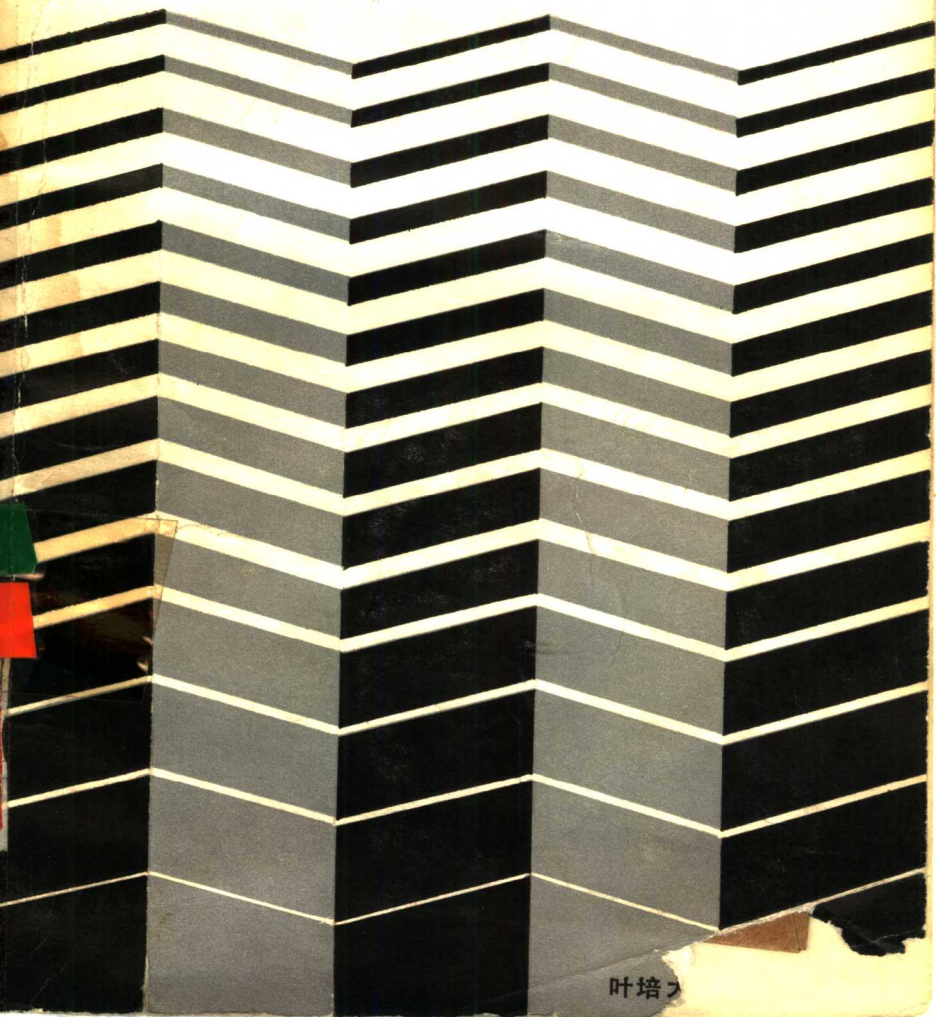


# 光波导技术

## 基本理论



叶培大

# 光波导技术基本理论

叶培大 吴彝尊 编著

人民邮电出版社

## 内 容 提 要

光通信和光集成电路的发展,促进了光波导技术基本理论的研究。近年来,国内外发表了许多论文,本书综合、分析了这些研究成果,把它系统化,由浅入深地讲了光波导和光波导元件的基本理论、基本分析方法。

本书主要是为光通信、激光、微波、物理、应用数学等专业的科技人员、大专院校教师、研究生和高年级学生编写的。

### 光波导技术基本理论

叶培大 吴彝尊 编著

\*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

\*

开本: 787×1092 1/32      1981年9月第一版

印张: 17 20/32页数: 282      1981年9月北京第一次印刷

字数: 402千字      印数: 1—3,850册

统一书号: 15045·总2512-无6152

定价: 1.80元

## 前 言

近年来，随着光纤通信和光集成电路的迅速发展，光频段波导与波导元件的研究和制造，进入全面发展时期。这种情况与四十年代微波波导技术的发展相类似。由于研究的对象主要是光波导及由光波导构成的元件，因此，我们用光波导技术来概括代表这一门新学科。

本书是在作者讲课教材的基础上编成的，其内容限于光波导及光波导元件的基本理论、基本分析方法以及一部分基本设计计算。目的在于帮助读者熟悉这门新学科的基本理论，并对它有较系统的了解。

本书主要是为光通信、激光、微波、物理、应用数学等专业的科技人员，大专院校的教师、研究生和高年级学生编写的。

本书共分七章，前四章为光波导基本理论，由叶培大同志执笔，后三章为光波导元件的基本理论和技术，由吴彝尊同志执笔。

光波导技术是一门崭新的技术，理论基础广泛，作者水平与经验有限，错误和不妥之处在所难免，望读者批评指正。

作者

北京邮电学院

1980年4月

# 目 录

第一章 波动及射线理论基础	1
§ 1 马氏方程式	1
§ 2 波动方程	6
§ 3 Helmholtz 方程	10
3-1 标量近似解	11
3-2 矢量解	13
§ 4 平面波的一般特性	14
§ 5 平面波的传输——传输线模拟	21
§ 6 平面波的反射与折射	25
6-1 Snell 定律	26
6-2 反射与传递(或折射)-Frensel 公式	28
6-3 全反射的相移	30
§ 7 平面波和表面波、辐射波	31
§ 8 射线光学基础-eikonal 方程	35
8-1 eikonal 方程	36
8-2 本地平面波	39
§ 9 射线方程及简单应用	41
9-1 方程推导	41
9-2 简单举例	42
9-3 射线集(或光束)及焦散面定义	45
附录 I	47
第二章 介质薄膜波导	52
§ 1 薄膜波导的一般分析——射线法	53

§ 2 导波分析——射线法 .....	57
2-1 导波特点及色散方程 .....	58
2-2 截止条件、单模传输、模式数量 .....	62
§ 3 泄漏波 .....	65
3-1 非均匀平面波 .....	65
3-2 非均匀平面波的反射与传输 .....	67
3-3 泄漏波特点 .....	68
§ 4 Goos-Hänchen 位移与有效厚度 .....	69
§ 5 薄膜波导的导波——波动理论分析法 .....	72
5-1 TE 正规模 .....	75
5-2 TM 正规模 .....	79
5-3 正规模的对称性 .....	80
§ 6 薄膜波导的辐射模、消失模及泄漏模——波动理论分析法 .....	85
6-1 TE 辐射模 .....	85
6-2 TE 泄漏模 .....	87
6-3 TE 消失波 .....	89
§ 7 折射率渐变的对称薄膜波导 .....	91
7-1 抛物形剖面 .....	92
7-2 指数形剖面 .....	94
§ 8 薄膜波导衰减简述 .....	97
附录 II .....	101
<b>第三章 介质带状波导 .....</b>	<b>111</b>
§ 1 带状波导正规模近似分析 .....	113
1-1 近似方法 .....	113
1-2 $E_{mn}^+$ 模式分析 .....	116
1-3 $E_{mn}^+$ 正规模分析结果的讨论 .....	120
1-4 $E_{mn}^+$ 正规模 .....	123

§ 2 矩形介质波导——圆谐函数分析法 .....	125
2-1 公式推导 .....	126
2-2 边界匹配 .....	129
2-3 场型 .....	133
2-4 传输曲线 .....	135
§ 3 带状波导的弯曲 .....	138
3-1 波导弯曲及坐标 .....	139
3-2 $E_{mn}^*$ 电磁场的表达方法 .....	140
3-3 边界匹配及色散方程 .....	142
3-4 公式推导结果 .....	146
3-5 $E_{11}^*$ 衰减曲线说明 .....	149
3-6 $a/R$ 大时的计算公式 .....	151
3-7 结果分析与结论 .....	153
附录 III .....	156
第四章 光纤 .....	165
§ 1 阶梯折射率光纤的分析——射线法 .....	168
1-1 子午线及数字孔径 .....	168
1-2 子午线及色散 .....	171
1-3 偏射线 .....	173
§ 2 阶梯折射率光纤——标量近似分析法 .....	175
2-1 横向电场近似解 .....	177
2-2 特征方程或色散方程 .....	179
2-3 截止条件和波型分类 .....	181
2-4 各标量模的功率 .....	187
§ 3 阶梯折射率光纤里正规模分析——射线分析法 .....	190
3-1 本地平面波——射线 .....	190
3-2 正规模的色散方程 .....	193
3-3 几种特殊情况—Whispering-Gallery 模式 .....	197
3-4 传输模式的数量 $M$ .....	198

§ 4	阶梯折射率光纤的严格解——矢量场解	199
4-1	Helmholtz 方程和 $E_z, H_z$	200
4-2	马氏方程及其它分量解	203
4-3	边界条件及特征方程	204
4-4	截止条件和各种波型	208
4-5	场型图	216
4-6	远离截止时的情况	219
§ 5	渐变折射率光纤——射线分析	220
5-1	在圆柱坐标系里的射线方程	223
5-2	射线方程的解	225
5-3	子午线	227
5-4	偏射线和螺旋线	231
§ 6	渐变折射率光纤的近似分析——WKBJ 法	235
6-1	用WKBJ法分析均匀波导和薄膜波导	236
6-2	用WKBJ 法分析非均匀波导	237
6-3	能传输的波数量 $M(\beta)$ 有多少?	241
6-4	模式群和它们的传输系数 $\beta_p$	245
6-5	数字孔径和功率分布	248
§ 7	光纤的衰减	250
7-1	物质的吸收损耗	251
7-2	物质的散射损耗	254
7-3	波导散射	256
7-4	光纤弯曲产生的辐射	257
7-5	外套损耗	259
§ 8	光纤色散——脉冲展宽	263
8-1	材料色散	265
8-2	单模传输时的色散	268
8-3	什么是脉冲响应宽度均方根值?	271
8-4	多模传输时脉冲响应展宽均方根值的普遍表示式	276



§ 9 渐变折射率光纤的色散——折射率剖面的设计·····	283
9-1 渐变折射率光纤各模式群的群时延·····	283
9-2 脉冲响应展宽均方根值和 $\alpha$ 的选择·····	286
9-3 其它·····	291
附录 IV·····	296
<b>第五章 横向耦合元件分析理论</b> ·····	<b>320</b>
§ 1 介质光波导耦合波方程·····	321
§ 2 耦合波基本特性·····	330
§ 3 光波导耦合系数·····	337
3-1 耦合系数的面积分形式·····	338
3-2 用极化电流概念推导耦合系数公式·····	341
§ 4 耦合系数的计算举例·····	345
4-1 薄膜波导耦合系数计算·····	345
4-2 光纤波导耦合系数计算·····	348
§ 5 场型分析求解耦合系数·····	355
5-1 耦合结构带状波导 $E_{mn}^y$ 模式分析·····	358
5-2 $k_x$ 与 $\Delta\beta$ 值的计算·····	364
§ 6 变分法的应用·····	365
6-1 传播常数的变分表示式·····	365
6-2 耦合系统解答·····	370
§ 7 梯度变化横向耦合器·····	374
附录 V·····	380
<b>第六章 光束耦合基本理论</b> ·····	<b>386</b>
§ 1 用射线法分析直接轴向耦合·····	387
1-1 发光面与接收面之间功率传输·····	387
1-2 光纤轴向耦合的计算·····	388
§ 2 用模式分析法分析直接轴向耦合·····	391
2-1 Born 近似计算·····	391

2-2	模式分析算法	400
<b>§ 3</b>	<b>薄膜光波导棱镜耦合的分析</b>	<b>410</b>
3-1	棱镜耦合系统	410
3-2	棱镜耦合的分析计算	413
<b>§ 4</b>	<b>栅状结构耦合器原理</b>	<b>425</b>
4-1	耦合模式之间的基本关系式	425
4-2	矩形栅状耦合结构的分析	429
4-3	输入耦合效率的分析	438
<b>第七章</b>	<b>光频调制器</b>	<b>444</b>
<b>§ 1</b>	<b>电光晶体特性</b>	<b>445</b>
1-1	介质介电常数张量特性	445
1-2	平面波在各向异性介质中的传播特性	452
1-3	几何图形法	457
1-4	电光效应	459
1-5	电场作用下晶体主轴座标变换计算举例	462
1-6	电光晶体调制的举例	466
<b>§ 2</b>	<b>声光晶体特性</b>	<b>475</b>
2-1	声波光波效应	475
2-2	声光 Bragg 衍射作用的分析	480
<b>§ 3</b>	<b>光波导方向耦合调制器</b>	<b>488</b>
3-1	光波导方向耦合调制器一般概念	489
3-2	等效折射率法	493
3-3	带状波导方向耦合调制器设计计算举例	494
<b>§ 4</b>	<b>耦合模波导调制器原理</b>	<b>502</b>
4-1	耦合模波导调制基本方程	503
4-2	薄膜波导模式耦合调制设计计算举例	506
<b>§ 5</b>	<b>耦合模电光晶体波导调制器的分析</b>	<b>512</b>
5-1	考虑旁频的模式耦合方程	513
5-2	双模式耦合方程	518

5-3	薄膜波导 TE-TE 模式调制 .....	522
5-4	薄膜波导 TM-TM 与 TE-TM 模式调制 .....	525
5-5	调制器的计算 .....	528
§ 6	声波光波波导调制分析基本理论 .....	531
6-1	声波光波薄膜波导调制方程 .....	532
6-2	Green 函数法 .....	535
6-3	功率平衡法 .....	538
附录 VII	.....	542

# 第一章 波动及射线理论基础

分析光波导及光学元部件，应用两种理论：波动及射线理论。后者亦即几何光学。射线理论的优点是简单直观。分析简单问题，例如薄膜波导(一维问题)，与用波动理论得出的结果一致。对于复杂问题，例如渐变折射率多模光纤，波导激发(或耦合)等，可以给出直接的概念。这无论对理论和实验工作者都有帮助。但是分析复杂问题，只能给出粗糙的结果，这是射线理论的缺点。一般而言，要得出全面、正确的解析或数字结果，还必须采用波动理论，它的中心是模式理论和耦合模式理论。

本章先讲波动理论基础，至于模式及耦合模式分析则分散在各章里叙述。然后，简述有关的射线理论。

本章的目的是对后续的章节提供基础。并给出经常应用的方程和公式，以便查阅。

## § 1 马氏方程式

我们把在光波导及光学元部件里的光作为经典电磁场来处理，因此它必然服从电磁场规律。

电磁场的基本规律，由马氏方程表出，它们是，

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (1-2)$$

这是最基本的方程。把上面两式取散度，并利用电荷不灭规律，即

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-3)$$

可得出：

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1-4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1-5)$$

所以(1-4) (1-5)不是独立的方程。但一般把(1-1) (1-2) (1-4)(1-5)称为马氏方程。

式中的  $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 、 $\vec{D}$ 、 $\vec{B}$ 、 $\vec{J}$ 、 $\rho$  各代表矢量电场强度、磁场强度、电位移(或称电通量密度)、磁感应强度(或称磁通量密度)、电流密度以及标量电荷密度\*。

“ $\nabla \times$ ”代表旋度，“ $\nabla \cdot$ ”代表散度。(1-1)式表示磁场随时间而变化，感应出电场；(1-2)式表示总电流（位移电流及传导电流）产生磁场；(1-4)式代表电场终止于电荷；(1-5)式表示磁感应强度永远是封闭的。这是由于到现在为止，尚未发现有孤立的磁荷的缘故。

如果在研究的范围里没有源，物质又无导电率  $\sigma$ ，则上面一些式子里的  $\vec{J}$ 、 $\rho$  均为零。

如果电磁场作简谐振荡，即时间的函数为  $\exp(j\omega t)$ ，则  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$ ，马氏方程成为：

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (1-6)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} \quad (1-7)$$

---

\* 也有人把  $\vec{E}$  和  $\vec{B}$  作为场， $\vec{D}$ 、 $\vec{H}$  作为感应量。此外，严格讲，一个矢量的旋度  $\nabla \times \vec{A}$  不是一般的矢量，而称为轴矢量或反对称张量。

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1-4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1-5)$$

此时,  $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 、 $\vec{D}$ 、 $\vec{B}$ 、 $\vec{J}$  均为复矢量, 即有幅度, 有相位, 又有方向。

此后将用简谐振动的方程式作分析。这无损于分析的普遍性。因为人所共知其它振荡可用富氏级数(周期  $T$  有限)或富氏积分(周期  $T$  为无穷)来表达。

只有两个独立的方程(1-1)(1-2)还不足以解出  $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$ 、 $\vec{B}$ 、 $\vec{D}$ , 还需要知道  $\vec{E}$ 、 $\vec{H}$  与  $\vec{D}$ 、 $\vec{B}$  之间的关系。这个关系随电磁场所在的物质而异。如果物质各向异性, 又不均匀, 即各处不同, 则

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}) &= \overset{\leftrightarrow}{\epsilon}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}) \\ \vec{B}(\vec{r}) &= \overset{\leftrightarrow}{\mu}(\vec{r}) \cdot \vec{H}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (1-8)$$

式中  $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$ 、 $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$  为物质的张量介电系数和张量导磁率, 代表物质各向异性。 $\vec{r}$  代表某一点, 所以式(1-8)里各物理量均随地点而异, 即代表不均匀性。

张量为  $3 \times 3$  的矩阵。最简单的例子有铁氧体、双轴和单轴晶体。前者的  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$  为:

$$\overset{\leftrightarrow}{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_0 \mu_r & -jk\mu_0 & 0 \\ jk\mu_0 & \mu_0 \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

式中  $\mu_0$  是真空的导磁率;  $\mu_r = 1 + \frac{\omega_0 \omega_M}{\omega_0^2 - \omega^2}$ ;  $k = \frac{\omega \omega_M}{\omega_0^2 - \omega^2}$ ;  $\omega$  为工作频率;  $\omega_0$  为铁氧体进动频率;  $\omega_M$  为铁氧体本征频率。

双轴晶体的  $\overset{\leftrightarrow}{\epsilon}$  为:

$$\overleftrightarrow{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

对于单轴晶体,  $\epsilon_{22} = \epsilon_{33}$ 。

(1-8)式右方乘积是标量乘积\*。对于各向异性物质, 一般而言,  $\vec{E}$  和  $\vec{D}$  不同向,  $\vec{H}$  和  $\vec{B}$  不同向, 这从(1-8)式可以看出。

简单一些的情况是物质各向同性, 但不均匀, 则上面一些式子里的  $\overleftrightarrow{\epsilon}(\vec{r}), \overleftrightarrow{\mu}(\vec{r})$  变为  $\epsilon(\vec{r}), \mu(\vec{r})$ ,  $\vec{r}$  仍代表点, 即  $\vec{r} = \vec{i}_x x + \vec{i}_y y + \vec{i}_z z$ ,  $\vec{i}_x, \vec{i}_y, \vec{i}_z$  各为直角坐标系里的单位矢量。 $\epsilon(\vec{r}), \mu(\vec{r})$  为随地而异的标量。如此,  $\vec{E}$  和  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$  和  $\vec{B}$  将同向。

最简单的情况是物质既各向同性、又均匀, 则这两个物理量成为  $\epsilon$  和  $\mu$ , 它们是常标量, 而(1-8)式成为:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (1-11)$$

注意上面的关系是线性的, 不是非线性的。此外, 假设物质是非色散的, 即不随频率而变化。提醒这两点是重要的, 因为调制器的介质是呈非线性的, 而光纤则是有物质色散(或称材料色散)的。

上面这些方程称为物质的关联方程。

只有极简单的问题, 才有可能直接应用马氏方程来求解, 一般问题均须求解波动方程, 并满足边界条件以得到电磁场的唯一解。

由于我们所讨论的光波导、光元部件都是介质的, 很少用

---

\* 一个张量与一个矢量的标量乘积是一个矢量。运算方法是把张量作为  $3 \times 3$  矩阵, 矢量列成列矩阵, 然后作矩阵相乘。

到金属，因此，这里讨论的仅仅是两种不同介质的交界面的边界条件。同时这两种介质的介电系数和导磁率的不连续是有界的。

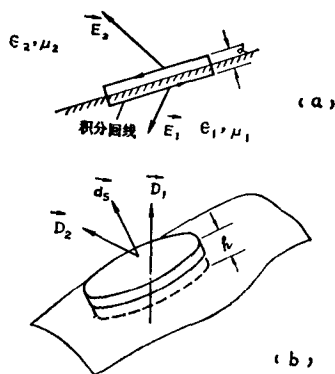


图 1-1 (a) 因为  $d \rightarrow 0$  时,  $\vec{E}$  的回路积分 ( $\nabla \times \vec{E}$  的通量) 为零, 所以它们的切线分量连续。(b) 因为  $\nabla \cdot \vec{D}$  的体积分为零 (无源), 如果  $h \rightarrow 0$ , 则进下表面的电通量等于出上表面的电通量, 所以它们的法线分量连续。

图 1-1(a) 代表两种介质的交界及积分回路。 $\epsilon_1, \mu_1$  和  $\epsilon_2, \mu_2$  是两种介质的介电系数和导磁率,  $\vec{E}_1$  和  $\vec{E}_2$  是两种介质里的电场强度

在这种情况下, 应用图 1-1(a), 把  $\vec{E}$  和  $\vec{H}$  沿着图上所示的回路作积分。当压缩回路使它的面积趋于零时, 通过回线的磁或电通量等于零, 回路积分等于零, 其结果是使两介质的电场和磁场强度  $\vec{E}$  和  $\vec{H}$  相切于交界面的分量相等, 即连续, 为:

$$E_{t_1} = E_{t_2}, H_{t_1} = H_{t_2} \quad (1-12)$$

式中角标  $t$  表示切线方向。图

1-1(b) 代表两种介质的交界及小圆柱体,  $\vec{d}s$  及  $h$  是小圆柱体的上表面及高度,  $\vec{D}_1$  和  $\vec{D}_2$  是两种介质里的电通量密度。设在交界面处无自由电荷, 这就有:

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$

于是  $\nabla \cdot \vec{D}$  在图上小圆柱体的体积分为零, 当压缩小圆柱体使  $h \rightarrow 0$ , 则进入下表面的电通量等于出上表面的电通量, 于是  $\vec{D}$  的法线分量在交界面上连续, 即两法线分量相等。

依此类推, 由于



$$\nabla \cdot \vec{B} \equiv 0$$

所以  $\vec{B}$  的法线分量，在交界面上必然连续。这就是：

$$D_{1n} = D_{2n}, \quad B_{1n} = B_{2n} \quad (1-13)$$

式中角标  $n$  代表法线方向。

## § 2 波动方程

前已述及，对一般问题，必须解波动方程，并满足边界条件以求得电磁场。

所谓波动方程就是马氏方程(1-1)(1-2)(1-4)(1-5)的联立方程，并利用关联方程(1-8)或(1-11)。但是对于各向异性的物质[即应用公式(1-8)]，方程将变得十分复杂，在这里从略。我们仅对各向同性的物质导出波动方程。

联列方法为先对(1-1)(1-2)作旋度运算，得：

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mu \vec{H}) \quad (1-14)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \epsilon \vec{E}) + \nabla \times \vec{J} \quad (1-15)$$

在这里已经应用了公式(1-11)

为了展开以上两式，需要应用矢量恒等式。常用的有：

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla \cdot (\nabla \vec{A}) \quad (1-16)(a)$$

$$\nabla \times \varphi \vec{A} = \varphi \nabla \times \vec{A} + \nabla \varphi \times \vec{A} \quad (1-16)(b)$$

$$\nabla \cdot \varphi \vec{A} = \varphi \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla \varphi \quad (1-16)(c)$$

式中  $\vec{A}$ 、 $\varphi$  为任意矢量和标量。

在直角座标系统里，(1-16)(a)式里的  $\nabla \cdot (\nabla \vec{A}) = \nabla^2 \vec{A}$ ，此外，为了与一般书籍一致，本书里将在后面采用  $\nabla^2 \vec{A}$ 。