

高等学校教材

物理电子学

姚宗熙 郑德修 封学民 编

西安交通大学出版社

高等学校教材

物 理 电 子 学

姚宗熙 郑德修 封学民 编

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书全面地阐述了真空电子技术的物理基础。内容主要包括电子和离子的发射；带电粒子在真空中的运动；气体放电和等离子体物理基础；带电粒子、电磁辐射与固体表面的相互作用等4部分。此外还涉及真空电子技术领域中常遇到的一些其他物理现象，如真空击穿、荧光质发光等。为了说明物理原理的应用，书中还介绍了一些技术实例。

本书可作为物理电子技术专业本科生的教材，亦适用于真空电子器件、带电粒子束装置、表面分析技术等领域的广大科技人员阅读。

物 理 电 子 学

姚宗熙、郑德修、封学屏 编

责任编辑 李亚东

西安交通大学出版社出版

(邮政编码：710049)

陕西省印刷厂印装

陕西省新华书店经售

开本787×1092 1/16 印张20.75 字数：498千字

1991年6月第1版 1991年6月第1次印刷

印数：1—2000册

ISBN7-5605-0402-7/TN·28 定价：5.00元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986—1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部电子类教材办公室

246247/01

前 言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划，由电子物理与器件教材编审委员会《电子物理与器件》教材编审小组征稿并推荐出版，责任编辑徐淦卿。

本教材由西安交通大学电子物理技术教研室姚宗熙、郑德修和封学民三位副教授合作编写，浙江大学沈庆垓教授担任主审。

本课程的参考学时数为70学时，其主要内容为电子和离子的发射；带电粒子在真空中的运动；气体放电和等离子体物理基础；带电粒子、电磁辐射和固体表面的相互作用等4部分。所包含的4部分内容，既是物理电子技术专业的基础知识，又都可以发展为独立的技术课程。过去有关内容是在《阴极电子学》、《电子光学》、《气体电子学》、《表面分析技术》等4门专业课中分别讲述的。旧的教学安排存在着内容过于繁琐、彼此缺乏联系、所占学时太多的缺点。考虑到现代真空电子技术早已超出了传统的电真空器件范围，它已形成了以三束技术、表面分析技术、微细加工技术为主体的、内容广阔的科技领域。因此，从拓宽学生知识面的角度出发，重新精选上述4方面的内容作为现代真空电子学的物理基础以区别于旧的电真空物理是很有必要的。本书将这些内容放在一门课程中讲述是一种新的尝试。编者希望这样做将有利于加强各部分内容之间的有机联系，使学生获得在现代真空电子装置中所发生的各种物理过程的较完整的概貌。

除了上述4方面的基本内容外，本教材还单独列出两节讨论真空击穿和荧光质发光的物理过程。这两种现象是真空电子技术中经常遇到的，将它们归入本专业的物理基础也许是合适的。

本教材由封学民编写第一章，姚宗熙编写第二、三章，郑德修编写第四章，姚宗熙统编全稿。沈庆垓教授对本书初稿作了认真细致的审阅，并提出了许多宝贵的意见和建议。清华大学陆家和教授，西安交通大学唐天同教授也对本书的内容提出过宝贵的建议，编者对他们表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，书中不妥甚至错误之处在所难免，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

第一章 带电粒子在真空中的运动

§ 1.1 电子的基本性质	(1)
1.1.1 电子的质量和电荷量	(1)
1.1.2 电子的波动本质	(2)
§ 1.2 电子在均匀场中的运动	(4)
1.2.1 电子在均匀电场、磁场中的受力情况和运动方程	(4)
1.2.2 电子在静电场中的能量关系	(4)
1.2.3 电子在均匀电场中的运动	(5)
1.2.4 电子在均匀磁场中的运动	(9)
1.2.5 电子在复合场中的运动	(13)
§ 1.3 电子在非均匀场中的运动 电子光学基础	(17)
1.3.1 电子在非均匀电场中的运动 电透镜概念	(17)
1.3.2 电子在非均匀磁场中的运动 磁透镜概念	(27)
1.3.3 四极透镜概念	(31)
1.3.4 电子光学像差概念	(33)
§ 1.4 带电粒子在其它类型场中的运动	(36)
1.4.1 带电粒子在中心力场中的运动	(36)
1.4.2 带电粒子在高频电场中的运动 ^[1]	(39)
§ 1.5 带电粒子光学的应用	(42)
1.5.1 电子显微镜 ^{[1] [7]}	(42)
1.5.2 电子束器件	(44)
1.5.3 静电场谱仪 ^{[1] [2]}	(45)
1.5.4 磁场质谱仪 ^{[1] [2]}	(47)
1.5.5 回旋加速器 ^{[1] [2]}	(48)
§ 1.6 电子辐射	(49)
1.6.1 自由电子辐射 ^[1]	(49)
1.6.2 切伦柯夫辐射	(50)
参考书目	(51)

第二章 电子与离子发射

§ 2.1 金属自由电子模型	(52)
2.1.1 势阱中的电子	(52)
2.1.2 金属中自由电子的统计分布	(53)

§ 2.2	金属的表面势垒和逸出功	(57)
§ 2.3	纯金属的热电子发射	(61)
§ 2.4	热发射电子的初速	(63)
§ 2.5	电场作用下热发射电流的流通规律	(65)
2.5.1	“理想”二极管的全伏安特性和极间电位分布	(65)
2.5.2	拒斥场下的阳极电流	(67)
2.5.3	加速场下的阳极电流——肖特基效应	(68)
2.5.4	空间电荷限制下的阳极电流—— $3/2$ 次方定律	(70)
§ 2.6	半导体的热电子发射——氧化物阴极	(71)
2.6.1	阴极的分解和激活机理	(72)
2.6.2	氧化物阴极发射的半导体模型	(73)
§ 2.7	实用热阴极	(74)
§ 2.8	金属的场致电子发射	(78)
2.8.1	金属场致发射现象及其定性解释	(78)
2.8.2	金属场致发射方程	(80)
2.8.3	温度对场致发射的影响——冷场致发射	(82)
2.8.4	场致发射电子的能量分布	(84)
2.8.5	金属场致发射的实验研究	(86)
2.8.6	热场致发射	(90)
§ 2.9	半导体的场致电子发射	(91)
§ 2.10	钨锥阵列场致发射阴极	(94)
§ 2.11	场致离子发射	(96)
2.11.1	气体的场致电离	(96)
2.11.2	场致蒸发	(98)
2.11.3	液态金属场致电离 ^{[2.4] [2.5]}	(100)
§ 2.12	场致发射在材料科学中的应用举例	(101)
2.12.1	场致发射电子枪	(101)
2.12.2	场电子显微镜 (FEM) ^[2.8]	(102)
2.12.3	场离子显微镜 (FIM) ^[2.8]	(103)
§ 2.13	金属的光电子发射	(105)
2.13.1	金属光电子发射的基本特性	(106)
2.13.2	金属的光电子发射理论	(108)
§ 2.14	半导体的光电子发射	(111)
2.14.1	半导体光电子发射的物理过程	(111)
2.14.2	负电子亲和势 (NEA) 光电发射体	(117)
§ 2.15	实用光电阴极	(119)
	参考书目	(123)

第三章 气体放电和等离子体

§ 3.1 气相碰撞过程	(125)
3.1.1 粒子间碰撞的基本概念和规律	(125)
3.1.2 激发和电离	(128)
3.1.3 碰撞截面	(131)
3.1.4 第一类非弹性碰撞	(134)
3.1.5 第二类非弹性碰撞	(136)
3.1.6 光致激发与光致电离	(137)
3.1.7 热电离与热激发	(138)
3.1.8 X射线及核辐射引起的电离和剩余电离	(139)
3.1.9 其他碰撞过程	(141)
3.1.10 复合	(143)
§ 3.2 带电粒子在气体中的运动	(145)
3.2.1 带电粒子在气体中的热运动	(145)
3.2.2 带电粒子在气体中的迁移运动	(147)
3.2.3 带电粒子在气体中的扩散运动	(154)
§ 3.3 电子繁流理论和气体的击穿现象	(159)
3.3.1 气体放电的伏安特性	(159)
3.3.2 电子繁流理论	(161)
3.3.3 气体的击穿和帕邢定律	(166)
3.3.4 罗果夫斯基的空间电荷理论	(170)
§ 3.4 辉光放电	(172)
3.4.1 正常辉光放电的光区分布及定性分析	(173)
3.4.2 辉光放电阴极位降区	(175)
3.4.3 辉光放电的正柱区	(179)
3.4.4 反常辉光放电及阴极溅射	(181)
3.4.5 空心阴极放电	(183)
§ 3.5 弧光放电	(184)
3.5.1 弧光放电的阴极发射机理	(185)
3.5.2 弧光放电的伏安特性	(188)
3.5.3 弧光放电的正柱区	(189)
§ 3.6 等离子体的基本特性	(192)
3.6.1 等离子体及其分类	(192)
3.6.2 等离子体的电中性和德拜长度	(194)
3.6.3 等离子体振荡及频率	(196)
3.6.4 等离子体鞘层	(198)
3.6.5 等离子体的磁约束	(200)
3.6.6 等离子体的辐射	(201)
§ 3.7 等离子体离子源	(204)

3.7.1	离子源的主要用途、要求和分类	(204)
3.7.2	从等离子体中引出离子束	(207)
3.7.3	冷阴极潘宁离子源	(205)
3.7.4	双等离子体离子源	(210)
§ 3.8	真空击穿	(213)
3.8.1	真空中的预击穿过程	(214)
3.8.2	击穿过程及其机理	(219)
3.8.3	影响真空绝缘的因素	(221)
	参考书目	(223)

第四章 电子、离子、电磁辐射与固体表面的相互作用

§ 4.1	电子在固体表面的散射	(225)
4.1.1	电子与固体表面相互作用的物理图像	(225)
4.1.2	电子在固体表面的散射截面	(226)
4.1.3	电子在散射过程中的能量损失	(234)
§ 4.2	次级电子发射	(236)
4.2.1	次级电子能量分布曲线	(237)
4.2.2	次级电子发射系数	(238)
4.2.3	实用次级电子发射体	(242)
§ 4.3	俄歇电子与特征X射线	(245)
4.3.1	原子结构	(245)
4.3.2	俄歇电子发射	(247)
4.3.3	特征X射线	(253)
§ 4.4	电子衍射	(256)
4.4.1	衍射原理	(257)
4.4.2	衍射图形分析	(259)
4.4.3	低能电子衍射仪	(264)
§ 4.5	离子与固体表面的相互作用	(265)
4.5.1	离子与固体表面相互作用的物理图像	(265)
4.5.2	离子背散射	(267)
4.5.3	离子注入	(271)
4.5.4	离子激发的电子发射	(272)
4.5.5	离子激发的光子发射	(275)
§ 4.6	表面溅射及次级离子发射	(277)
4.6.1	溅射现象的基本特征	(277)
4.6.2	溅射机理	(281)
4.6.3	溅射过程对固体表面状态的影响	(282)
4.6.4	次级离子发射的实验规律	(284)
4.6.5	次级离子发射的理论模型	(288)

4.6.6 二次级离子质谱仪.....	(289)
§ 4.7 光电子能谱.....	(290)
4.7.1 光电子能谱的基本原理.....	(290)
4.7.2 X射线光电子能谱 (XPS)	(294)
4.7.3 紫外光电子能谱 (UPS)	(298)
§ 4.8 半导体的内光电效应.....	(299)
4.8.1 光电导.....	(300)
4.8.2 光生伏特效应.....	(305)
§ 4.9 电子束激发及光致荧光质发光.....	(310)
4.9.1 荧光体的结构特征.....	(310)
4.9.2 荧光质发光的主要参数.....	(311)
4.9.3 荧光质发光过程.....	(312)
4.9.4 荧光质发光的衰减过程.....	(313)
4.9.5 荧光质的中毒、疲劳和灼伤.....	(315)
4.9.6 实用荧光材料.....	(316)
参考书目.....	(318)

第一章 带电粒子在真空中的运动

§ 1.1 电子的基本性质

由物理学中有关物质结构的理论知道，世界上的一切物质都是由微粒构成。而原子是参与化学反应的最小微粒，它是由原子核（质子和中子）及绕核运动的电子所组成。电子是构成物质的“基本粒子”之一。物质的许多物理化学性能是由原子核外电子的数量和运动状态所决定。因此，了解电子的特征及性能是物理电子学的首要任务。

1.1.1 电子的质量和电荷量

早在1897年，汤姆逊（J. J. Thomson）就已通过实验方法，由电子在正交电磁场中产生的偏转，测定出电子的荷质比。稍后，密立根（R. A. Millikan）又通过油滴实验测定了电子的电荷量，从而也就确定了电子的质量。

电子的静止质量很小，只有质子的 $1/1836$ 。目前普遍公认的有关物理量为：电子静止质量 $m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{kg}$ ，电子电荷量 $e = -1.602 \times 10^{-19} \text{C}$ ，荷质比 $e/m_0 = -1.7588 \times 10^{11} \text{C/kg}$ 。

根据狭义相对论，电子与其它物质粒子一样，其质量不是常量，而是随电子运动速度而变化的量。运动中的电子质量 m_v 与其静止质量 m_0 的关系可用下式表示：

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (1-1)$$

式中， v 为电子速度， c 为真空中的光速。

由式 (1-1) 可见，当 $v \ll c$ 时， $(v/c)^2 \ll 1$ ， $m_v \approx m_0$ ，即慢速运动电子的质量实际上等于电子的静止质量。当 v 的值很大且接近光速时， m_v 便大大增加，这时便不能把电子的质量等同于它的静止质量了。

假定电子在加速电压 U 的作用下获得速度 v_0 ，而其质量与速度无关，则根据能量守恒定律可得

$$v_0 = \sqrt{\frac{2|e|U}{m_0}} = 5.93 \times 10^5 \sqrt{U} \quad (\text{m/s}) \quad (1-2)$$

式中，电压 U 的单位为伏特。

另一方面，根据质能关系式，下列关系成立：

$$m_v c^2 = m_0 c^2 + |e|U \quad (1-3)$$

这时电子获得的动能等于

$$E = |e|U = m_v c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right] \quad (1-4)$$

由此可得到考虑了相对论修正后的电子速度

$$v = c \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{|e|U}{m_0 c^2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (1-5)$$

如把式(1-2)代入(1-5)中, 便有

$$v = c \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{v_0^2}{2c^2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (1-6)$$

若将 $v_0^2 = \frac{2|e|U}{m_0}$ 和 $c = 3 \times 10^8$ (m/s) 及 e/m_0 的值代入上式并考虑 U 的单位为伏特,

则得电子速度与质量的相对论修正式

$$v = 3 \times 10^8 \left[1 - \frac{1}{(1 + 1.957 \times 10^{-6} U)^2} \right]^{1/2} \quad (\text{m/s}) \quad (1-7)$$

$$m_v = m_0 (1 + 1.957 \times 10^{-6} U) \quad (\text{kg}) \quad (1-8)$$

表1-1中给出了在各种加速电压下的电子速度 v 及质量比 m_v/m_0 。由表可见, 电子质量相对其静止质量的比值, 在 $U = 10^4$ V 时, 增大不到 2%。对于大多数常用的真空电子器件来说, 一般 $U < 10^4$ V, 故可不考虑相对论修正, 而对某些特殊的电子器件, 如电子显微镜、粒子加速器等, 就必须考虑相对论修正。

1.1.2 电子的波动本质

在普通物理中, 我们已知光是一种电磁辐射, 它不仅具有波动性, 而且具有微粒性, 即光的本性具有“波粒二象性”。在研究光的干涉、衍射等现象时, 光主要表现为波动性, 而在研究热辐射、光电效应和康普顿效应等现象时, 光主要表现为微粒性。爱因斯坦关于光子的假设, 使微粒说取得极大的成功。爱因斯坦假设光子具有一定的运动质量 m_* , 光子能量 $E = m_* c^2 = h\nu$, 光子动量 $P = m_* c = h/\lambda$, 这样就把标志光的波动性质的物理量(频率 ν 和波长 λ) 和标志微粒性的物理量(能量 E 和动量 p) 通过普朗克常数 h ($h = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s) 定量地联系起来。

表1-1 电子速度 v , 质量比 m_v/m_0 , 波长 λ

加速电压 U (V)	$v \times 10^8$ (m/s)	m_v/m_0	λ , (Å)
1	0.005932	1.000020	12.26
10^2	0.05932	1.0001957	1.226
3×10^3	0.524	1.00587	0.2237
10^4	0.5846	1.01957	0.1220
5×10^4	1.237	1.0978	0.05355
10^5	1.644	1.1957	0.0370
5×10^5	2.588	1.9785	0.0142
10^6	2.822	2.957	0.0087
10^7	2.995	20.57	0.00118

1924年法国科学家德布罗意 (Louis de Broglie) 在光的二像性的启示下, 提出了实物粒子, 如电子、质子、中子等也具有波粒二像性的假设。

按照德布罗意的假设, 质量为 m 的粒子, 以速度 v 匀速运动时, 具有能量 E 和动量 p ; 从波动性方面来看, 它具有波长 λ 和频率 γ , 而这些量之间的关系也和光子和光波之间所遵从的关系一样

$$E = mc^2 = h\gamma \quad (1-9)$$

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} \quad (1-10)$$

上述公式称为德布罗意公式。

对于任何具有静止质量 m_0 以速度 v 运动的物质粒子, 就具有相应的波, 通常称为德布罗意波或物质波。当 $v \ll c$, 其波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_0 v} \quad (1-11)$$

对电子来说, 受电场加速 (加速电压为 U) 后, 速度将由关系式

$$|e|U = \frac{1}{2} m_0 v^2 \text{ 即 } v = \sqrt{\frac{2|e|U}{m_0}}$$

决定, 代入式 (1-11), 得

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2|e|m_0}} \frac{1}{\sqrt{U}} \quad (1-12)$$

或

$$\lambda = 12.25 \frac{1}{\sqrt{U}} \quad (\text{\AA}) \quad (1-13)$$

当电子运动速度较高时, 即在考虑相对论修正的情况下, 可用下列公式来计算电子的德布罗意波的波长:

$$\lambda = \frac{12.25}{\sqrt{U}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0.978 \times 10^{-6} U}} \quad (\text{\AA}) \quad (1-14)$$

如果 $U = 150 \text{ V}$, 按式 (1-13) 计算, 得 $\lambda \approx 1 \text{ (\AA)}$, 而当 $U = 10^4 \text{ V}$ 时, $\lambda = 0.122 \text{ (\AA)}$ 。可见电子的德布罗意波长是很短的, 其数量级相当于或略小于晶体中的原子间距。

德布罗意假说的正确性已为实验所证实。通过电子束在晶体表面散射或穿过晶体薄片的衍射图说明, 电子也和X射线一样, 其衍射波长符合德布罗意公式, 从而证明了电子的波动性。

电子显微镜的发明是德布罗意波在应用上的光辉实例之一。光学显微镜的分辨率与波长成反比, 因此用可见光中波长最短的紫光 ($\lambda = 4000 \text{ \AA}$) 作光源, 能观察到的最小物体也不能小于 2000 \AA 。所以光学显微镜的最大分辨间距大于 2000 \AA , 最大放大倍数也只有 2000 倍左右。³ 而利用电子波代替可见光制成的电子显微镜, 则具有高得多的分辨

率,且只需改变加速电压就能方便地改变电子波的波长,从而也就改变了显微镜的分辨率。例如,当加速电压加到 10^5V 时,电子波的波长只有 0.04\AA ,只有可见光波波长的 10 万分之一左右。目前已研制出放大率达 100 万倍、分辨率达 1\AA 左右的电子显微镜,即能分辨出单个原子,为研究微观世界提供了有力的工具。

§ 1.2 电子在均匀场中的运动

要研究电子运动,就必须为电子提供运动的环境,以使电子在其运动的有限范围内,基本上不和其它粒子碰撞,也就是说要使电子在真空中运动。这种真空环境要求压强达到 $10^{-2}\sim 10^{-4}\text{Pa}$,这在许多实际应用领域中是可以得到的。

1.2.1 电子在均匀电场、磁场中的受力情况和运动方程

这里首先要说明一点,即由于电子的质量甚小,它所受重力比所受电磁力要小几个数量级,所以在本节的讨论中,重力影响可忽略不计。

设电子在电场强度为 \vec{E} ,磁感应强度为 \vec{B} 的空间运动,这时电子将受到洛伦兹力的作用。洛伦兹力可表述为

$$\vec{F} = e\vec{E} + e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1-15)$$

在力 \vec{F} 作用下,电子的运动规律可写为

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = e\vec{E} + e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1-16)$$

在§1.1中曾指出,当电子运动速度不高时,即 $v \ll c$, m 与 m_0 可视作相等,且是一个常量,这时可把式(1-16)中的 m 移至微分号外,有

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1-17)$$

要说明的是,在一般情况下, \vec{E} 、 \vec{B} 是空间和时间的函数,

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \vec{B} &= \vec{B}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (1-18)$$

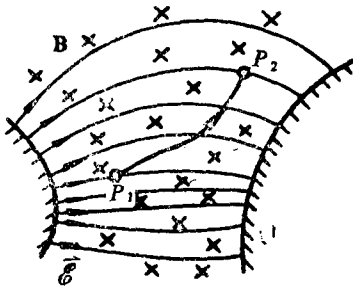


图 1-1 电子在静电场和静磁场共同作用下的运动

式中, \vec{r} 为电子的位置矢量,也称矢径; t 为时间。

1.2.2 电子在静电场中的能量关系^{[1]、[2]}

如果电子在静电场中运动,且假定不存在磁场或磁场始终垂直于电子运动的方向,如图 1-1 所示。又假定电场强度只是位置矢量的函数而不考虑它随时间的变化,则电子在电场中由 p_1 到 p_2 的运动,在时间间隔 t_1 到 t_2 内完成。根据功的定义,对式(1-17)积分

$$\int_{p_1}^{p_2} m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r}$$

• 全书矢量用黑体,但因没有黑花体,故电场强度矢量用 \vec{E} 表示。

$$= e \int_{p_1}^{p_2} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\mathbf{r} + e \int_{p_1}^{p_2} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \cdot d\mathbf{r} \quad (1-19)$$

等式左边可写作

$$\begin{aligned} \int_{p_1}^{p_2} m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} &= \int_{v_1}^{v_2} m \frac{d\mathbf{r}}{dt} \cdot d\mathbf{v} = \int_{v_1}^{v_2} m \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} \\ &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \end{aligned} \quad (1-20)$$

等式右边的第一项为

$$e \int_{p_1}^{p_2} \vec{\mathcal{E}} \cdot d\mathbf{r} = -e \int_{p_1}^{p_2} \nabla U \cdot d\mathbf{r} = -e(U_2 - U_1) \quad (1-21)$$

等式右边第二项中，由于 \mathbf{v} 和 $d\mathbf{r}$ 相互平行，故 \mathbf{v} 叉乘 \mathbf{B} 后和 $d\mathbf{r}$ 的点积为零。最后的结果为

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -e(U_2 - U_1) \quad (1-22)$$

或

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + eU_2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + eU_1 \quad (1-22a)$$

式中 v_1 、 v_2 分别为电子在 P_1 、 P_2 点的速度。由(1-22)式可见，电子在静电场中的运动满足能量守恒定律。

在上面的讨论中，磁场未介入能量关系式，这是因为曾假定不存在磁场或如存在磁场， \mathbf{B} 与 \mathbf{r} 始终是垂直的，所以磁场力做功等于零。当然，电子运动的轨迹还是与磁场有关的，磁场的存在只是改变电子运动的方向，而不影响其运动速率。在场空间的任一点上，电子轨迹总是垂直于磁场的，只有电场力能使电子加速或减速。

如果电场中各点的电位值是已知的，那么可得到电子的运动速度

$$v_2 = \sqrt{\frac{2e(U_1 - U_2)}{m} + v_1^2} \quad (1-23)$$

如果已知电位的差值 $U = U_2 - U_1$ ，且电子的初速为零，则电子的运动速度为

$$v_2 = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} \quad (1-24)$$

由于电子运动的速度不很高，故上述各式中的电子质量 m ，实际上等于其静止质量 m_0 。

1.2.3 电子在均匀电场中的运动

所谓均匀电场，是指电场强度 $\vec{\mathcal{E}}$ 的大小和方向都恒定。例如在平板电容器中，当电极的面积足够大，则除边缘部分外，电极间的电场可看作是均匀的，且 $\vec{\mathcal{E}}$ 的方向始终垂直于电极平面，如图1-2所示。

在均匀电场中，电子运动的规律可用下式描写

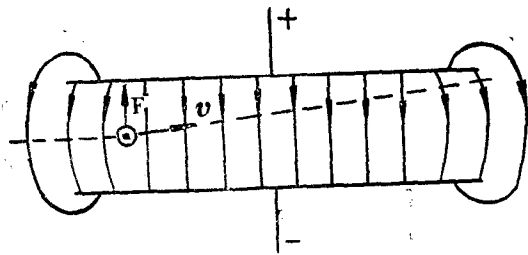
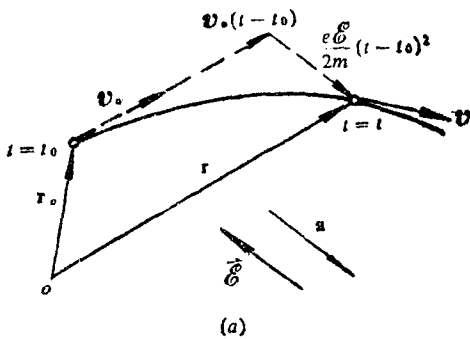


图 1-2 平板电容器中的均匀电场及电子运动

对于任一时刻 t ，电子的运动速度 v 为

$$v = v_0 + at = v_0 + \int_{t_0}^t \frac{e\vec{\mathcal{E}}}{m} dt = v_0 + \frac{e\vec{\mathcal{E}}}{m}(t - t_0) \quad (1-26)$$



$m \frac{dv}{dt} = e\vec{\mathcal{E}}$

因为 $\vec{\mathcal{E}}$ 是恒定的，所以 $\frac{dv}{dt}$ 也是恒定的，即电子受到恒力作用并作等加速运动。设加速度为 a ，则

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{e\vec{\mathcal{E}}}{m} \quad (1-25)$$

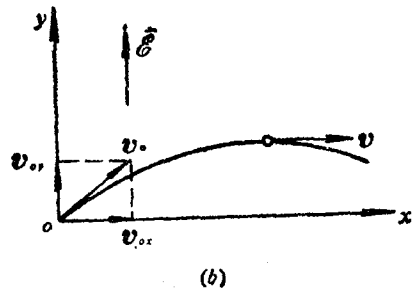


图 1-3 电子在均匀场中的运动

同时，速度 v 也可写成

$$\begin{aligned} v &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} \\ &= \frac{d(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{dt} \end{aligned} \quad (1-27)$$

式中， \mathbf{r}_0 、 \mathbf{r} 分别为在 t_0 和 t 时刻的矢径（见图1-3）。由于

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \int_{t_0}^t \frac{d(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{dt} dt = \int_{t_0}^t \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt = \int_{t_0}^t \mathbf{v} dt$$

将式(1-26)代入上式得

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \mathbf{v}_0 \int_{t_0}^t dt + \frac{e\vec{\mathcal{E}}}{m} \int_{t_0}^t (t - t_0) dt$$

因而

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{e\vec{\mathcal{E}}}{m}(t - t_0)^2 \quad (1-28)$$

这便是电子运动的轨迹方程，它很像地面上以一定角度上抛物体的运动轨迹。

如使坐标 y 与 $\vec{\mathcal{E}}$ 同向，并设 $t=0$ 时的起点坐标为 $\mathbf{r}_0=0$ ， $\mathbf{v}=\mathbf{v}_0$ ，则

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} t \\ \mathbf{r} &= \mathbf{v}_0 t + \frac{e}{2m} \vec{\mathcal{E}} t^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$

如将 \mathbf{a} 、 \mathbf{v} 在 x 、 y 坐标轴上进行分解可得到 \mathbf{a} 、 \mathbf{v} 的分量方程

$$\left. \begin{aligned} a_x &= 0 \\ a_y &= \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_{0x} \\ v_y &= v_{0y} + \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} t \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

若把 $t = \frac{x}{v_{0x}}$ 代入(1-31)式以消去 t ，则得电子的轨迹方程为

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x + \frac{e}{2m} \vec{\mathcal{E}} \frac{x^2}{v_{0x}^2} \quad (1-32)$$

由此可见，式(1-32)所代表的电子运动轨迹是一条抛物线。根据这一轨迹方程，作如下讨论。

(1) 假定电子的初速为零，即 $v_0=0$ ，则

$$\left. \begin{aligned} a_y &= \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} \\ v_y &= \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} t \\ y &= \frac{1}{2} \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} t^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-33)$$

可见，这种情况下的电子运动，就相当于重力场中物体的自由落体运动。

假定电子在电容器极板间形成的均匀场中运动，若极间距离为 d ，则电子在极板间的渡越时间为

$$t_d = \sqrt{2d \frac{m}{|e|} \frac{1}{\vec{\mathcal{E}}}} \quad (1-34)$$

终速度为 $v_y = \frac{e}{m} \vec{\mathcal{E}} t_d = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}}$

电子的最终能量为

$$E = \frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} m \frac{2|e|U}{m} = |e|U \quad (1-35)$$