晶体管电路分析

——矩阵法

鲍绍宣　姚　巍　编著

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{U} \\ \vdots \\ \dot{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

黑龙江科学技术出版社

晶体管电路分析

——矩阵法

鲍绍宣　姚　巍　编著

黑龙江科学技术出版社

一九八二年·哈尔滨

晶体管电路分析
—矩阵法

鲍绍宣　姚　巍　编著

黑龙江科学技术出版社出版
（哈尔滨市南岗区分部街28号）
黑龙江新华印刷厂印刷·黑龙江省新华书店发行
开本787×1092毫米1/32·印张5 2/16··字数100千
1982年6月第一版·1982年6月第一次印刷
印数：1—10,200
书号：15217·030　　定价：0.57元

内 容 简 介

本书介绍了晶体管电路的一套系统分析方法——矩阵法。它的特点是：方法统一，计算准确，不受反馈种类及使用频域的限制，对高频、宽频、选频、低频放大器都适用。

导纳矩阵是用矩阵法计算电路性能的基础。本书提供了直接由电路图列写导纳矩阵的方法。因此，具有实用性。特别适于用计算机做整机性能分析。

本书通过一些例题，由浅入深地介绍了矩阵法在分析分立单元放大器以及运算放大器方面的应用。

本书可作为大专院校电子、无线电、自控、计算机以及精仪等专业的教学参考书。对从事与电子线路、设备有关的研制人员也有一定的参考价值。

前　　言

目前，晶体管电路方面的书籍，大多都是根据使用频域及特点，就不同电路分别进行分析的。本书旨在介绍一种系统的分析方法——矩阵法。该法的特点是：方法简捷，计算准确，不受使用方式及反馈种类限制，对高频、低频、宽频、选频放大器等都适用。

就目前工程界提供的资料表明，矩阵法能在低频、运算放大器等方面广泛应用。而在高频、选频等方面，却因参数不全而受到某些（晶体管的 y 参数及自感系数、互感系数等）限制，但这可以在实践中逐步加以解决。因此，推广到高频、选频方面，有着广阔的前景。

诚然，晶体管电路的系统分析方法，非此一种，但就本书来说，希望它能起到“抛砖引玉”的作用。

本书的初稿，曾在几所大学试讲过，同时也征集到某些修改意见，这对丰富本书内容，提高本书质量，起到一定作用。此外，本书在定稿过程中，承蒙唐棣副教授进行审阅，在此谨致谢意。

由于编者水平有限，本书一定还存在许多不足之处，衷心希望得到读者的批评指正。

1981 年 11 月

目　　录

一、一般网络的矩阵分析

晶体管电路的分析方法，大致分三类：

1）工程估算法；

2）拓扑法；

3）矩阵法。

其中，工程估算法流传最广。对一些典型电路，已经形成一套分析与综合的规律。对复杂情况，比如分析复杂的反馈电路，常常出于分析上的困难，不得不在精度上作出牺牲。

矩阵法则不然。首先，矩阵法是严谨的方法。其次，用它来分析电路，无论电路烦、简，或者有、无反馈，分析方法都一样。因此，用矩阵法分析电路，不存在无从入手的问题。第三，由于方法统一，适于用计算机作整机性能分析。

下面从导纳矩阵入手来介绍矩阵分析法。

用矩阵法来讨论由电阻、电感、电容、电源等二端元件构成的一般网络问题，其重点可放在建立矩阵方程及解矩阵方程两个方面。

（一）应用回路电流法建立矩阵方程

对于一般网络来说，当独立回路数目少于独立节点数目时，应用回路电流法建立矩阵方程较为方便。对于具有n个

独立回路的网络，可以选取各回路电流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、…、$\dot{I}_n$ 作为独立的变量，并规定回路电流的正方向均相同。同时还规定用 $\dot{E}_1$，$\dot{E}_2$，…$\dot{E}_n$ 分别表示 n 个回路的回路电势；用 Z_{ii} 表示第 i 个回路的自阻抗；用 Z_{ik} 表示第 i 个回路与第 k 个回路之间的互阻抗。自阻抗为正，互阻抗为负。

根据基尔霍夫第二定律，可以列出此网络的 n 个回路方程。即

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \cdots + Z_{1n}\dot{I}_n, \\ \dot{E}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \cdots + Z_{2n}\dot{I}_n, \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \dot{E}_n = Z_{n1}\dot{I}_1 + Z_{n2}\dot{I}_2 + \cdots + Z_{nn}\dot{I}_n。 \end{cases} \tag{1}$$

将上式写成矩阵形式为：

$$\begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \vdots \\ \dot{E}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} Z_{12} \cdots Z_{1n} \\ Z_{21} Z_{22} \cdots Z_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ Z_{n1} Z_{n2} \cdots Z_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix} \tag{2}$$

方程（2）就是应用回路电流法建立的矩阵方程。

式中

$$\boldsymbol{Z} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{pmatrix}$$

称为阻抗矩阵。它的主对角线上的元素 Z_{ii} 是第 i 个回路的自阻抗，而在主对角线两侧对称位置上的元素 Z_{ik} 和 Z_{ki}，是

第 i 个回路与第 k 个回路之间的互阻抗。对无源网络来说，阻抗矩阵为对称矩阵。

$$\boldsymbol{i}=\begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \vdots \\ \dot{i}_n \end{pmatrix}$$

称为回路电流列向量。它的分量分别是各个回路的回路电流 $\dot{i}_1$、$\dot{i}_2$、…、$\dot{i}_n$。

$$\boldsymbol{e}=\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}$$

称为回路电势列向量。它的分量分别是各个回路的回路电势 e_1、e_2、…、e_n。因此，矩阵方程(2)又可写成向量形式。即

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{Z}\cdot\boldsymbol{i}. \tag{3}$$

对于一般网络，通常是给出网络结构和参数，需要求电流。因此，阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 和回路电势列向量 $\boldsymbol{e}$ 通常是已知量，而电流列向量 $\boldsymbol{i}$ 是未知量。当 $\boldsymbol{Z}$ 为非奇异矩阵时（实际网络总满足这个条件），求得回路电流列向量为：

$$\boldsymbol{i}=\boldsymbol{Z}^{-1}\cdot\boldsymbol{e}. \tag{4}$$

式中，$\boldsymbol{Z}^{-1}$ 是阻抗矩阵的逆矩阵。

由此可知，用矩阵法求回路电流列向量 $\boldsymbol{i}$ 的方法是，先写出阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$，然后求其逆矩阵 $\boldsymbol{Z}^{-1}$，再左乘回路电势列向量 $\boldsymbol{e}$ 即可。

［例 1］ 写出图 1 所示电路的回路电势列向量和阻抗矩阵。

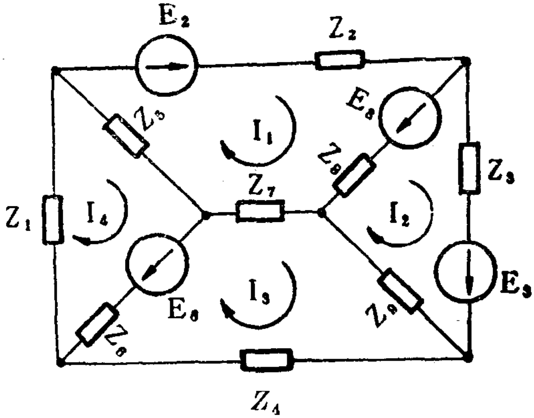

图 1

解：图 1 是平面网络。它有四个网孔，每个网孔都可以看成是一个独立的回路。因此，可以选定此四个网孔的电流 I_1、I_2、I_3 和 I_4 为回路电流，且取顺时针方向为正。因为回路电流的数目等于回路电势列向量的维数，也等于阻抗矩阵的阶数。所以，回路电势列向量 e 应有四个分量。设第一个分量为 e_1，它等于第一个网孔内的各电势的代数和。第一个网孔包含两个电势 E_2 和 E_8，而 E_2 和 E_8 本身的正方向又与选定的第一个网孔的回路电流方向一致，所以为正值（否则为负值）。于是得出第一个回路的回路电势 e_1。即

$$e_1 = E_2 + E_8.$$

同理，可得其余回路的回路电势 e_2，e_3，e_4。即

$$e_2 = E_3 - E_8,$$

$$e_3 = -E_6,$$

$$e_4 = E_6.$$

由此得回路电势列向量为：

$$\boldsymbol{e}=\begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array}\begin{pmatrix}e_1\\e_2\\e_3\\e_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}E_2+E_8\\E_3-E_8\\-E_6\\E_6\end{pmatrix}$$

由（2）式可知，阻抗矩阵主对角线上的元素为各回路的自阻抗，主对角线两侧元素为相应回路的互阻抗。第 i 个回路的自阻抗 Z_{ii} 等于第 i 个回路的回路电流 I_i 所流经的阻抗的代数和。于是，得此电路的四个回路的自阻抗分别为：

$$Z_{11}=Z_2+Z_5+Z_7+Z_8,$$
$$Z_{22}=Z_3+Z_8+Z_9,$$
$$Z_{33}=Z_4+Z_6+Z_7+Z_9,$$
$$Z_{44}=Z_1+Z_5+Z_6.$$

Z 的脚码 ij 表示该元素在阻抗矩阵中的位置，脚码中的第一个数字 i 表示该元素在阻抗矩阵中处于 i 行，第二个数字 j 表示该元素在阻抗矩阵中的 j 列。

由两个回路电流 I_i，I_j 同时流经的阻抗称为互阻抗，记为 Z_{ij}。当选择回路电流正方向相同时，互阻抗皆为负值。

此电路的互阻抗分别为：

$$Z_{12}=Z_{21}=-Z_8,$$
$$Z_{13}=Z_{31}=-Z_7,$$
$$Z_{14}=Z_{41}=-Z_5,$$
$$Z_{23}=Z_{32}=-Z_9,$$
$$Z_{24}=Z_{42}=0,$$
$$Z_{34}=Z_{43}=-Z_6.$$

由于网络中有四个回路电流，因此，对应的阻抗矩阵为四阶方阵。将自阻抗按脚码标注的位置写在主对角线的相应位置上，再将互阻抗按脚码标注的位置写在与主对角线对称的位置上，于是就得出此电路的阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$。即

$$\boldsymbol{Z}=\begin{array}{c} \\ 1\\ 2\\ 3\\ 4 \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}\\ \begin{bmatrix} Z_2+Z_5+Z_7+Z_8 & -Z_8 & -Z_7 & -Z_5\\ -Z_8 & Z_3+Z_8+Z_9 & -Z_9 & 0\\ -Z_7 & -Z_9 & Z_4+Z_6+Z_7+Z_9 & -Z_6\\ -Z_5 & 0 & -Z_6 & Z_1+Z_5+Z_6 \end{bmatrix}\end{array}$$

〔例 2〕 求图 2 所示电路的四个回路电流。

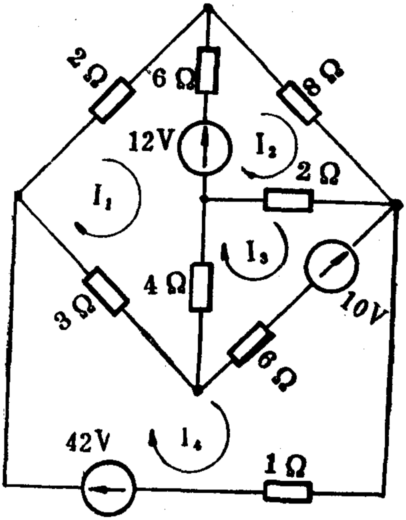

图 2

解：图2所示电路是平面网络，它的四个网孔都可以选作独立回路。因此，选取 I_1、I_2、I_3 和 I_4 为回路电流，其正方向如图2所示。由于回路电势列向量的维数与回路电流的数目相同，所以是四维向量。它的第一个分量 e_1 等于第一个回路的电势代数和。此回路只有一个电势，电势的正方向与此回路的回路电流的正方向相反，所以 $e_1=-12V$。第二个分量 e_2 为第二个回路的电势的代数和。因为第二个回路也只有一个电势，其方向与这个回路的回路电流的方向相同，应取正值，所以 $e_2=12V$。同理 $e_3=-10V$，$e_4=42+10=52V$。由此得出回路电势列向量 $\boldsymbol{e}$。即

$$\boldsymbol{e}=\begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array}\begin{pmatrix}-12\\12\\-10\\52\end{pmatrix}$$

将自阻抗按脚码标注的位置写在主对角线的相应位置上，将互阻抗写在对角线两侧对称的位置上，于是就得到此网络的阻抗矩阵。即

$$\boldsymbol{Z}=\begin{array}{c}\\1\\2\\3\\4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}\quad 1\quad & \quad 2\quad & \quad 3\quad & \quad 4\quad\end{array}\\ \begin{pmatrix}2+3+4+6 & -6 & -4 & -3\\ -6 & 2+6+8 & -2 & 0\\ -4 & -2 & 2+4+6 & -6\\ -3 & 0 & -6 & 1+3+6\end{pmatrix}\end{array}$$

$$=\begin{array}{c}\\1\\2\\3\\4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}1 & 2 & 3 & 4\end{array}\\ \begin{pmatrix}15 & -6 & -4 & -3\\ -6 & 16 & -2 & 0\\ -4 & -2 & 12 & -6\\ -3 & 0 & -6 & 10\end{pmatrix}\end{array}$$

把 $\boldsymbol{Z}$ 代入(3)式，得出回路电流的矩阵方程。即

$$\begin{pmatrix} 15 & -6 & -4 & -3 \\ -6 & 16 & -2 & 0 \\ -4 & -2 & 12 & -6 \\ -3 & 0 & -6 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -10 \\ 52 \end{pmatrix}$$

解此矩阵方程得回路电流列向量为：

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = \left\{\begin{pmatrix} 15 & -6 & -4 & -3 \\ -6 & 16 & -2 & 0 \\ -4 & -2 & 12 & -6 \\ -3 & 0 & -6 & 10 \end{pmatrix}\right\}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -10 \\ 52 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{8588}\begin{pmatrix} 1304 & 620 & 1048 & 1020 \\ 620 & 848 & 630 & 564 \\ 1048 & 630 & 1846 & 1452 \\ 1020 & 564 & 1452 & 2036 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -10 \\ 52 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} \text{(安)}。$$

即 $I_1 = 4$(安)，$I_2 = 3$(安)，$I_3 = 6$(安)，$I_4 = 10$ (安)。

〔例 3〕 在图 3 所示的电路中，假定当 $t=0$ 时，接入一

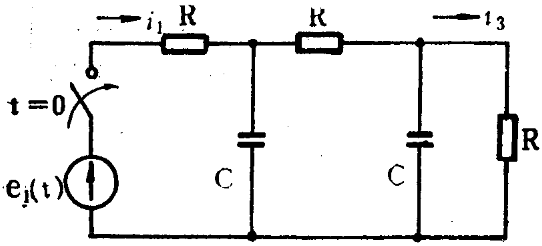

图 3

电势 $e_1(t)$（函数已知），试求电流 i_1 和 i_3。

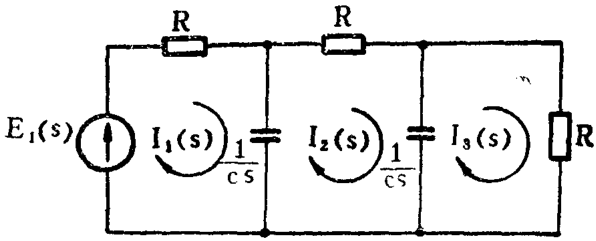

图 4

解：这是一个计算平面网络暂态过程的问题，用算子法求解比较方便。此电路的算子等效电路如图 4 所示。设电容器的初始电压为零。选三个独立网孔的回路电流的象函数作为独立回路的回路电流，分别记为 $I_1(S)$、$I_2(S)$和 $I_3(S)$。由于有三个独立回路，所以电势列向量是三维的。它的第一个分量 e_1 等于第一个回路的电势代数和。由于只有一个电势，其方向与此回路电流的正方向相同，所以为正，即 $e_1 = E_1(S)$。第二个分量 e_2 等于第二个回路电势代数和。此回路中无电势，所以 $e_2 = E_2(S) = 0$。第三个回路中也无电势，所以 $E_3(S) = 0$。于是得电势列向量为：

$$\boldsymbol{E}(S) = \begin{pmatrix} E_1(S) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中，$E_1(S) = \int_0^\infty e_1(t)\, e^{-st} dt$ 是接入电势$e_1(t)$的象函数。

算子形式的自阻抗分别为：

$$Z_{11}(S) = R + \frac{1}{SC},$$

$$Z_{22}(S)=R+\frac{2}{SC},$$

$$Z_{33}(S)=R+\frac{1}{SC}.$$

算子形式的互阻抗分别为：

$$Z_{12}(S)=-\frac{1}{SC}=Z_{21}(S),$$

$$Z_{13}(S)=0=Z_{31}(S),$$

$$Z_{23}(S)=-\frac{1}{SC}=Z_{32}(S).$$

将它们按脚码标注的位置添到三阶矩阵中去，得算子阻抗矩阵 $Z(S)$ 为：

$$\boldsymbol{Z}(S)=\begin{array}{c} \\ 1\\ 2\\ 3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}1 & 2 & 3\end{array}\\ \begin{pmatrix} R+\frac{1}{SC} & -\frac{1}{SC} & 0\\ -\frac{1}{SC} & R+\frac{2}{SC} & -\frac{1}{SC}\\ 0 & -\frac{1}{SC} & R+\frac{1}{SC}\end{pmatrix}\end{array}$$

写成回路电流矩阵方程的向量形式为：

$$\boldsymbol{Z}(S)\cdot\boldsymbol{I}(S)=\boldsymbol{E}(S).$$

由此解得回路电流列向量的象函数形式为：

$$\boldsymbol{I}(S)=\boldsymbol{Z}^{-1}(S)\cdot\boldsymbol{E}(S)$$

其中，

$$\boldsymbol{Z}^{-1}(S)=\frac{1}{\triangle}\begin{pmatrix} A_{11}(S) & A_{21}(S) & A_{31}(S)\\ A_{12}(S) & A_{22}(S) & A_{32}(S)\\ A_{13}(S) & A_{23}(S) & A_{33}(S)\end{pmatrix}$$

Δ 为阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}(S)$ 的行列式。$A_{ik}(S)$ 为算子阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}(S)$ 的 i 行 k 列元素的代数余子式。故有

$$\boldsymbol{I}(S)=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11}(S) & A_{21}(S) & A_{31}(S) \\ A_{12}(S) & A_{22}(S) & A_{32}(S) \\ A_{13}(S) & A_{23}(S) & A_{33}(S) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} E_1(S) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11}(S)\ E_1(S) \\ A_{12}(S)\ E_1(S) \\ A_{13}(S)\ E_1(S) \end{pmatrix}$$

$$=\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\begin{pmatrix} \dfrac{R^2C^2S^2+3RCS+1}{R(R^2C^2S^2+4RCS+3)}\cdot E_1(S) \\ \dfrac{1}{R(RCS+3)}\cdot E_1(S) \\ \dfrac{1}{R(R^2C^2S^2+4RCS+3)}E_1(S) \end{pmatrix}$$

这就是此三个回路电流象函数解的向量形式的表达式。

若接入电势为阶跃信号 $e_1(t)=E_0\cdot 1(t)$，它的象函数为 $E_1(S)=\dfrac{E_0}{S}$。把它代入上式，经拉普拉斯反变换，便得到回路电流的瞬时值表达式。即

$$i_1(t)=L^{-1}[I_1(S)]$$

$$=L^{-1}\left[\frac{R^2C^2S^2+3RCS+1}{R(R^2C^2S^2+4RCS+3)}\cdot\frac{E_0}{S}\right]$$

$$=L^{-1}\left[\frac{E_0}{3RS}+\frac{CE_0}{2(RCS+1)}+\frac{CE_0}{6(RCS+3)}\right]$$

$$=L^{-1}\left(\frac{E_0}{3R}\cdot\frac{1}{S}+\frac{\dfrac{E_0}{2R}}{\left(S+\dfrac{1}{RC}\right)}+\frac{\dfrac{E_0}{6R}}{\left(S+\dfrac{3}{RC}\right)}\right)$$