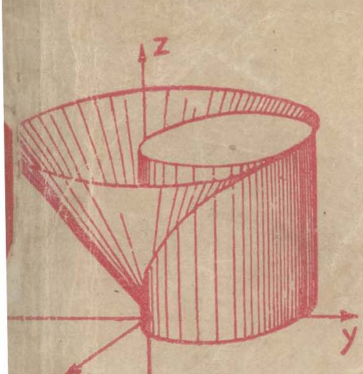
高等数学习题集解答

（根据同济大学数学教研室一九六五年修订本）

数学分析部分

（一）



武汉建材学院基础部
武汉师范学院数学系 合编

目　录

第二编　数学分析

第二编 数学分析

第十章 函 数

绝对值的运算

解不等式：

10.1. $|x|<5$.

解：$-5<x<5$.

10.2. $|x-3|<4$.

解：$-4<x-3<4$，即$-1<x<7$.

10.3. $x^2<9$.

解：$|x|=\sqrt{x^2}<3$． 即$-3<x<3$．

10.4． $0<(x-2)^2\leqslant 4$．

解：$|x-2|=\sqrt{(x-2)^2}\leqslant\sqrt{4}=2$．

即 $-2\leqslant x-2\leqslant 2$． $0\leqslant x\leqslant 4$．

但$\because (x-2)^2>0$，$\therefore |x-2|>0$，即$x>2$或$x<2$，

$x\neq 2$ $\therefore$ $0\leqslant x<2$，$2<x\leqslant 4$.

10.5. $|x|>x$.

解：假定$x>0$，则$x>x$，不可能，假定$x<0$则$-x>x$，

即$2x<0$，$x<0$. $\therefore$解为$x<0$.

10.6． $\left|\dfrac{x}{1+x}\right|>\dfrac{x}{1+x}$.

解： $\because \dfrac{x}{1+x}>\dfrac{x}{1+x}$或$\dfrac{x}{1+x}<-\dfrac{x}{1+x}$. 第一种

情况是不可能的，故在第二种情况下即是：

$$2\frac{x}{1+x}<0.\ \text{即}\frac{x}{1+x}<0.\ \text{因此，或}\begin{cases}x<0\\1+x>0\end{cases}$$

$$\text{或}\begin{cases}x>0\\1+x<0\end{cases}\quad\text{即}\begin{cases}x<0\\x>-1\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x>0\\x<-1\end{cases}$$

∵ 第二个不等式组无解， ∴ 原不等式之解为：

$-1<x<0.$

10.7. $|x^2-3x+2|>x^2-3x+2.$

解：∵$x^2-3x+2>x^2-3x+2$或$x^2-3x+2<-x^2+3x-2$，即$0>0$，或$x^2-3x+2<0$显然只可能第二种情况成立，而它又可化成：

$$(x-1)(x-2)<0\qquad\therefore\text{又有}\begin{cases}x-1<0\\x-2>0\end{cases}$$

$$\text{或}\begin{cases}x-1>0\\x-2<0\end{cases}\quad\text{即}\begin{cases}x<1\\x>2\end{cases}\quad\text{或}\begin{cases}x>1\\x<2\end{cases}$$

因为第一个不等式组无解，故原不等式之解为：

$1<x<2.$

求下列方程的实根：

10.8. $|x|=x+1.$

解：$x+1=|x|\geqslant0$ ∴$x\geqslant-1$ 当$x\geqslant0$时，则得$x=x+1$，矛盾，故$-1\leqslant x<0$ ∴$|x|=-x$ 即$-x=x+1$

$$2x=-1\qquad\therefore x=-\frac{1}{2}.$$

10.9. $|x|=-x.$

解：∵$-x=|x|\geqslant0$，$x\leqslant0$ 故$|x|=-x$即得$-x=-x$，恒等，故凡满足不等式$x\leqslant0$的x均为它的解.

10.10. $|\sin x|=\sin x+2.$

解：$\because \sin x+2=|\sin x|$，而$0\leqslant|\sin x|\leqslant 1$，

即$0\leqslant\sin x+2\leqslant 1$ $\therefore -2\leqslant\sin x\leqslant -1$又仅$\sin x=$

$=-1$成立，故$x=2k\pi-\dfrac{\pi}{2}(k=0，\pm 1，\pm 2，\cdots)$

10.11. $|2x+3|=x^2$.

解：假定$2x+3<0$，则方程为$-(2x+3)=x^2$ 或$x^2+2x+3=0$ $\because b^2-4ac=4-12<0$ $\therefore$无实根.

②若$2x+3=0$ 又$2x+3=x^2$，$\therefore$无解.

③假定$2x+3>0$，则方程为$2x+3=x^2$ 或 $x^2-2x-3=0$，即$(x-3)(x+1)=0$ 即有$x_1=-1$，$x_2=3$，

但因$2x+3>0$，即$x>-\dfrac{3}{2}$，故这两根都在此范围内，即原方程之根为. $x=-1$ $x=3$.

函数值的求法

10.12. 若 $f(x)=\dfrac{|x-2|}{x+1}$，求$f(2)$，$f(-2)$，$f(0)$，$f(a)$，$f(a+b)$.

解：$f(2)=\dfrac{|2-2|}{2+1}=0$ $f(-2)=\dfrac{|-2-2|}{-2+1}=-4$

$f(0)=\dfrac{|-2|}{0+1}=2$，$f(a)=\dfrac{|a-2|}{a+1}$

$f(a+b)=\dfrac{|a+b-2|}{a+b+1}$.

10.13. 若$\varphi(x)=2^{x-2}$ 求$\varphi(2)$，$\varphi(-2)$，$\varphi(0)$，$\varphi\left(\dfrac{5}{2}\right)$.

解：$\varphi(2)=2^{2-2}=2^0=1$；

$$\cdots 2) = 2^{-2-2} = 2^{-4} = \frac{1}{16};$$

$$\varphi(0) = 2^{0-2} = \frac{1}{4};$$

$$\varphi\left(\frac{5}{2}\right) = 2^{\frac{5}{2}-2} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$$

10.14. 若$\varphi(t)=t^3+1$，求$\varphi(t^2)$，$[\varphi(t)]^2$.

解：$\varphi(t^2)=(t^2)^3+1=t^6+1$；$[\varphi(t)]^2=(t^3+1)^2$

$=t^6+2t^3+1$.

10.15. 若$f(x)=x^2-3x+7$，求$f(x+\Delta x)$，$f(x+\Delta x)-f(x)$.

解：$f(x+\Delta x)=(x+\Delta x)^2-3(x+\Delta x)+7$

$=x^2-3x+7+2x\Delta x+(\Delta x)^2-3\Delta x$

$=(x^2-3x+7)+(2x-3)\Delta x+(\Delta x)^2$

$f(x+\Delta x)-f(x)=2x\Delta x-3\Delta x+(\Delta x)^2$.

10.16. 若$f(x)=\dfrac{1}{x}$，求$f(x+\Delta x)-f(x)$.

解：$$f(x+\Delta x)-f(x=\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}=\frac{x-(x+\Delta x)}{x\cdot(x+\Delta x)}$$

$$=\frac{-\Delta x}{x(x+\Delta x)}.$$

10.17. 若$\psi(x)=\ln x$，证明$\psi(x)+\psi(x+1)=\psi[x(x+1)]$.

证：$\psi(x)+\psi(x+1)=\ln x+\ln(x+1)=\ln[x(x+1)]=$

$=\psi[x(x+1)]$.

10.18. 若$F(z)=a^z$，证明(a) $F(-z)\cdot F(z)-1=0$，(b) $F(x)\cdot F(y)=F(x+y)$.

证：(a)$F(-z)\cdot F(z)-1=a^{-z}\cdot a^z-1=a^{-z+z}-1=a^0-1$

$=1-1=0$,

(b) $F(x)\cdot F(y)=a^x\cdot a^y=a^{x+y}=F(x+y)$.

10.19. 若$\varphi(x)=\ln\dfrac{1-x}{1+x}$，证明 $\varphi(y)+\varphi(z)=\varphi\left(\dfrac{y+z}{1+yz}\right)$.

证： $$\phi\left(\frac{y+z}{1+yz}\right)=\ln\frac{1-\dfrac{y+z}{1+yz}}{1+\dfrac{y+z}{1+yz}}=\ln\frac{(1+yz)-(y+z)}{(1+yz)+(y+z)}$$

$$=\ln\frac{(1-y)-z(1-y)}{(1+y)+z(1+y)}=\ln\left(\frac{1-y}{1+y}\cdot\frac{1-z}{1+z}\right)$$

$$=\ln\frac{1-y}{1+y}+\ln\frac{1-z}{1+z}=\varphi(y)+\varphi(z).$$

10.20. 若 $\varphi(\theta)=\mathrm{tg}\theta$，证明 $\varphi(a+b)=\dfrac{\varphi(a)+\varphi(b)}{1-\varphi(a)\cdot\varphi(b)}$.

证： $$\varphi(a+b)=\mathrm{tg}(a+b)$$

$$=\frac{\mathrm{tg}a+\mathrm{tg}b}{1-\mathrm{tg}a\cdot\mathrm{tg}b}=\frac{\varphi(a)+\varphi(b)}{1-\varphi(a)\cdot\varphi(b)}.$$

10.21. 若 $f(t)=2t^2+\dfrac{2}{t^2}+\dfrac{5}{t}+5t$，

证明 $f(t)=f\left(\dfrac{1}{t}\right)$.

证： $$f\left(\frac{1}{t}\right)=2\cdot\frac{1}{t^2}+2t^2+5t+5\cdot\frac{1}{t}$$

$$=2t^2+\frac{2}{t^2}+\frac{5}{t}+5t=f(t).$$

10.22. 若 $f(x)=x^5-x^3+2x$，证明 $f(-2)=-f(2)$，$f(-x)=-f(x)$.

证：$\because f(-2)=(-2)^5-(-2)^3+2(-2)=-2^5+2^3-$

$-2\cdot 2=-[2^5-2^3+2\cdot 2]=-f(2)$

$$f(-x)=(-x)^5-(-x)^3+2(-x)=$$
$$=-x^5+x^3-2x=-[x^5-x^3+2x]$$
$$=-f(x).$$

10.23. 若$F(x)=x^2+\cos x$,证明：$F(x)=F(-x)$.

证：$F(-x)=(-x)^2+\cos(-x)=x^2+\cos x=F(x)$.

10.24. 若$\varphi(z)=\sin z-5z^3$,证明$\varphi(-z)=-\varphi(z)$.

证：$\varphi(-z)=\sin(-z)-5(-z)^3=-\sin z+5z^3$

$$=-[\sin z-5z^3]=-\varphi(z).$$

10.25. 若 $\psi(x)=2\sin x-3\cos x$，证明$\psi(x+2n\pi)=\psi(x)$，(其中n为整数).

证：$\psi(x+2n\pi)=2\sin(x+2n\pi)-3\cos(x+2n\pi)$

$$=2\sin x-3\cos x=\psi(x).$$

10.26. 若$f(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x<1\\ \frac{1}{2}, & x=1\\ 1, & 1<x\leqslant 2.\end{cases}$

求$f(0)$，$f\left(\frac{1}{2}\right)$，$f(1)$，$f\left(\frac{5}{4}\right)$，$f(2)$.

解：$f(0)=0$；　$f\left(\frac{1}{2}\right)=0$；　$f(1)=\frac{1}{2}$；

$f\left(\frac{5}{4}\right)=1$；　$f(2)=1$.

10.27. 设$\varphi(x)=\begin{cases}2^x, & -1<x<0\\ 2, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$

求　$\varphi(3)$，$\varphi(2)$，$\varphi(0)$，$\varphi(0.5)$，$\varphi(-0.5)$

解：$\varphi(3)=3-1=2$；　$\varphi(2)=2-1=1$；

$\varphi(0)=2$； $\varphi(0.5)=2$；

$\varphi(-0.5)=2^{-0.5}=2^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

10.28. 设$\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|\leq 1,\\ 0, & |x|\geqslant 1,\end{cases}$

求$\varphi(1)$，$\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)$，$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right)$，$\varphi(-2)$.

解：$\varphi(1)=0$; $\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{4}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right|=\left|-\sin\frac{\pi}{4}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\varphi(-2)=0$.

函数的定义域

在题10.29—10.58中指出函数的定义域：

10.29. $y=\frac{2x}{x^2-3x+2}$.

解：∵分母不可为0，而它为0时，即$x^2-3x+2=0$，

$(x-2)(x-1)=0$，$\therefore x=1$，$x=2$.

因此定义域为$(-\infty, 1)$，$(1, 2)$，$(2, +\infty)$.

10.30. $y=\frac{1}{x^2+1}$.

解：∵ $x^2+1>0$. 故定义域为$(-\infty, +\infty)$

10.31. $y=\sqrt{3x+4}$.

解：∵ $3x+4\geqslant 0$，$\therefore x\geqslant -\frac{4}{3}$. 故定义域为

$\left[-\frac{4}{3}, +\infty\right)$.

$10.32.\ y=\sqrt{x^2-1}.$

解：$\because$ 要 $x^2-1\geqslant 0$，$\therefore x^2\geqslant 1$，即 $-\infty<x\leqslant -1$ 或 $1\leqslant x<+\infty$，故定义域为 $(-\infty,\ -1]$，$[1,\ +\infty)$.

$10.33.\ y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}.$

解：要使此二项均有意义，需 $x\neq 0$ 且 $1-x^2\geqslant 0$，$\therefore x^2\leqslant 1$，故 $x\neq 0$ 且 $-1\leqslant x\leqslant 1$，即定义域为 $[-1,0)$，$(0,+1]$.

$10.34.\ y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}.$

解：$\because \dfrac{1+x}{1-x}\geqslant 0$ $\quad\begin{cases}1-x>0\\1+x\geqslant 0\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}x<1\\x\geqslant -1\end{cases}$

$\therefore -1\leqslant x<1.$ $\quad\begin{cases}1-x<0\\1+x\leqslant 0\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}x>1\\x\leqslant -1\end{cases}$ 无解

$\therefore$ 定义域为 $[-1,\ 1)$.

$10.35.\ y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}.$

解：$\because 1-x^2\neq 0$，且 $x+2\geqslant 0$，即是 $x^2\neq 1$，$x\geqslant -2$.

故定义域为 $[-2,\ -1)$，$(-1,\ 1)$，$(1,\ \infty)$.

$10.36.\ y=\sqrt{x}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{x-2}}.$

解：$\because x\geqslant 0$，$x-2\neq 0$ 故定义域为 $[0,2)$，$(2,+\infty)$.

$10.37.\ y=\sqrt{x^2-4x+3}.$

解：$\because$ $x^2-4x+3\geqslant 0$，即 $(x-1)(x-3)\geqslant 0$，故或 $x-1\geqslant 0$，$x-3\geqslant 0$，即 $x\geqslant 3$，或 $x-1\leqslant 0$，$x-3\leqslant 0$，即 $x\leqslant 1$.

定义域为 $(-\infty,\ 1]$，$[3,\ +\infty)$.

$10.38.\quad y=\dfrac{1}{\lg(1-x)}.$

解：$\because$ $1-x>0$，且 $\lg(1-x)\neq0$，即 $|-x\neq1|$

$\therefore x<1$ 且 $x\neq0$。故定义域为 $(-\infty,0)$，$(0,1)$.

10.39. $y=\lg\dfrac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$.

解：$\because$ $1-x\neq0$，$\dfrac{1}{1-x}>0$，且 $x+2\geqslant0$.

$\therefore$ 即 $x\neq1$，$1-x>0$ 即 $x<1$ 且 $x\geqslant-2$，故定义域为 $[-2,1)$.

10.40. $y=\dfrac{1}{2}\lg\dfrac{1+x}{1-x}$.

$\because \dfrac{1+x}{1-x}>0$ 且 $1-x\neq0$ 即

i) $x\neq\pm1$，ii) $1+x>0$，$1-x>0$

或 $1+x<0$，$1-x<0$.

即 i) $x\neq\pm1$ ii) $-1<x<1$ 故定义域为 $(-1,1)$.

10.41. $y=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x-2}}-\log_a(2x-3)$ $(a>1)$.

解：$\because$ i) $x-2\neq0$ 且 ii) $2x-3>0$ $\therefore$ i) $x\neq2$

ii) $x>\dfrac{3}{2}$ 故定义域为 $\left(\dfrac{3}{2},2\right)$，$(2,+\infty)$

10.42. $y=\lg(\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x})$.

解：$\because$ i) $x-4\geqslant0$. ii) $6-x\geqslant0$ iii) $\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x}>0$

即 i) $x\geqslant4$，ii) $x\leqslant6$ 故即义域 $[4,6]$.

10.43. $y=\sqrt{\lg\left(\dfrac{5x-x^2}{4}\right)}$

解：$\because$ i) $\dfrac{5x-x^2}{4}>0$，ii) $\lg\left(\dfrac{5x-x^2}{4}\right)\geqslant0$.

即i) $5x-x^2>0$， ii) $\frac{5x-x^2}{4}\geqslant 1$ ∴

i) $0<x<5$，ii) $5x-x^2\geqslant 4$，即 $x^2-5x+4\leqslant 0$，

即i) $0<x<5$，ii) $(x-4)(x+1)\leqslant 0$，∴ i) $0\leqslant x\leqslant 5$，

ii) $1\leqslant x\leqslant 4$，从而定义域为 $[1, 4]$.

10.44. $y=\log_2(\log_2 x)$.

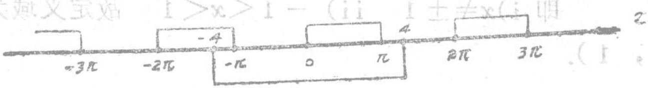
解：首先 $\log_2 x$ 需有意义 ∴ $x>0$，其次 $\log_2(\log x)$ 有意义，故 $\log_2 x>0$，∴ $x>1$，故综上述要求，定义域为 $(1, +\infty)$.

10.45. $y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{16-x^2}$.

解：首先 $\sin x\geqslant 0$，∴ $2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi$，$(n=0, \pm 1\cdots)$

又因 $16-x^2\geqslant 0$，∴ $x^2\leqslant 16$，即 $-4\leqslant x\leqslant 4$.

故定义域为 $[-4, -\pi]$，$[0, \pi]$.



10.46. $y=\frac{1}{\sin x-\cos x}$.

解：∵ $\sin x-\cos x\neq 0$. 即 $\sin x\neq\cos x$，

或 $\operatorname{tg} x\neq 1$，即 $x\neq n\pi+\frac{\pi}{4}$ $(n=0, \pm 1, \cdots\cdots)$

故定义域为 $\left(n\pi+\frac{\pi}{4}, (n+1)\pi+\frac{\pi}{4}\right)$

$(n=0, \pm 1, \pm 2\cdots\cdots)$.

10.47. $y=\operatorname{tg}(x+1)$.

解：∵ $x+1\neq n\pi+\frac{\pi}{2}$，∴ $x\neq n\pi+\frac{\pi}{2}-1$.

$n=0，\pm 1……，$

$\therefore$定义域为$\left((n-1)\pi+\dfrac{\pi}{2}-1，n\pi+\dfrac{\pi}{2}-1\right)$

$(n=0，\pm 1，\pm 2\cdots)$.

10.48. $y=\operatorname{ctg}\sqrt{x}$.

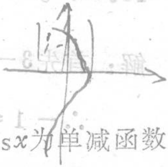
解：$\because \sqrt{x}\neq n\pi(n=0,\pm 1\cdots)$又$x>0$，$\therefore x\neq n^2\pi^2(n=0,$ $\pm 1，\cdots)$及$x>0$，$\therefore$定义域为$\left(n^2\pi^2，(n+1)^2\pi^2\right)$ $(n=0，1，2，\cdots)$.

10.49. $y=\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

解：首先$\cos x>0$.　即$2n\pi-\dfrac{\pi}{2}<x<2n\pi+\dfrac{\pi}{2}$，

$(n=0，\pm 1，\pm 2\cdots)$. 定义域为$\left(2n\pi-\dfrac{\pi}{2}，\right.$

$\left.2n\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)(n=0，\pm 1\cdots)$.



10.50. $y=\arccos\sqrt{2x}$.

解：首先$2x\geqslant 0$，$\therefore x\geqslant 0$，(注意到$\arccos x$为单减函数)

其次$0\leqslant\arccos\sqrt{2x}\leqslant\pi$即$1\geqslant\sqrt{2x}\geqslant -1$.

$\therefore 2x\leqslant 1，0\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$. 故定义域为$\left[0，\dfrac{1}{2}\right]$.

10.51. $y=\arcsin\dfrac{x-3}{2}$.

解：$\therefore\quad -\dfrac{\pi}{2}\leqslant\arcsin\dfrac{x-3}{2}\leqslant\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore -1\leqslant\dfrac{x-3}{2}\leqslant 1$　即$-2\leqslant x-3\leqslant 2$

$\therefore 1\leqslant x\leqslant 5$.　故定义域为$[1，5]$.

10.52. $y=\arcsin(2+3^x)$.

解：∵ $-\frac{\pi}{2}\leqslant\arcsin(2+3^x)\leqslant\frac{\pi}{2}$ ∴ $-1\leqslant 2+3^x\leqslant 1$.

∴ $-3\leqslant 3^x\leqslant -1$，故无意义，这个函数是无定义域的，即无意义.

10.53. $y=\lg\sin x$.

解：∵ $\sin x>0$，即 $2k\pi<x<(2k+1)\pi$，其中 $(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$ ∴定义域为 $\left(2k\pi,(2k+1)\pi\right)$ $(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

10.54. $y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$.

解：首先 $x^2+1\geqslant 0$ 这显然是对的，又∵ $x+\sqrt{x^2+1}>0$.

即 $\sqrt{x^2+1}>-x$ ∴ $x^2+1>x^2$，这也显然对的，

∴定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$.

10.55. $y=\sqrt{3-x}+\arccos\frac{x-2}{3}$.

解：首先 $3-x\geqslant 0$，∴ $x\leqslant 3$，又因 $0\leqslant\arccos\frac{x-2}{3}\leqslant\pi$

∴ $-1\leqslant x\leqslant 5$. ∴定义域为 $[-1,\ 3]$.

10.56. $f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1.\\ -1, & x>1.\end{cases}$

解：定义域为 $(0,\ 1)$，$(1,\ +\infty)$.

10.57. $y=\begin{cases}x^2+1, & -1<x<2,\\ x^3-3, & 2<x\leqslant 4.\end{cases}$

解：定义域为 $(-1,\ 2)$，$(2.\ 4]$.

10.58. $\varphi(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-1}, & x<0,\\ x, & 0<x<1,\\ 2, & 1\leqslant x\leqslant 2.\end{cases}$

解：定义域为$(-\infty, 0)$，$(0, 2]$.

10.59. 设$y=f(x)$的定义域是$[0, 1]$，问(a) $f(x^2)$，(b) $f(\sin x)$， (c) $f(x+a)(a>0)$，(d) $f(x+a)+f(x-a)$，$(a>0)$的定义域是什么？

解：(a) $\because 0\leqslant x^2\leqslant 1$，$\therefore -1\leqslant x\leqslant 1$，即$f(x^2)$定义域是$[-1, 1]$；

(b) $\because 0\leqslant \sin x\leqslant 1$，$\therefore 2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi$，(其中$n=0$，$\pm1$，$\pm2\cdots$) $\therefore f(\sin x)$定义域为$[2n\pi, (2n+1)\pi]$，$(n=0, \pm1, \pm2\cdots)$；

(c) $\because 0\leqslant x+a\leqslant 1$，$\therefore -a\leqslant x\leqslant 1-a$，故$f(x+a)(a>0)$定义域是$[-a, 1-a]$；

(d) $\because 0\leqslant x+a\leqslant 1$，又$0\leqslant x-a\leqslant 1$，即$-a\leqslant x\leqslant 1-a$ 又$a\leqslant x\leqslant 1+a$，若$0<a\leqslant\frac{1}{2}$则$a\leqslant x\leqslant 1-a$，即$f(x+a)+f(x-a)$定义域是$[a, 1-a]$；若$a>\frac{1}{2}$定义域不存在.

10.60. 已知从高为h处落下的重物所经过的路程是由公式$S=\frac{1}{2}gt^2$来确定.问(a)此函数的定义域为何？(b)解析式$S=\frac{1}{2}gt^2$定义域又为何？

解：(a)函数中显然是有$t\geqslant 0$，但一旦落至地面，此公式就不成立了，而此时刻$T=\sqrt{\frac{2h}{g}}$，故$t\leqslant T$，因此函数的定义域是$\left[0, \sqrt{\frac{2h}{6}}\right]$，(b)解析式的定域是$(-\infty; +\infty)$.

在题10.61—10.64中$f(x)$与$\varphi(x)$是否表示同一函数？

说明其理由并在哪一区间内它们是相同的.

10.61. $f(x)=\frac{x}{x}$, $\varphi(x)=1$.

解：$f(x)$定义域是$(-\infty, 0)$和$(0, \infty)$，$\varphi(x)$定义域是$(-\infty, +\infty)$，∴它们定义域是不相同的，不可认为是同一函数，但在$(-\infty, 0)$，$(0, +\infty)$上$f(x)=\varphi(x)$.

10.62. $f(x)=\lg x^2$, $\varphi(x)=2\lg x$.

解：∵$f(x)$定义域为$(-\infty, 0)$和$(0, +\infty)$而$\varphi(x)$定义域为$(0, +\infty)$，因此它们的定义域是不同的，不可认为是同一函数，但在$(0, +\infty)$上$f(x)=\varphi(x)$.

10.63. $f(x)=x$, $\varphi(x)=(\sqrt{x})^2$.

解：$f(x)$定义域为$(-\infty, +\infty)$而$\varphi(x)$定义域为$[0, +\infty)$，故不可认为是同一函数，但是在$[0, +\infty)$上，$f(x)=\varphi(x)$.

10.64. $f(x)=x$, $\varphi(x)=\sqrt{x^2}$.

解：显然它们定义域都是$(-\infty, \infty)$，然而其函数值域不同，所以对应关系亦不同，不能认为是同一函数，但在$(0, +\infty)$上讨论，则可认为是相同的，因为$\varphi(x)=\sqrt{x^2}=|x|=x=f(x)$.

建立函数关系

10.65. 温度计上摄氏0度对应华氏32度，摄氏100度对应华氏212度，试求将摄氏温标表为华氏温标的函数.

解：设摄氏温标为y，华氏为x，则

$$y=\frac{100-0}{212-32}(x-32)=$$