法和计量器具的选择	74
3.6 测量结果和验收界限	75
3.6.1 测量结果表示方法	76
3.6.2 测量误差对验收结果的影响	77
3.6.3 验收界限	78
3.7 光滑极限量规	79
3.7.1 极限量规的作用和种类	79
3.7.2 量规的型式	80
3.7.3 量规的公差	82
3.7.4 量规工作尺寸的计算	84
3.7.5 量规的技术要求	85
第四章 表面光洁度及其检测	87
4.1 表面粗糙对零件功能的影响	87
4.2 表面光洁度的评定标准	89
4.2.1 国家标准“表面光洁度” GB1031—68	89
4.2.2 ISO关于表面粗糙度的标准	91
4.3 表面光洁度的选择	93
4.4 表面光洁度的检测	95
第五章 形状和位置公差	98
5.1 基本概念	98
5.1.1 几何要素	98

5.1.2 形位公差的项目	99
5.1.3 形位公差的代号	99
5.1.4 形位误差的检测原则	100
5.1.5 形位误差的评定准则	101
5.1.6 三基面体系	102
5.2 形状公差带与形状误差检测	104
5.2.1 直线度	104
5.2.2 平面度	107
5.2.3 圆度	108
5.2.4 圆柱度	110
5.2.5 线轮廓度和面轮廓度	111
5.3 位置公差带与位置误差检测	113
5.3.1 定向公差	113
5.3.1.1 平行度	114
5.3.1.2 垂直度	115
5.3.1.3 倾斜度	117
5.3.2 定位公差	118
5.3.2.1 同轴度	118
5.3.2.2 对称度	120
5.3.2.3 位置度	122
5.3.3 跳动公差	128
5.3.3.1 径向圆跳动和径向全跳动	129
5.3.3.2 端面圆跳动和端面全跳动	130
5.3.3.3 斜向圆跳动	130
5.4 形位公差与尺寸公差的关系	131
5.4.1 独立原则	131
5.4.2 包容原则	133
5.4.3 最大实体原则	134
5.4.4 零公差	136
5.5 形位公差的选择	138
5.5.1 形位公差项目的选择	138
5.5.2 基准要素的选择	139
5.5.3 形位公差值的选择	141
第六章 滚动轴承的公差与配合	145
6.1 滚动轴承的使用要求	145
6.2 滚动轴承的精度等级和公差项目	146
6.3 滚动轴承与轴和外壳的配合及其选择	149
6.3.1 轴颈和外壳孔的尺寸公差带	149

6.3.2 轴承配合的选择	150
第七章 圆柱螺纹结合的公差与检测	157
7.1 螺纹结合的使用要求	157
7.2 螺纹的牙型和尺寸	157
7.3 螺纹几何参数误差及其对使用要求的影响.....	159
7.3.1 螺纹几何参数误差的形式	159
7.3.2 螺纹几何参数误差对旋合性的影响	162
7.3.3 螺纹几何参数误差对连接强度的影响	166
7.3.4 螺纹几何参数误差对传动精度的影响	167
7.4 螺纹中径合格性的判断原则.....	167
7.4.1 作用中径	167
7.4.2 中径和单一中径	169
7.4.3 螺纹中径合格性的判断原则	170
7.5 普通螺纹的公差与配合	171
7.5.1 螺纹公差带的组成	171
7.5.2 螺纹公差带的选用	173
7.5.3 新旧国标普通螺纹公差带的对照	174
7.6 梯形螺纹公差.....	175
7.7 机床梯形螺纹丝杠和螺母的精度和公差.....	176
7.8 圆柱螺纹的检测	178
7.8.1 用螺纹量规作综合检验	178
7.8.2 螺纹的单项测量方法	179
第八章 圆柱齿轮副的公差与检测	183
8.1 齿轮传动的使用要求	183
8.2 齿轮和齿轮副误差的单项评定指标	186
8.2.1 齿坯误差的评定指标	186
8.2.2 齿轮误差的评定指标	187
8.2.2.1 齿面的形状误差	188
8.2.2.2 同侧齿面之间的位置误差	192
8.2.2.3 异侧齿面之间的距离不等	197
8.2.2.4 异侧齿面之间的距离偏差	199
8.2.3 齿轮副误差的评定指标	202
8.3 齿轮误差的综合评定指标.....	204
8.3.1 齿轮全误差曲线	204
8.3.2 单面啮合综合测量指标	205
8.3.3 双面啮合综合测量指标	206

8.4 滚齿线圆柱齿轮精度	208
8.4.1 适用范围和基准齿形	208
8.4.2 精度等级和检验指标	208
8.4.3 齿轮副侧隙	211
8.5 齿轮公差的选择	212
8.5.1 精度等级的选择	212
8.5.2 检验指标的选择	213
8.5.3 齿厚极限偏差和公法线平均长度极限偏差的计算	215
8.5.4 齿坯公差和表面光洁度的选择	218
8.6 圆柱齿轮传动公差	220
第九章 键、花键结合的公差与检测	225
9.1 键和键槽的公差、配合与检测	225
9.2 矩形花键的公差、配合与检测	227
9.3 滚齿线花键的公差与配合	231
第十章 尺寸链	235
10.1 基本概念	235
10.1.1 尺寸链的定义和组成	235
10.1.2 尺寸链的形式和特征	237
10.2 装配尺寸链的建立	240
10.3 尺寸链的解法	244
10.3.1 极值互换法	244
10.3.2 概率互换法	251
10.3.3 分组互换法	255
10.3.4 补偿法	257
附 录	263
主要参考书	297

第一章 概 论

1.1 互 换 性

现代工业生产和科学技术的发展，对机器的要求是品种多、质量好、数量大、成本低。为了适应这样的要求，必须采取分工协作的方式组织生产，即将组成机器的各个零部件分别交给各种专业工厂或车间成批制造，最后全集中到一个工厂或车间来装配。每个工厂保证所制造的零部件都合格，装配时，从一批零部件中任取一只，装成的机器台台合格。这就意味着在同一规格的一批零部件中，任取一只装入机器，都能满足产品的性能要求。零部件具有可以替换使用的特性叫做互换性。

零部件具有互换性，使装配工作简化，生产周期缩短，便于组织流水作业和自动化生产，有利于实行企业专业化。这样，就可提高劳动生产率，保证产品质量，降低生产成本。

对机器使用者来讲，互换性也是极其重要的。机器在使用时因零件损坏而停顿，如从商店买到可互换的备件，就能迅速更换，缩短维修时间，提高机器利用率。象汽车、拖拉机、自行车、缝纫机、钟表等产品中的零部件具有互换性，更换起来非常方便。

机器的种类虽多，但组成机器的零部件中有许多相同的类型和规格，如螺钉、螺母、滚动轴承。将各种机械所通用的零部件集中起来由专业工厂制造，作为商品供应，成本很低，选用方便。在小批生产和新产品试制中采用互换的通用零部件就可缩短试制周期，将精力集中在关键的零部件上。

机械工业实行互换性生产，才能按照专业化协作的原则组织现代化生产，因此，互换性已成为专业化生产的前提。资本主义国家从扩大销路增加利润出发，也在推广零部件的互换性，但受资本家专利的限制，互换性只局限在一个公司企业内部，只有社会主义社会，才能在全国范围内推行互换性生产。只有推行互换性生产，才能适应国民经济高速发展的需要。可以说：互换性是社会主义计划生产的一条重要的技术经济原则。

从事机械生产的人员都要贯彻互换性原则，设计者要使所设计的机械结构简化，采用通用的零部件，规定合理的技术指标和公差，执行各项标准。制造者要选用精度足够的加工方法，做出合格的零件。检验者要用相当精密的计量器具测量零件，作出正确的评价，控制产品的质量。

在实际生产中不是所有零部件都要互换，根据生产批量、零部件的通用性和精度要

求，各种机器中要互换的零部件数量有多有少，互换性的程度有高有低。大量生产的产品（如汽车）有大部分零部件要互换，成批生产的产品（如机床）有相当多的零部件要互换，单件生产的产品（如重型机械、冶金机械）只有部分零部件要互换，还有小部分零部件要采用配作。通用的零部件、易损的备件和标准件都要能完全互换。当零件限于本机使用，精度要求很高，加工又难于达到规定质量时，可降低互换性的程度，采取有限互换，甚至不互换。例如：汽车发动机中配气机构，在装配时要调节气门间隙；车床上要保证前后顶针等高，需刮削尾架底面；滚动轴承要保证精密的旋转精度，内、外圈之间的滚球要采用分组方法选配。这样的方法限于厂内装配使用，涉及零件的数目也很少。

零部件在装配时不需任何附加的分组、选择、调整或修配的手续，叫做完全互换；在装配时要经过分组、选择或调整的手续，叫做有限互换；采用配作加工，或在装配时再加工或钳工修配，则不能互换。

零部件能否互换是以装入机器后满足产品性能要求为标志，因此达到零部件互换有两个条件：一是零部件的几何参数达到零部件结合的使用要求，二是零部件的物理化学性能参数满足产品的功能要求。具有第一个条件的，称为几何参数互换；具有两个条件的，称为功能互换。目前，我们只讨论几何参数的互换性。

1.2 加工误差和公差

机械零件的形状和大小一般是由毛坯经过机械加工而成的，由于加工的机床工具设备还不完善，使一批制成零件的几何参数跟图样上规定的质量指标不能完全相同，所产生的差别，称为加工误差。如果误差不大，只要零件装到机器上仍能达到产品的使用要求，这样的零件也是具有互换性的。因此，要使零件具有互换性，必须将制成零件的几何参数控制在产品性能允许变动的范围内，这个允许变动的范围叫做公差。公差大小是零部件质量高低的标志。

1.2.1 零件几何参数误差的形态

机械零件是由一些平面、圆柱面、圆锥面、球面或曲面组合而成。无论哪种形状的表面，几何参数的误差不外是发生在一个表面上或是发生在两个表面之间。如一管件是由二个同轴的圆柱面和二个平行平面组成的几何体（图1—1中的细实线），而且平面与圆柱面的轴线垂直，这是图样上规定的理想状态。然而，实际零件则是由近似理想状态的不规则表面所组成（图1—1中的粗实线），具体分解如下：

一个平面的理想状态应是绝对平直的光滑表面，而实际表面是高低起伏，凹凸不平的状态。这其中又可分为三种形态：间距 s 很小，交替出现的微小起伏，叫做表面粗糙度；间距 S_w 较大，规律出现的波状起伏，叫做表面波度；从整个表面来看，缓慢起伏的凹凸不平，叫做表面形状误差。三种形态的界限尚未明确划分，有一种看法是间距与起

如果各组成环不按正态规律分布，而按其他规律分布，则要将式(10—18)中 T_i 乘以相对分布系数。如果各组成环分布中心偏离公差带中心，则要将式(10—11~10—12)和式(10—15~10—16)中 T_i 乘以不重合系数。详见有关参考书。

2. 解正计算问题

解正计算问题可直接用上列公式。

例10—8 用概率法计算例10—2中的两个尺寸链。

解：(1) 第一个尺寸链是 $A_n = -\overleftarrow{A_1} - \overrightarrow{A_2} + \overrightarrow{A_3} - \overleftarrow{A_4}$

由例10—3已知： $A_1 = 35_{-0.3}^{+0.1}$, $A_2 = 18_{-0.1}^{+0.11}$, $A_3 = 57_{-0.46}^{+0.11}$, $A_4 = 2.5 \pm 0.05$;

按式(10—10)得： $A_{n\text{中}} = 34.85$, $A_{n\text{上}} = 18.055$, $A_{n\text{下}} = 56.77$, $A_{n\text{中}} = 2.5$;

代入式(10—13)得： $A_{n\text{中}} = -34.85 - 18.055 + 56.77 - 2.5 = 1.365\text{mm}$;

代入式(10—18)得： $T_n = \sqrt{(0.3)^2 + (0.11)^2 + (0.46)^2 + (0.1)^2} \approx 0.57\text{mm}$;

代入式(10—11)得： $A_{n\text{max}} = 1.365 + \frac{0.57}{2} = 1.65\text{mm}$;

代入式(10—12)得： $A_{n\text{min}} = 1.365 - \frac{0.57}{2} = 1.08\text{mm}$

所得间隙为 $1.08 \sim 1.65\text{mm}$

(2) 第二个尺寸链是 $B_n = -\overleftarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} + \overrightarrow{B_4} - \overleftarrow{B_5} - \overleftarrow{B_6}$

由例10—3已知： $B_1 = 8 \pm 0.075$, $B_2 = 21 \pm 0.105$, $B_3 = 45 \pm 0.2$, $B_4 = 18_{-0.1}^{+0.11}$, $B_5 = 57_{-0.46}^{+0.11}$, $B_6 = 16 \pm 0.09$;

按式(10—14)得： $EO_1 = 0$, $EO_2 = 0$, $EO_3 = 0$, $EO_4 = +0.055$, $EO_5 = -0.23$, $EO_6 = 0$;

代入式(10—17)得： $EO_n = -0 + 0 + 0 + 0.055 - (-0.23) - 0 = 0.285\text{mm}$;

代入式(10—18)得： $T_n = \sqrt{(0.15)^2 + (0.21)^2 + (0.4)^2 + (0.11)^2 + (0.46)^2 + (0.18)^2} \approx 0.70\text{mm}$;

代入式(10—15)得： $ES_n = 0.285 + \frac{0.70}{2} = 0.635\text{mm}$;

代入式(10—16)得： $EI_n = 0.285 - \frac{0.70}{2} = -0.065\text{mm}$

按式(10—2)得： $B_n = -8 + 21 + 45 + 18 - 57 - 16 = 3\text{mm}$

所得间隙为 $3_{-0.065}^{+0.035}$, 即 $2.935 \sim 3.635\text{mm}$

将例10—8 和例10—3 的计算结果相比，可见用概率法计算比用极值法计算得到终结环的变化范围要窄些。

3. 解反计算问题

(1) 等公差法：

设： $T_1 = T_2 = \dots = T_{n-1} = T_0$,

则 $T_n = \sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} T_j^2} = \sqrt{(n-1)T_0^2} = \sqrt{(n-1)} \cdot T_0$

实际上，各项误差是同时综合地出现在零件体上，只是在不同的零件体上各项误差大小和所占比重不同，为了从综合误差中将各项误差分解，有人^{*}用数学形式来描述各项误差，譬如，将圆形实际轮廓作为极坐标系统的曲线，见图1—1，假设以内孔的中心点O为坐标极点， R_0 为理想圆的半径，则曲线上各点的极半径 R 跟 R_0 之差 ΔR 可写成为极角 φ 的函数，即

$$\Delta R = R - R_0 = f(\varphi)$$

将实际轮廓误差看作是由一组不同频率的误差组成，用 n 级三角多项式表达，则

$$f(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos(K\varphi + \varphi_k) \quad (1-1)$$

式中： a_k 是 K 次谐波的振幅， φ_k 是初相位；

零项 $\frac{a_0}{2}$ 是函数 $f(\varphi)$ 的平均值，表示尺寸误差；

第一项 $a_1 \cos(\varphi + \varphi_1)$ 表示实际轮廓的中心对极点的偏心，属表面位置误差；

第二项 $a_2 \cos(2\varphi + \varphi_2)$ 表示实际轮廓是椭圆，属形状误差；

第三项 $a_3 \cos(3\varphi + \varphi_3)$ 表示实际轮廓是三棱圆，也属形状误差；

K 愈大，实际轮廓的圆棱愈多。当 $K = 2\pi R/Sw$ 时， $a_k \cos(K\varphi + \varphi_k)$ 表示表面波度， Sw 为波度的波距； K 足够大时，高频谐波表示表面粗糙度。

各项周期性误差可用谐波分析法分解。

1.2.2 零件几何参数误差的数值特征

从一只零件上，只看到几何参数误差的形态和大小；从一批同规格的零件上，可看到误差大小的变化情况。变化情况是制定各项公差数值的依据。

加工造成误差的原因很多，从一批零件的误差变化特征来看，可把各种原因造成的误差归为两类：系统误差和随机误差。

所有零件误差的数值和符号都保持不变或按一定规律变化的误差称为系统误差。如欲钻 $\phi 3\text{mm}$ 的孔，由于选用了 $\phi 2.9\text{mm}$ 的钻头，结果钻出的一批孔都小了 0.1mm ，其误差有一个定值。又如在自动车床上车轴，由于车刀的磨损，做出的轴，其直径一个比一个大，其误差有一定的规律。

所有零件误差的数值不同，且符号不定，即误差有大有小，有正有负，也就是说每个零件的误差是随机出现的，这样的误差称为随机误差。它是由许多原因所形成的，如：毛坯的大小和材质不匀、机床刚性不足、夹具变形、加工时振动等等。

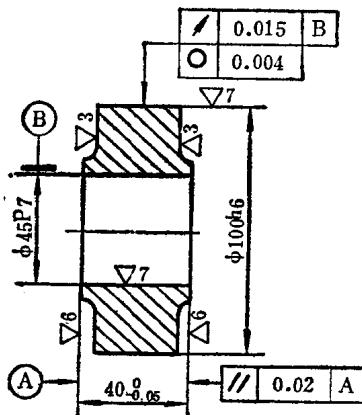


图 1—2 各项几何参数公差的标注示例

* 良顿著：《机器制造互换性原理》 机械工业出版社1956。

系统误差可用测量方法事先确定而设法消除。随机误差则不能预先确定予以消除，这正是加工误差不可避免的基本因素，也就是必须规定公差的根本原因。

随机误差的性质及出现的规律性可用概率理论和数理统计方法找出。

由于随机误差的存在，一批零件的同一几何参数出现大小不一致的情况，也就是说数值分散，将这些分散的数值画成统计图，可以看出随机误差的分布特性，定出数值分散的范围。例如在自动机上加工一批 $\phi 12\text{mm}$ 的轴，取200件（统计学称它为样本），测出每件的实际尺寸（概率论称它为随机变量），按尺寸分组计算件数，如表1—1所列。

表1—1 一批零件的实际尺寸分组统计计算表

组号 i	尺寸分组区间 (mm)	区间中心值 (mm)		件数 n_i	频率 $f_i = \frac{n_i}{n}$	频率密度 $f_i / \Delta x$	运算值		
		尺寸 x_i	误差 $x_i - \bar{x}$				$n_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$n_i (x_i - \bar{x})^2$
1	12.00~12.02	12.01	+ 0.01	0	0	0	0	- 0.103	0
2	12.02~12.04	12.03	+ 0.03	2	0.01	0.50	+ 0.06	- 0.083	0.014
3	12.04~12.06	12.05	+ 0.05	7	0.035	1.75	+ 0.35	- 0.063	0.028
4	12.06~12.08	12.07	+ 0.07	18	0.09	4.5	+ 1.26	- 0.043	0.033
5	12.08~12.10	12.09	+ 0.09	40	0.20	10	+ 3.60	- 0.023	0.021
6	12.10~12.12	12.11	+ 0.11	52	0.26	13	+ 5.72	- 0.003	0
7	12.12~12.14	12.13	+ 0.13	45	0.225	11.25	+ 5.85	+ 0.017	0.013
8	12.14~12.16	12.15	+ 0.15	20	0.10	5	+ 3.00	+ 0.037	0.027
9	12.16~12.18	12.17	+ 0.17	12	0.06	3	+ 2.04	+ 0.057	0.039
10	12.18~12.20	12.19	+ 0.19	4	0.02	1	+ 0.76	+ 0.077	0.024
11	12.20~12.22	12.21	+ 0.21	0	0	0	0	+ 0.097	0
区间宽度 $\Delta x = 0.02$		合计 \sum		$n = 200$	1	50	+ 22.64	0.199	

$$\text{误差的算术平均值 } \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{+ 22.64}{200} = + 0.1132 \approx + 0.113\text{mm};$$

$$\text{尺寸的算术平均值 } \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = X + \bar{z} = 12 + 0.113 = 12.113\text{mm};$$

$$\text{标准偏差 } S = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.199}{200-1}} = 0.0316 \approx 0.032\text{mm};$$

$$\text{加工误差的分散范围 } \delta = 6S = 6 \times 0.0316 = 0.1896 \approx 0.190\text{mm}$$

用表中的数据画成统计图，如图1—3所示。图中矩形面积表示每组内件数 n_i 对总件数 n 的百分比，称为频率 f_i ，当做大量实验时，频率的稳定值称为概率 p_i 。

$$p_i \approx f_i = \frac{n_i}{n}$$

$$\text{设 } m \text{ 为分组数, } \sum_{i=1}^m n_i = n$$

$$\sum_{i=1}^m p_i = \sum_{i=1}^m f_i = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} = 1 \quad (1-2)$$

因此，频率或概率的总和为1。

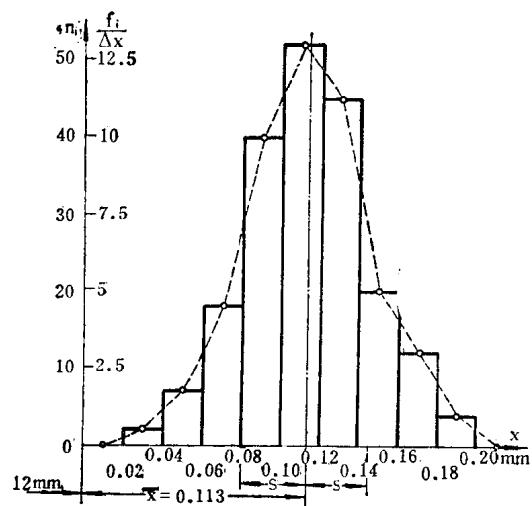


图 1—3 频率直方图

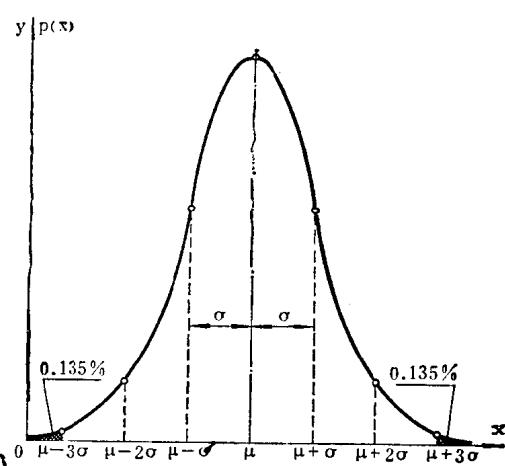


图 1—4 正态分布

图中横坐标表示尺寸误差，在横坐标轴上截取的区间宽度 Δx 作为矩形的底，则纵坐标表示的矩形高度为 $f_i/\Delta x$ ，叫做频率密度。将各矩形顶部中点连成折线（图1—3中虚线），叫做实际分布。

当样本的件数愈多，分段愈细时，折线将趋向光滑曲线。经过大量实验，总结出具有特定形状的连续分布曲线，叫做理论分布。

在正常条件下的大量生产，其分布曲线接近一种理论分布——正态分布。正态分布的分布曲线，见图1—4，象个钟形。图中 x 坐标表示误差， y 坐标表示 p_i/dx ，叫做概率密度。它是 x 的函数，又可写成 $p(x)$ 。

由式(1—2)可知，所有误差出现的概率之和 P 也应等于1，即

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = 1 \quad (1-3)$$

从正态分布曲线来看，随机误差具有以下几个特性：

(1) 直线 $x=\mu$ 是分布中心，此时 y 值最大，看作随机误差为零。 $x>\mu$ 时，随机误差为正； $x<\mu$ 时，随机误差为负。 μ 是正态分布的均值。

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xy dx \quad (1-4)$$

(2) 分布曲线对直线 $x=\mu$ 对称，所以，随机误差的符号相反而绝对值相等时出现的概率相同。

(3) 随机误差的绝对值越大，出现的概率越小， x 趋向无穷大， y 趋向于零。

(4) $x=\mu \pm \sigma$ 处，曲线出现拐点。当 σ 小时，曲线陡峭，尺寸集中；当 σ 大时，曲线平缓，尺寸分散。 σ 是正态分布的标准偏差，用随机误差的平方和再开平方求得。

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} y(x - \mu)^2 dx} \quad (1-5)$$

μ 和 σ 是正态分布的两个特征参数。 μ 说明分布中心所在的位置， σ 说明分布的分散状态。

根据上述特性导出的理论方程是

$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (\sigma > 0) \quad (1-6)$$

式中： e 是自然对数的底， $e = 2.71828$ 。

$$\text{当 } x - \mu = 0 \text{ 时, } y_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \approx \frac{0.40}{\sigma}; \quad (1-7)$$

$$\text{当 } x - \mu = \pm \sigma \text{ 时, } y \approx \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{0.24}{\sigma} \quad (1-8)$$

当随机误差服从正态分布时，一批零件的尺寸在区间 (a, b) 出现的概率是

$$P(a < x < b) = \int_a^b \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-9)$$

当 $a = \mu - \sigma$ 和 $b = \mu + \sigma$ 时， $P(|x - \mu| < \sigma) = 0.6826$

当 $a = \mu - 2\sigma$ 和 $b = \mu + 2\sigma$ 时， $P(|x - \mu| < 2\sigma) = 0.9544$

当 $a = \mu - 3\sigma$ 和 $b = \mu + 3\sigma$ 时， $P(|x - \mu| < 3\sigma) = 0.9973$

随机误差 $(x - \mu)$ 超出 $\pm 3\sigma$ 界限时，出现的概率只有 0.27%，而实际生产证明，随机误差造成的尺寸分散很少，超出 $\mu \pm 3\sigma$ 的界限。因此生产上多以 6σ 作为随机误差的分散范围 δ 来表示加工误差的大小，合格率可达 99.73%。不同的加工方法有不同大小的误差范围。

生产上还有另外一种看法，即取 4σ 作为加工误差的大小，认为此时超出 $\mu \pm 2\sigma$ 范围的概率只不过 4.56%，而合格率约达 95%。

理论分布只是用来说明随机误差的分布特征，实际上正态分布的特征参数 μ 和 σ 是不知道的，通常是从生产中提取一批零件作样本，用各尺寸误差 x_i 的算术平均值 \bar{x} 和标准偏差 S ，分别作为 μ 和 σ 的估计值，并用它们作正态分布图。此时，

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (1-10)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m) \quad (1-11)$$

上二式中： n 是样本的零件总数； n_i 是某组内的零件数。 m 是 x_i 的分组数。

加工误差 δ 取做 $6S$ 时，各个尺寸误差 x_i 落在 $\mu \pm 3S$ 范围里的概率是 99.73%。

1.2.3 加工误差与公差的关系

设计时，根据零件使用要求规定公差；加工时，根据公差选择加工方法。要保证零件符合使用要求，必须使加工误差的分散范围落在公差范围以内。如图1—5a所示，有三种不同的加工方法加工同一种零件，得到不同的正态分布曲线， $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ 。

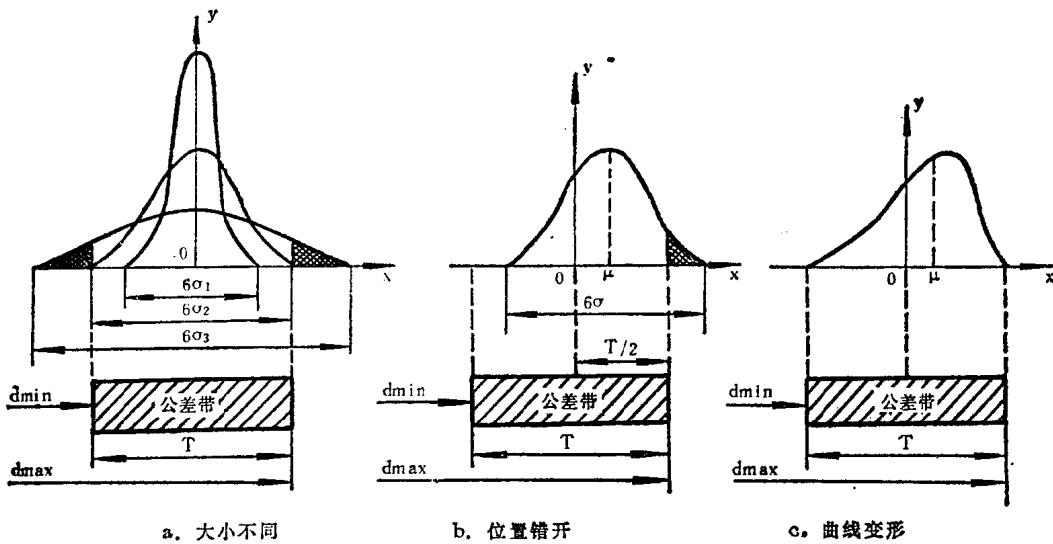


图 1—5 加工误差与公差的关系

第一种加工方法的随机误差分散范围小于公差，即 $6\sigma_1 < T$ ，说明产品质量高，但未充分利用公差，不经济。

第二种加工方法的 $6\sigma_2 = T$ ，理论上99.73%的零件合格，实际上不大会出现废品，所选的加工方法合适。

第三种加工方法的 $6\sigma_3 > T$ ，则会出现过大或过小的废品。图中网状线的面积表示废品的概率，可按下式计算：

$$P = 1 - 2 \int_{-\infty}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{\sigma_3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_3^2}} dx \quad (1-12)$$

事实上，加工过程中存在的各种系统误差，不能完全消除，它会改变分布曲线的位置和形状。如图1—5b，由于机床调整误差使分布曲线相对公差带移位，导致部分曲线超出公差带，造成废品。废品的概率是

$$P = 0.5 - \int_{-\infty}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1-13)$$

如图1—5c，是由于在车床上加工轴时，工人怕出现不可修的废品，制出一批零件虽然合格，但多数零件的尺寸偏向最大极限，使分布曲线变形。

1.3 公差与标准化

发展互换性生产，必须实行标准化，也就是将产品、零部件、原材料、刀具、工具、夹具、量规和机床的类型、规格、质量指标、检测方法等统一和简化，制订相互协调的标准，并按照统一的术语、符号、计量单位，将它们的几何和性能参数及其公差数值标注在图样上，在生产过程中贯彻，以取得最好的经济效果。这样，有利于推行互换性，扩大互换的范围。

标准化是将具有重复性特征的物质和信息（如程序、方法、图形、符号）制定标准，以便多次应用。其内容很广泛，就机械产品来说，主要是在：型式质量标准化、品种规格系列化和零部件通用化三方面制订技术标准。

标准化是研究社会化生产过程中技术协调的规律和方法，是组织现代化大工业生产的重要手段，是科学管理的重要基础，是实现四个现代化的客观需要。它涉及到工农业生产、国防、科技等国民经济的各个领域。国家标准代号是GB。机械工业部的标准代号是JB。部属专业标准代号如：量具是GL，仪器仪表是Y，计量检定规程是JJG。企业标准代号是Q。

为了促进国际间工业标准的协调和统一，世界各国成立了国际标准化组织（简称ISO）和国际电工委员会（简称IEC），负责制订机电产品的国际标准。我国于1979年参加这两个组织，并参照或采用国际标准来修订或拟定我国的各项标准。

与零部件互换性有关的标准：一是零件的形状和尺寸标注，二是各种结合的公差与配合标准，三是几何参数的检验测量标准。这些是实现机械产品互换性的基础标准。

因为要将几何参数公差作为零件的技术要求标注在图样上，为了统一认识，相互理解，将各项公差的术语、定义、代号、概念和原理，误差的检验，测量和评定，公差数值的分级，以及在图样上的标注方法，都规定在技术标准中。以后我们将介绍各有关标准的基本内容，这里先谈谈与公差数值标准化有关的两个内容。

1.3.1 优先数和优先数系

在制订技术标准时，将涉及到很多技术参数。为了满足使用上对产品的多种需要，又简化生产，需将参数的量值合理分级（即大小分档）。因为产品参数的量值之间存在联系，必须协调，如果随意取值，会给生产、协作、配套、供应、管理、使用、维修各方面带来困难和浪费，例如运输需要不同载重量的卡车，由载重量确定了发动机的功率和转速，决定了机器的大小和零部件的尺寸，并影响到生产过程所用的工艺装备，以及原材料的有关参数，将卡车载重量分为2.5、4、6.3、10吨几个级别，就可经济合理地组织生产。

优先数和优先数系是一种科学的，国际上统一的数值制度，是一种无量纲的分级数

系，适用于各种量值的分级。国家标准“优先数和优先数系”GB321—80特别指明：在确定产品的参数或参数系列时，必须最大限度地采用。以下讲讲优先数和优先数系的主要内容。

优先数系是十进等比数列，理论公比为 $q_r = \sqrt[10]{10}$ ，项值中含有10的整数幂， r 是每个十进分段（1~10, 10~100, … 或 1~0.1, 0.1~0.01, …）内项值的分级数，因此数列形式是：

$$\dots, q_r^{-r-1}, q_r^{-r}, q_r^{-r+1}, \dots, q_r^{-1}, q_r^0, q_r^1, \dots, q_r^{r-1}, q_r^r, q_r^{r+1}, \dots$$

即 $\dots, q_r^{-r-1}, 0.1, q_r^{-r+1}, \dots, q_r^{-1}, 1, q_r^1, \dots, q_r^{r-1}, 10, q_r^{r+1}, \dots$

十进分段内各对应项值之比均为10的整数幂，如：每个十进段内第二项的项值之比为

$$q_r^{-r+1} : q_r^{-r} : q_r^{-r+1} = q_r^{-r} : q_r^0 : q_r^r = (\sqrt[10]{10})^{-r} : (\sqrt[10]{10})^0 : (\sqrt[10]{10})^r = 0.1 : 1 : 10$$

因此，数列中的项值可按十进法向两端无限延伸。

优先数系的系列符号为 R_r^* ， r 取作5、10、20、40和80。 R_5 、 R_{10} 、 R_{20} 和 R_{40} 四个常用数列称为基本系列（见附录表1—1）。 R_{80} 作为补充系列（见附录表1—2），仅用于分级很细的特殊场合。各系列的公比是

$$R_5: q_5 = \sqrt[5]{10} \approx 1.5849 \approx 1.60;$$

$$R_{10}: q_{10} = \sqrt[10]{10} \approx 1.2589 \approx 1.25;$$

$$R_{20}: q_{20} = \sqrt[20]{10} \approx 1.1220 \approx 1.12;$$

$$R_{40}: q_{40} = \sqrt[40]{10} \approx 1.0593 \approx 1.06;$$

$$R_{80}: q_{80} = \sqrt[80]{10} \approx 1.02936 \approx 1.03$$

R_5 中的项值包含在 R_{10} 中， R_{10} 中的项值包含在 R_{20} 中。 R_{20} 中的项值包含在 R_{40} 中， R_{40} 中的项值包含在 R_{80} 中。

优先数系中的任一个项值均为优先数，优先数的理论值，除10的整数幂外，都是无理数。实际应用的都是经过圆整后的近似值，根据取值的精确度，规定三种：

(1) 计算值：取五位有效数字，它对理论值的相对误差小于 $1/20000$ ，供精确计算用。

(2) 常用值：即通常所称的优先数，取三位有效数字，它对计算值的相对误差，最大的达 $+1.26\%$ 和 -1.01% 。

将 R_{40} 的优先数按排列次序编成序号 N ，见附录表1—1。因优先数系是等比数列，而优先数的对数（或序号）则是等差数列，故可将优先数的运算转换为它的序号运算，

* 1979年法国人勒纳尔（Charles Renard）将气球的绳索尺寸按等比数列分级，把425种规格简化成17种。为了纪念他，称优先数系为 R_r 系列。