

材料力学

中西不二夫 著
佐藤和郎



岩波全書

材 料 力 学

中西不二夫 著
佐藤和郎



岩波全書 273

中西不二夫

1897年岡山県に生る。

1920年東大工学部機械工学科卒。

1935年東大教授。

1943年航空研究所長。

1957年東大退官，東大名誉教授，科学
技術庁航空技術研究所長。

1964年東京にて没（67歳）。

専攻分野：材料強度，航空原動機，

佐藤和郎

1919年広島県に生る。

1943年東工大機械工学科卒。

専攻分野：材料強度

現在東工大教授，工学博士。

材料力学

岩波全書 273

1970年1月30日 第1刷発行 ©

¥ 500

著 者 なか にし ふ じ お
 中 西 不 二 夫
 さ 藤 やす お
 佐 藤 和 郎

発 行 者 岩 波 雄 二 郎

東京都千代田区一ツ橋 2-5-5

発 行 所 株式 岩 波 書 店
 会社

落丁・乱丁本はお取替いたします 精興社印刷・三水舎製本

本書の刊行にあたって

もう 20 年もまえの戦後のあるころ、自分は谷一郎、最上武雄、熊谷清一郎三教授らと一緒に、岩波書店から戦後の新しい全書の企画について相談をうけた。身の工学畑からいくつかの候補があげられたが、そのなかに中西不二夫先生の“材料力学”があった。

先生は長く東大の航空学科と航空研究所に席をおいて航空原動機方面にすぐれた研究業績を残しておられたが、先生の初期の研究や学位論文が航空原動機ではなくて、軟鋼の降伏に関するすぐれてユニークなものだったことは自分たちも知っていた。また戦後いち早く以前の材料強度の研究にもどられたことからみても、先生が真に愛しておられた分野はやはり材料であり、量質両面からみても先生のライフワークはこの方面であろうことに意見は一致していた。

先生の材料強度に関する基本的立場はつぎの一言につきる。“材料強度論は、ほとんどすべて、ある点の破損や破壊はその点の応力状態で決まるという仮定の上に立っている。しかしこの仮定は引張りと曲げ、丸棒の振りと円筒の振りなどの最も基本的な関係についての実験結果と矛盾する。従って強度論はこの仮定を捨てて新しく出発しなければならない。”(“科学”, Vol. 27, No. 1, 1957) そしてこの“新しく出発する”ために導入された基本概念が軟鋼の降伏における“安定”の考え方であり、“平均せん断応力”の概念であって、これは先生の材料強度論の最後まで変らぬ骨格をなしていた。自分たちは、とかく応力論のマネリズムに陥りがちの“材料力学”が、材料強度に関する先生のすぐれた考え方と理論とに貫かれて完成するならば、それは新企画中の最大の収穫であろうと述べた。

先生は全書の執筆を引受けられ、“も少しで強度論の輪郭がまと

まるからしばらく待ってくれ”といわれたという話を岩波からきいて自分たちも喜んだ。そしてその執筆のためのノートの意味もかねて“機械の研究”(Vol. 1, No. 1~5, 1949), “科学”(Vol. 27, No. 1~2, 1957)にはかなり長文の講義風の論述をまとめられもした。しかし谷教授“流れ学”, 最上教授“土質力学”, 筆者“摩擦と潤滑”などそれぞれ約束の原稿は完成したが, 先生の原稿は一年一年とのびた。そしてついに先生の直接の手になる本書の原稿は完成しなかった。

1964年, 先生の没後, 谷教授をはじめ, 東大航空学教室の八田桂三, 熊谷清一郎, 岡崎卓郎各教授, 岩波の方たちと先生の本の相談をした。そして先生の全書の計画はなにかの形で実現しようということになり, その執筆者として, 先生のこの分野の門弟でもあり, 同時に研究協力者でもあった東京工大の佐藤和郎教授が最適任ということに意見が一致した。佐藤教授は執筆を引受けられ, 多忙の中で原稿を完成された。内容は材料力学というよりは材料強度論に近いものであるが, 中西先生の記述や表現をそのまま生かすことにも配慮のあとがみえ, 巷間しばしば誤解されている中西理論に正統的な解釈を示された。書名の“材料力学”には, 内容がふつうの材料力学の教科書と異なることから若干の抵抗も感じられたが, 諸般の事情から, 材料力学のアドバンスト・コースという意味も含め, 広義に解してそのままとした。

本来の執筆者であるべき中西先生がすでに故人であること, 本書の内容や書名, また出版の経過にも若干の経緯のあったことに関し, 本書の刊行に関与した立場から一言説明を加えたしだいである。

1969年6月24日

東京大学宇宙航空研究所にて 曾 田 範 宗

目 次

本書の刊行にあたって

緒 言	1
第1章 軟鋼の降伏	6
1.1 降伏点	6
1.2 応力勾配が均等なときの降伏	10
1.3 円筒の振りによる降伏	11
1.3.1 安定の問題としての降伏	18
1.3.2 縦断面で起こる降伏	21
1.4 矩形およびI形断面のはりの曲げによる降伏	25
1.5 振り, 曲げ, および引張りによる降伏点の比較	28
1.6 十字形断面のはりの曲げによる降伏	29
1.7 正方形柱体および矩形柱体の振りによる降伏	34
1.8 弾性応力の限界値	37
1.9 降伏の条件	39
1.10 内圧をうける円筒の降伏	41
1.10.1 中肉円筒の降伏	41
1.10.2 厚肉円筒の降伏	46
1.11 円板の回転による降伏	48
1.12 円筒の引張りによる降伏	54
1.13 組合せ曲げ振りによる降伏	58
第2章 表面層とその強さ	63
2.1 表面層の降伏	63
2.1.1 引張りによる降伏	64
2.1.2 曲げによる降伏	68

2.1.3 振りによる降伏	70
2.2 集中応力におよぼす表面層の影響	73
2.3 中心孔をもった帯板の強さ	74
2.3.1 帯板の降伏	74
2.3.2 帯板の疲れ限度	79
2.3.3 疲れ寿命における寸法効果	80
第3章 鋳鉄の破壊	90
3.1 応力勾配が均等なときの破壊	90
3.1.1 引張り, 内圧, 振りによる破壊	90
3.1.2 内圧と振りの組合せ荷重のもとにおける破壊	91
3.1.3 引張りと圧縮およびその中間の2軸応力における破壊	95
3.2 円筒の振りによる破壊	97
3.2.1 破壊の条件	97
3.2.2 破壊面の角度	99
3.2.3 丸棒の破壊モーメントおよび丸棒と薄肉円筒の破壊ひずみの関係	101
3.3 矩形はりの曲げによる破壊	106
3.4 鋳鉄の破壊と軟鋼の降伏との類似性	111
3.5 内圧を受ける円筒の破壊	112
3.6 外圧を受ける黒鉛円筒の破壊	117
3.7 回転による円板の破壊	119
3.8 円板の回転による衝撃破壊	125
3.8.1 瞬間写真による観察	125
3.8.2 衝撃破壊とコリオリの力	127
3.8.3 断面形と破壊の間隔	132
3.9 火薬による内圧をうける円筒の衝撃破壊	134
第4章 高速車盤の回転強さ	137

4.1 平等厚さの円板の強さおよび破壊の条件	137
4.2 リムをもった円板の強さ	143
4.3 ボスをもった円板の強さ	144
4.3.1 ボスの影響	145
4.3.2 破壊の条件	149
4.3.3 再びボスの影響	153
4.4 翼をもった円板の強さ	158
4.4.1 翼の影響	158
4.4.2 実験と理論の比較	161
4.5 リムとボスをもった車盤の強さ	165
4.6 リム, ボス, 翼をもった車盤の強さ	169
4.6.1 実験	171
4.6.2 実験の説明	173
4.7 ボスの厚さの限界値	176
第5章 内圧をうける円筒の強さ	179
5.1 円筒の変形および極限圧力	180
5.2 純粋せん断と単純せん断の関係	183
5.3 極限圧力と円筒の肉厚の関係	191
第6章 疲れと疲れ限度	199
6.1 応力勾配が均等であるときの疲れ	199
6.1.1 疲れ限度の条件	200
6.1.2 引張り圧縮と薄肉円筒の振りによる疲れ限度	202
6.1.3 引張り圧縮による疲れ限度線図	204
6.1.4 薄肉円筒の振りによる疲れ限度線図	207
6.2 応力勾配が均等でないときの応力と疲れ	208
6.2.1 繰返し振りによる疲れ	208
6.2.2 回転曲げによる疲れ	212

6.3 応力勾配が均等でないときの疲れ限度	214
6.3.1 疲れ限度の条件	214
6.3.2 回転曲げによる疲れ限度	217
6.3.3 繰返し振りによる疲れ限度	220
6.4 繰返し曲げによるはりの断面形と疲れ限度の関係	224
第7章 塑性	230
7.1 3方向せん断理論	231
7.2 純粋せん断と引張りの関係	233
7.2.1 純粋せん断	233
7.2.2 引張り	235
7.2.3 実験	237
7.3 軟鋼の降伏と塑性理論との関係	239
7.4 塑性流動におよぼす中間主応力の影響	242
7.4.1 中間主応力の影響	242
7.4.2 実験と理論の比較	245
7.5 応力状態と塑性変形の形	249
7.6 塑性変形による異方性	253
7.7 ヒステリシス・ループ	255
7.7.1 荷重とループの形	255
7.7.2 ループにおける降伏点	259
7.7.3 再びループの形および降伏点	263
7.8 塑性曲線における不連続性	267
7.8.1 振りによる塑性曲線	267
7.8.2 折れ曲り点と軟鋼の降伏点との関係	268
7.8.3 引張り強さにおける挙動	271
7.8.4 塑性曲線に関する考察	273
あとがき	275

緒　　言

技術者が機械や構造物を作るときには、それがうけることのある最大荷重を考えて、これに耐えるように設計をする。このためには、まず各部の応力を計算し、その大きさが使用材料の耐え得る限度内にあることを確かめなければならない。設計におけるこれらの問題——応力の解析ならびに応力と材料の破損、破壊の關係——を解決するのが材料力学の主な役目である。

応力の測定および計算方法は現在相当進んでいて、かなり複雑な場合でもその解析を行なうことができる。しかし応力と材料の破損、破壊の關係はまだ明確にわかっていない。応力と材料の破損、破壊の關係がわからなくても、応力の計算だけで、実際には機械や構造物は設計、製作されて使用に耐えている。これは安全率がかかっていて、必要以上に強くできているからである。

必要以上に強くするということは、材料の浪費を招くばかりでなく、不必要に重くなるということであって、これは航空機やロケットのような飛しょう体では禁物である。航空機やロケットにかぎらず、材料の浪費をするということは経済をとまなう工学では許されないことである。したがって合理的な設計をするためには、応力の解析だけでは不十分であって、これと材料の破損、破壊の關係が確立されなければならない。従来の材料力学はこの応力と材料の破損、破壊の關係が樹立されて、はじめて一応の集大成をみるものと思われる。

一般の金属材料は小結晶の集合体である。したがって破損、破壊の問題を根本的に究めようとすれば、まず単結晶についてのひずみ、

破壊などを十分に調べ、それを基礎としてその集合体である材料の破損の問題に進んでいくのが本道であろう。しかし単結晶の性質はかなりわかってきたが、これを集合体としてどう取扱うかという問題がまだ解決されていない。この方向から材料の破損、破壊の法則を導くことができるのはまだ大分さきのことと思われる。

本書で述べようと思っているのは、これとは別の行き方のものであって、従来から行なわれてきたように材料を小結晶の集合体として直接実験をし、その結果から材料の破損、破壊の法則を見出していこうというものである。したがって特に断らない限りひずみといえば、結晶個々のものではなくて巨視的にみた平均のひずみであり、応力といえば統計的な意味での応力のことである。

金属材料を静かに引張ると、荷重 W とひずみ ϵ との関係は、材料の種類によって図 1(a), (b), (c) のようになる。(a) は軟鋼であって A 点で示すような降伏点が存在する。この降伏点までは荷重とひずみの関係はほとんど直線的であって非常に明りょうに現われるので、本書では破損の点としてこの点を採用して説明するつもりである。(b) は鑄鉄のような脆性材料についてのものであって、破壊は B 点で起こる。(c) は一般の延性材料についてのものであるが、これには軟鋼のような明りょうな降伏点がない。弾性破損としては E 点で示すような弾性限を採用するのが正しいであろう。このことは軟鋼や

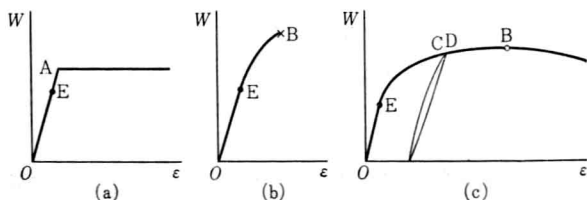


図 1

鋳鉄についても同様である。ただ弾性限というのは測定が困難なものである。それで種々の異なった応力状態と弾性限の関係を調べたものは少ないので、ここではこの問題には触れないことにする。延性材料では軟鋼も含めて、(c)のB点で示すような荷重に極大値が存在して、この点における公称応力は材料の引張り強さ、または抗張力と呼ばれているものである。変形はこの点までは安定であるが、この点で不安定になって局部収縮を起こし、その後の変形は局部収縮を起こした部分のみで進行し、ついに破壊する。延性材料からなる回転円板にも、また内圧をうける円筒にも、材料の引張り強さにおけると同様に変形が不安定になる点がある。これらの点における回転数ならびに内圧はそれぞれ円板ならびに円筒が破壊しないで耐えることができる最大値を与えるものであって、実用上重要な点である。

荷重の種類としては引張り、内圧、回転以外に、圧縮、振り、曲げ、均等圧縮、均等引張り、またこれらのものを組合せたものなど種々のものがある。軟鋼では圧縮による降伏は引張りの場合と対称的である。鋳鉄のような脆性材料では圧縮では強く、引張りのときは別種の破壊を起こす。均等圧縮はいくらかけても材料は破壊しないようである。均等引張りは強くかければ材料は破壊するであろうと思われるが、こういう応力状態をうまく作り出すことが困難であるので、金属材料についてこの種の正確な実験はまだないようである。破損、破壊を荷重の種類によって分ければ、上で述べた静荷重によるもののほかに、衝撃的な荷重によるもの、繰返し荷重によるもの、またこれら荷重の組合せによるものなどがあって、その種類は極めて多い。

もちろん、いままでに応力と材料の破損、破壊に関する研究は沢山行なわれており、いろいろの学説が樹てられている。その主な学

説について簡単に述べれば次のようになる。

(i) **最大応力説** 鋳鉄のような脆性材料は引張り主応力によって破壊が起こるという点ではこの学説は正しい。ただ最大応力説というのは、ある点の主応力が一定値に達すればそこに破壊が起こるというのであるが、曲げや捩りにおけるように応力勾配があるときにはこの考えは実験と合わない。

(ii) **最大せん断応力説** 軟鋼の降伏はせん断応力で起こるので、せん断応力という点ではこの学説と合うが、せん断応力の最大値が一定値に達すると降伏が起こるというのは正しくない。

(iii) **最大主ひずみ説** 以前にはこの学説を採用した教科書もあったが、現在では問題にする必要はないだろう。

(iv) **ひずみエネルギー説** これはすぐに次の学説に移った。

(v) **せん断ひずみエネルギー説** 図1(c)のC点まで荷重をかけてから荷重を下ろして、次に同種または別種の荷重をかけるとD点で再び材料の塑性的流れが始まる。このD点に関しては相当研究が行なわれている。たとえば中間主応力がこの点におよぼす影響については Lode の実験⁽¹⁾があり、Hencky などのせん断ひずみエネルギー説⁽²⁾はこの点についてのものである。Taylor と Quinney⁽³⁾はさらに詳しい実験を行なってこの学説を確かめている。

現在この学説が破損または破壊の法則として最も進んだものと考えている人が多いようである。しかしこれは塑性的流れの法則であって、破損の法則でも破壊の法則でもない。ただこの学説は冷間加工を行なった材料の強さに対しては助けになると思われる。しかしこの場合でも塑性的流れがいままでと同じ方向のときには成り立つが、逆の方向の流れに対しては成り立たないのである。

以上述べたように、いままでの材料の強さに関する学説はほとんどすべて、ある点の破損や破壊はその点の応力状態のみで決まると

いう仮定の上に立っている。しかしこの仮定は軟鋼の降伏や鑄鉄の破壊において引張りと曲げおよび捩りなどの最も基本的な強さの関係において実験事実と矛盾する。したがって材料の破損、破壊の法則はこの仮定を捨てて新しく出発して樹立しなければならない。

本書の目的は、従来の仮定を捨てて再出発したときの材料の破損、破壊の法則がどうなるかということについて、筋の通った説明をすることである。その説明はまず軟鋼の降伏の条件について述べ、その条件を鑄鉄の破壊のみならず回転体および内圧をうける円筒、ならびに材料の疲れによる破壊にまで順次拡張したものである。したがって本書で述べる材料の破損、破壊の法則は軟鋼の降伏が基本になっている。

材料の塑性域における挙動は塑性加工の面で重要な問題である。しかし材料の破壊は延性材料においてはもちろんのことであるが、鑄鉄のような脆性材料においてもかなりの塑性変形をした後に起こるものである。したがって塑性域における材料の挙動は破壊を議論する上にも重要である。塑性の基本的な問題としては、純粋せん断と単純せん断の関係、塑性変形による異方性の問題、塑性流動におよぼす中間主応力の影響、応力状態と変形の形、ヒステリシス・ループにおける弾塑性の問題などがある。従来はこれらの問題は数学的に取り扱われてきたものが多いが、本書では実験事実をもとにしそれらの説明をするつもりである。

文 献

- (1) Lode : ZAMM. (1925)
- (2) Hencky : Proc. 1st. Int. Congr. App. Mech. (1925)
- (3) Taylor & Quinney : Phil. Trans. Roy. Soc. A 230 (1931)

第1章 軟鋼の降伏

1.1 降伏点

軟鋼の降伏はせん断応力で起こるものであって、このことを多くの実験で示したものは Guest⁽¹⁾ である。彼は薄肉円筒を振ったときの降伏点と、同じ材料を引張ったときの降伏点とを比較して、せん断応力が一定のところ降伏を起こすという結果を出している。いまから考えれば降伏点の採り方に問題がない訳ではないが、応力勾配が均等であるときの降伏はせん断応力が一定で起こるというのは正しい。

降伏はせん断応力で起こるのであるから、その最も簡単な場合は薄肉円筒の振りによる降伏である。このときのせん断応力 τ とひずみ γ との関係を示すと図 1.1 のようになる。応力は A' のようないわゆる上降伏点までほとんど弾性的に昇り、そこから急に落ちて B にくる。 B から C までは水平であり、その先は CD のようにひずみを増すとともに応力も増していく。ひずみ γ というのは、ある標点間の捩れ角を測定して求めた値であって、その標点間の平均のひずみである。

ところが詳しく観察をすると、 BC 間ではひずみは均等ではなく、降伏をして大きなひずみをもった部分と、まだ降伏をしないで小さ

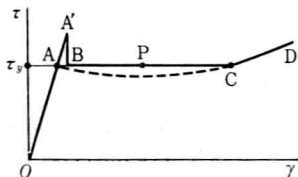


図 1.1

いひずみの部分とが入り混っていることがわかる。すでに降伏をした部分は C で表わされる状態にあり、まだ降伏をしていない部分は A の状態にある。上降伏点 A' で降伏が始まると、ごくわずかな部分が降伏をして C の状態に赴き、大部分は弾性的に A' から A に帰り、平均のひずみが B で示す値になるのである。その後ひずみを増すに従って、応力一定のもとで A の弾性部分が順次降伏して C の状態に移行する。その結果、降伏が進行しているときの応力とひずみの関係は BC 線上を B から C に向かうこととなる。平均のひずみが図の P 点にあるときには、円筒の約半分が降伏をして C の状態になっており、残り半分がまだ降伏をしないで A の状態で残っている。このように BC 間では、降伏をした部分とまだ降伏をしていない弾性部分との異なった 2 つの位相の部分が共存しているのである。全部が降伏をし終れば平均のひずみは C の状態であり、そこから先は曲線 CD に沿って均等にひずみを増していく。

そこで降伏点としてはどこを採るべきであろうか。このことについての知識を得るために、いま軟鋼の降伏と類似の現象を考えてみよう。2 つの位相が共存している現象はいくらもあるが、ここでは水が凍るときのことを例に採って述べよう。容器に水を入れ、これを冷していけば氷点に達すると水の一部は氷となり、さらに熱を取り続けていけば、水が部分的に氷となり、その結果水の部分が減り氷の部分は増してくるが、この間温度は一定である。最初冷すときに非常に静かに冷していくと、水は温度が氷点になっても凍らないで、過冷状態になったままで氷点以下の温度に下がることがある。このとき何か刺激を与えると水の一部が氷となり、温度は氷点になる。さらに熱を取れば温度一定で水が順次凍って氷が増していく。ここで氷点というのは水と氷との 2 つの位相が共存しているときの温度のことである。

同様に軟鋼の降伏点における応力としては、どうしても図1.1において弾性部分と降伏部分とが共存している応力 τ_y を採るべきであり、また降伏点としては降伏が進行しているときの弾性部分を示す点 A を採るべきであると思う。この A 点はいわゆる下降伏点である。上降伏点 A' は過応力状態または過ひずみ状態にあるとみるべきであって、この点を降伏点として採ることは、あたかも氷点を測定しようとして、氷にならないで何度まで水を冷すことができたかを測定するようなものであろう。

軟鋼の降伏点として上降伏点ではなくて、下降伏点を採ることは実は重要なことであって、これが決まれば後は自ら途が開けていくのである。従来の研究では降伏点として下降伏点ではなくて、上降伏点を採っている。Cook⁽²⁾ なども降伏点について良い実験を沢山行っているのであるが、結果があまりはっきりしないのは降伏点として上降伏点を採って議論しているためであると思う。実際に同一棒から削り出した試験片を数多く準備して実験を行なってみると、上降伏点はかなりばらつくが、下降伏点における応力はほぼ一定値にでてきて、材料について決まった値となる。

降伏が進行しているときの円筒の変形が一樣ではなくて、部分的に弾性部分から降伏部分へ移行することについては、軟鋼の応力とひずみの関係として、図1.1の弾性線 OA' の次に点線で示すような不安定な曲線が存在し、降伏点 A において弾性線からこの曲線に移行するためであると考えている⁽³⁾。すなわち降伏点 A において弾性線から点線で示した曲線に移れば、この曲線は変形に対して不安定であるので円筒は一樣に変形することができない。この結果、円筒の変形は部分的に A の状態から B の状態に応力一定で進行することとなるのである。

また降伏が拡がっているときに弾性部分と降伏部分とが共存して