

# 电工 电信 工程师数学

上册

[法] 安德烈·安戈 著

陆志刚等 译校

# 电工、电信工程师数学

上册

[法] 安德列·安戈 著

谢祥麟

陆志刚

曾德汲

译  
校

人民邮电出版社

COMPLEMENTS DE MATHÉMATIQUES  
AL'USAGE DES  
INGÉNIEURS DE L'ÉLECTROTECHNIQUE  
ET DES TÉLÉCOMMUNICATIONS  
PAR  
ANDRÉ ANGOT

内 容 提 要

本书主要是向从事电工、电信及其它弱电工程的读者介绍在一般工科数学分析教程中很少注意到,但在实际工作上又往往是十分需要的一些数学工具的书。全书共十章,内容包括:一、复变函数,二、傅里叶级数和傅里叶积分;三、矢量运算;四、矩阵计算;五、张量的基本概念及其应用;六、微分方程积分法;七、常用的特殊函数;八、运算微积;九、概率论及其应用;十、图解及数值计算。本书按一至六章和七至十章分成上下册出版。它要求读者应具备大学数学分析的基本知识。虽然本书的主要读者对象是电气科技人员,但是它对从事某些应用物理研究的读者来说也是很有用的。

电工、电信工程师数学

上 册

[法] 安德列·安戈 著

谢祥麟 译

曾德汲 校

陆志刚 校

\*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

\*

开本: 850 × 1168 <sup>1</sup>/<sub>32</sub> 1979年7月第一版

印张: 14 <sup>8</sup>/<sub>32</sub> 页数: 228 1979年7月北京第一次印刷

字数: 372 千字 印数: 1—91,000册

统一书号: 15045·总2296-综205

定价: 1.60元

## 译 序

本书法文第一版是1949年出版的，1952年出第二版，译本是根据1957年法文第三版翻译，并参照俄译本对部份语句作了若干增添和修改，目前又根据1972年法文第六版进行了修改和补充。

这本书法文原来的名称，直译出来是叫做《供电工及电信工程师用的数学补充读物》，我们参照俄文译本改成现在的名称。然而，从这本书以简明扼要的形式，讲述问题的广泛性来看，我们仍把它当作“补充读物”来读比较合适。如果读者已经具备了大学一、二年级的数学分析知识，甚至于对本书所讲的一些课题已经学过一点基本知识，那末读了本书之后，就会感到，本书不仅深入浅出地引出了所讨论的课题，而且讲述的内容、提供的公式和图表，以及提醒的注解，都会使我们增加许多新的知识，帮助我们对这些问题的深入了解以及为我们提供一本有用的数学工具书。我们相信，这本书的内容对于电信工程、无线电工程以及电力工程的科学技术人员是有用的，对于其它领域的科学技术人员也有一定的参考价值。

我们感到本书不足的地方，或许是某些内容叙述简单了一些，可能对于初学的读者不容易完全掌握。但这是一本补充读物，有些基本的内容需要在教材中去掌握，所以这方面也不能苛求了。此外，对于电工及电信工程师来说，本书也不是包罗万象的，实际应用到的还不止这些内容，还有许多数学工具是本书没有提到的。这本书所研究的范围、叙述和讨论的方法，作者在绪言中都做了详细的说明。可以使读者对本书的内容有所了解。

我们在译本中改正了原书出现的一些错误，但是，我们的数学和法文水平有限，译本中难免有错误或不妥的地方，深望读者们批评指正。

译者

## 序

在法国，由于许多原因，物理学者和工程师所学的数学课程往往不能很好地满足他们的需要。

约三十年前，物理学者和工程师只要具备了经典的微积分知识，就己能应付裕如。但是，现今各种新的理论愈来愈要求他们掌握多方面的数学工具。他们必须知道数学中各种各样的内容和它的最新发展部分，例如张量分析、矩阵计算、亥维赛算符计算、特征值理论；甚至要知道积分方程论和群论。可是，在高等学校中，数学课程看来还没有能充分满足应用者们深盼的这些数学分析上的新需要。

尤其是，许多数学分析教本和专著的编写对象是数学专业的人员，这类书籍不完全适合于物理学者和工程师。事实上，对于他们，过分严密的证明是不需要的，主要是阐明数学的实质及其方法。数学分析方面的论著很多，其中有为了建立微分方程解的存在性而写了长篇累牍，但对勒让德多项式或贝塞耳函数却只有寥寥数行的提示！对傅里叶级数理论的细节说得非常详尽，有时候对应用者确实没有用处，但对于在数学物理的一些新老分支中极端重要的傅里叶积分却一点没有提到。还可以继续举出一些例子来说明，数学分析课程虽然有些改进，但在目前，只有在很少情况下才能符合从事实际工作的读者们的需要。

在外国，情况就不是这样，那里有很好的应用数学专著和许多宝贵的讲义，它们所涉及的问题，对于有学识的工程师和物理学者也是重要的。这些著作撇开了数学的极端严格的方面，常常用简单的概念来代替严格的证明，并且力求突出这些计算方法的实际应用和意义，详细地解说在应用中遇到的最重要的函数及其有关公式；

他们从具体问题引入许多例题，尽量使读者学会应用这些数学工具。毫无疑问，这样来编写应用数学书本，是一个好方法。

因此，高等电气学校安戈教授所著《电工及电信工程师应用数学》一书之问世，有其成功之处。这是一本使读者高兴和获益的书。著者在书中介绍的定义、证明和计算步骤，对于现代的电工及电信工程师，都是应该知道的。书中不坚持严格的证明，因为可以参阅数学分析的巨著，但著者特别强调计算，并给出许多例子作为这些方法对实际问题的应用。载入了各种函数的图解、曲线和数表，使这本书除了有教学用途外，还具有参考书的特点。每章附有参考文献，对要求深入了解所论问题的读者，是有用的。

书中讨论到的内容是：复变函数、傅里叶积分和级数、矢量和张量计算、矩阵代数、直角和曲线坐标的偏微分方程和微分方程、重要函数，特别是贝塞耳函数和勒让德函数、运算微积等。还要指出，在叙述了概率论原理之后，补入了这方面专家拉彼尔雷写的随机函数。同时，也为了同样的目的，在电路问题的应用方面，也向读者介绍了怎样来掌握和使用所讨论的计算方法。

这本书是专为电工、电信工程师写的，但是，也可以把它推荐给物理学者，因为近代物理学的理论也应用这里讨论到的全部数学。对物理学者和对工程师一样，这本书将能提供有关的必需知识和宝贵的参考材料。

路易·德布洛依  
(Louis De Broglie)

1949年于巴黎

## 绪 言

本书不是一般意义下的数学教本。我们不必寻求各不同章节间的关系，它们的共同点是在电信和电工领域中都有应用。本书的主要目的是以方便易懂的形式提供数学基本概念，俾有助于中等水平的工程师能有效地学习弱电或强电方面的著作和论文。

为此目的，有时故意舍弃严格的证明，而求简捷和清楚的说明。读者如果要在数学上追究严格的证明，那末可参阅数学分析的经典著作或参考文献中所列的著作。

一个工程师一般从阅读专业书刊来了解技术发展方向。目前可以肯定，要作到这一点，就需要有很高的数学水平。如果读者在阅读这类书刊以前，有必要先弄清楚为理解原文所必需的数学概念，那末，结果必然是：不管论文何等重要，都不能读完它；而且，先去弄懂数学概念还是件枯燥乏味的事。在大多数情况下，这些数学概念多半散见在不同的而且往往是外文的书籍和杂志中，要收集它们，既要花时间又是很困难的。

这就是我想在本书中做的工作。特别致力于为读者提供计算所必需的一些公式、表格和曲线，在工程问题中，往往就是依靠这些工具来完成的。

本书可以当作一本工具书用。

我要感谢德布洛依先生，他促使我把本书公诸读者。还要感谢拉彼尔雷先生，他好意地写了第九章关于随机函数的一部分。

安德烈·安戈  
(André Angot)  
1949年于巴黎

## 第六版 前 言

固然要尊重原来的计划，但是，在以后相继的几版中，都对本书最初的编辑作了大量的修改。要把所有这些改变都提到，那怕是简略地提一提，似乎都不必要，不过有关本版的一些改变却要谈一下。

关于稳定准则作了进一步的阐述，增加了矩阵数值计算及微分方程的数值解的补充部分。此外，还把一章的一部分用来阐述在数学物理学中有着重要作用的拉格尔(Laguerre)多项式。

不打算叙述那些改进的细节，列举起来是会令人厌倦的。

1972 年于巴黎

安德烈·安戈  
(André Angot)  
1972 年于巴黎



# 目 录

译序 .....	1
序 .....	2
绪言 .....	4
第六版 前言 .....	5
<b>第一章 复变函数</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 复数</b> .....	<b>1</b>
1.1.1 定义 .....	1
1.1.2 加法 .....	2
1.1.3 乘法 .....	3
1.1.4 符号的替换 .....	4
1.1.5 共轭复数 .....	5
1.1.6 复数的幂 .....	6
1.1.7 复数的根 .....	6
1.1.8 1 的根 .....	7
1.1.9 复项级数 .....	7
1.1.10 幂级数 .....	8
1.1.11 指数及对数函数 .....	9
1.1.12 对辐角的微分及积分 .....	10
1.1.13 角度成等差级数的三角函数的和 .....	10
<b>1.2 复数计算在正弦电流电路中的应用</b> .....	<b>11</b>
1.2.1 引言 .....	11
1.2.2 正弦函数的图解表示 .....	12
1.2.3 用复数来表示 .....	13
1.2.4 计算方法的限制 .....	14
1.2.5 复数阻抗的概念 .....	15
1.2.6 克希荷夫定律 .....	17
1.2.7 复数阻抗的串联或并联 .....	18

1.2.8	复数阻抗概念的推广	21
1.2.9	复数矢量	24
1.3	复变函数	26
1.3.1	连续性	26
1.3.2	单值函数	26
1.3.3	解析函数	27
1.3.4	正则(或全纯)函数	29
1.3.5	复变函数的线积分	29
1.3.6	柯西定理	30
1.3.7	柯西公式	31
1.3.8	泰勒级数	32
1.3.9	奇点	33
1.3.10	罗朗级数展开	34
	用残数方法求积分	
1.3.11	残数定理	36
1.3.12	残数计算。简单极点	37
1.3.13	用导数计算多阶极点处的残数	39
1.3.14	约当引理	40
1.3.15	约当引理对单位函数的应用	41
1.3.16	绕支点积分	43
1.3.17	布隆威周线	44
1.3.18	布隆威-瓦格纳积分	45
1.3.19	等效周线	45
1.3.20	定理	49
	应用残数计算定积分	
1.3.21	$\int_0^{2\pi} f(\cos\theta, \sin\theta)d\theta$ 型积分	51
1.3.22	$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ 型积分	52
1.3.23	$\int_0^{\infty} f(x) \frac{\cos mx}{\sin mx} dx$ 型积分	53
1.3.24	$\int_0^{\infty} x^\alpha f(x) dx$ 型积分	54
1.3.25	应用残数定理求级数和	55

1.4	保角变换	57
1.4.1	定义	57
1.4.2	保角变换的某些例题	63
1.4.3	逐次变换	70
1.4.4	施瓦兹变换	71
1.4.5	保角变换的其他应用	78
<b>第二章 傅里叶级数及傅里叶积分</b>		<b>81</b>
2.1	傅里叶级数	81
2.1.0	引言	81
2.1.1	系数的计数	82
2.1.2	展成正交函数的级数	83
2.1.3	特殊情形	84
2.1.4	积分及导数	85
2.1.5	傅里叶级数展开式限制在前 $n$ 项的情形	88
2.1.6	在间断点邻域傅里叶级数展开的研究。吉布斯现象	89
2.1.7	区间的推广	91
2.1.8	复数项级数	92
2.1.9	图解表示。谱	94
2.1.10	可展成傅里叶级数的两个同周期函数的乘积的平均值	96
2.1.11	傅里叶级数向殆周期函数的推广	97
2.2	傅里叶积分	98
2.2.1	傅里叶积分的实数形式	98
2.2.2	傅里叶积分的复数形式	101
2.2.3	在电路中的应用	103
2.2.4	无阻尼网络情形	106
2.2.5	频谱	106
2.2.6	亥维赛单位函数	112
2.2.7	函数对	113
2.2.8	傅里叶变换	113
2.2.9	傅里叶积分的物理现实性	117
2.2.10	方向图的研究	119

<b>第三章 矢量运算</b> .....	122
3.1 标量、矢量、定义 .....	122
标量	
3.1.1 纯标量 .....	122
3.1.2 膺标量 .....	122
矢量	
3.1.3 轴 .....	123
3.1.4 旋转方向 .....	123
3.1.5 直向或反向三面角 .....	124
3.1.6 矢量 .....	124
3.1.7 三个矢量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的正序 .....	126
3.1.8 两个矢量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 间的角 .....	126
矢量运算	
3.1.9 矢量 $\vec{a}$ 和标量 $f$ 的乘积 .....	126
3.1.10 矢量的分量 .....	127
3.1.11 矢量加法 .....	127
3.1.12 标量积 .....	128
3.1.13 矢量积 .....	129
3.1.14 三个矢量的混合积 .....	131
3.1.15 三个矢量的二重矢量积 .....	132
3.2 矢量的微分运算 .....	132
导数	
3.2.1 矢量的导数。点的导数 .....	132
3.2.2 矢量对另一矢量的导数 .....	133
3.2.3 导数的主要公式 .....	134
3.2.4 矢量的积分 .....	135
点的函数	
3.2.5 梯度 .....	136
3.2.6 法向导数 .....	137
3.2.7 位曲面族 .....	137
3.2.8 矢量 $\text{grad}f$ 的具体意义 .....	138

3.2.9	力线 .....	139
3.2.10	复合标量函数的梯度 .....	139
3.2.11	散度及旋度 .....	140
3.2.12	拉普拉斯算符 .....	140
3.2.13	“倒三角”或“Del”矢量符号 .....	141
3.2.14	常用公式 .....	143
3.2.15	旋度的实际意义 .....	147
3.2.16	标量位 .....	147
3.2.17	特殊情形：通过一个定点的矢量 .....	150
3.2.18	矢量位 .....	151
3.2.19	矢量场的一般情形 .....	153
3.3	矢量积分 .....	154
3.3.1	矢量的环流 .....	154
3.3.2	矢量的通量 .....	154
	基本公式	
3.3.3	奥斯特罗格雷德斯基定理 .....	155
3.3.4	散度的具体意义 .....	157
3.3.5	梯度的公式 .....	159
3.3.6	旋度的公式 .....	159
3.3.7	梯度，散度，旋度函数的不变性 .....	159
3.3.8	格林公式 .....	160
3.3.9	斯托克斯公式 .....	161
	电磁场方面的应用	
3.3.10	电场 .....	164
3.3.11	直流的磁场 .....	166
3.3.12	电磁场 .....	167
3.3.13	法拉第定律 .....	167
3.3.14	安培定律 .....	168
3.3.15	麦克斯韦方程式 .....	169
3.3.16	由电流产生的磁场的矢量位 .....	170
3.4	正交曲线坐标系 .....	173

3.4.1	定义 .....	173
3.4.2	正交曲线坐标中的微分运算 .....	177
	一些主要的三维正交曲线坐标系	
3.4.3	柱面坐标系 .....	178
3.4.4	球面坐标系 .....	179
3.4.5	抛物柱面坐标系 .....	180
3.4.6	迴转抛物面坐标系 .....	182
3.4.7	椭圆柱面坐标系 .....	183
3.4.8	长迴转椭球坐标系 .....	184
3.4.9	扁迴转椭球坐标系 .....	185
3.4.10	双圆柱坐标系 .....	187
3.4.11	圆环坐标系 .....	189
3.4.12	共焦二次曲面坐标系 .....	191
3.4.13	应用于麦克斯韦方程。正交曲线坐标系中的 麦克斯韦方程 .....	193

#### **第四章 矩阵计算 .....** 194

4.1	矩阵代数 .....	194
4.1.1	平面变换, 算符的概念 .....	194
4.1.2	两个算符的和 .....	195
4.1.3	两个算符的积 .....	195
4.1.4	用矩阵表示平面变换 .....	196
4.1.5	两个矩阵的乘积 .....	197
4.1.6	用矩阵来表示矢量 .....	199
4.1.7	推广到 $n$ 维空间 .....	199
4.1.8	两个矩阵的相等 .....	200
4.1.9	两个矩阵的加法 .....	200
4.1.10	矩阵与数字的乘法 .....	201
4.1.11	矩阵乘法 .....	201
4.1.12	对称矩阵和反对称矩阵 .....	204
4.1.13	三角矩阵 .....	204
4.1.14	对角线矩阵 .....	205
4.1.15	单位矩阵。零矩阵 .....	205

4.1.16	矩阵的阶及秩 .....	206
4.1.17	两个矩阵乘积是零的必要条件 .....	206
4.1.18	转置矩阵 .....	207
4.1.19	矩阵 $\alpha$ 的逆矩阵 .....	209
4.1.20	应用矩阵解线性方程组 .....	212
4.1.21	坐标变换 .....	214
4.1.22	正交变换 .....	216
4.1.23	正交变换的例子·旋转 .....	217
推广到复数空间		
4.1.24	厄密特矩阵 .....	218
4.1.25	矩阵 $\alpha$ 的结合矩阵 .....	218
4.1.26	复数空间中的模及数量积 .....	219
4.1.27	复数空间的正交变换 .....	220
4.1.28	矩阵的特征值, 特征方向及特征方程 .....	221
4.1.29	特征方程的性质 .....	222
4.1.30	相应于特征方向的矩阵 .....	223
4.1.31	两个矩阵有交换性的条件 .....	225
4.1.32	厄密特矩阵的特征值及特征方向 .....	225
二次型		
4.1.33	双线性型 .....	227
4.1.34	二次型 .....	227
4.1.35	确定的正二次型 .....	229
4.1.36	厄密特型 .....	230
矩阵函数		
4.1.37	矩阵的幂 .....	231
4.1.38	凯莱-哈密顿定理 .....	231
4.1.39	矩阵函数。薛尔凡斯特定理 .....	232
4.1.40	倍葛公式 .....	235
4.1.41	矩阵的升幂 .....	237
4.1.42	矩阵的分数幂 .....	238
4.1.43	矩阵特征值的近似计算 .....	239

4.1.44	$n$ 次方程的根的近似计算	244
	矩阵的微分及在解微分方程中的应用	
4.1.45	矩阵的微分及积分	247
4.1.46	一阶线性方程组的解	247
4.1.47	常系数一阶微分方程组	250
4.1.48	$n$ 阶线性微分方程	251
4.2	矩阵计算的应用	254
	四端网络的研究	
4.2.1	定义	254
4.2.2	四端网络的链接	257
4.2.3	四端网络的并联	253
4.2.4	四端网络的串联	258
4.2.5	四端网络的串并联或并串联	259
4.2.6	开路阻抗及短路阻抗	261
4.2.7	无源四端网络	262
4.2.8	对称四端网络	263
	简单四端网络举例	
4.2.9	只有一个串联阻抗的四端网络	263
4.2.10	只有一个并联阻抗的四端网络	263
4.2.11	L形四端网络	264
4.2.12	T形及 $\Pi$ 形四端网络	265
4.2.13	X型滤波器	266
4.2.14	变压器	267
4.2.15	电子管和半导体三极管的情形	267
4.2.16	四端网络的累接阻抗	272
4.2.17	无源四端网络	273
4.2.18	链形滤波器	275
4.2.19	四端网络的通带	278
4.2.20	网络自由振荡的计算—频率的计算	279
4.2.21	周期变参量电路的研究	283
4.2.22	量子力学中的矩阵导论	287



4.3.1 参考文献 .....	290
<b>第五章 张量的基本概念及其应用 .....</b>	<b>291</b>
<b>5.1 张量代数 .....</b>	<b>291</b>
仿射矢量空间。测度空间	
5.1.1 定义 .....	291
5.1.2 坐标系的变换 .....	292
5.1.3 协变矢量。逆变矢量 .....	295
5.1.4 张量的定义 .....	296
5.1.5 坐标变换公式的矩阵形式 .....	297
5.1.6 无号指标 .....	300
5.1.7 对称及反对称 .....	301
5.1.8 赝标量、标量容量及标量密度 .....	302
5.1.9 张量容量及张量密度 .....	304
5.1.10 三维空间中二阶反对称张量的特殊情况 .....	305
张量运算	
5.1.11 两个张量的加法 .....	307
5.1.12 张量的收缩 .....	307
5.1.13 乘法 .....	308
5.1.14 收缩乘法 .....	308
5.1.15 张量特征的确认 .....	309
<b>5.2 曲线坐标系中的张量 .....</b>	<b>310</b>
5.2.1 曲线坐标的定义。曲线轴。坐标面 .....	310
5.2.2 基本测度张量 .....	312
5.2.3 坐标变换时基本测度张量的行列式 $g$ 的变换 .....	313
5.2.4 体积元素的表达式 .....	314
5.2.5 三维斜角坐标系 .....	314
5.2.6 正交曲线坐标 .....	315
5.2.7 任意曲线坐标的情形 .....	316
5.2.8 同一矢量的协变或逆变分量 .....	316
5.2.9 张量变性的改变 .....	317
5.2.10 混合基本测度张量 .....	318