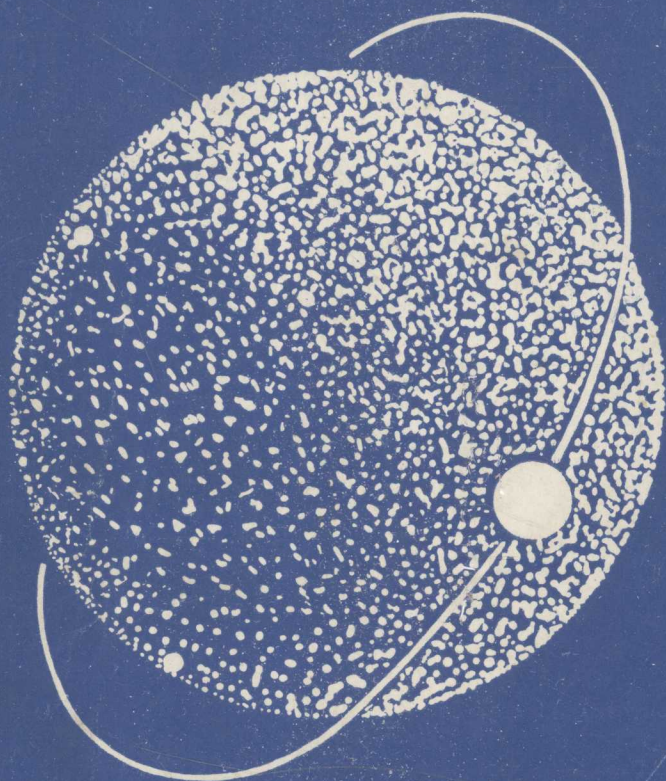


高等学校教材



近代飞行器飞行力学

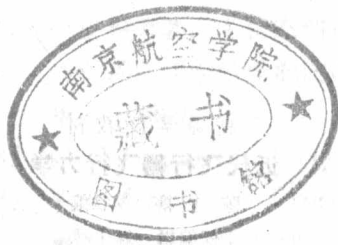
陈士槽 等合编

西北工业大学出版社

高等學校教材

近代飛行器飛行力學

陳士槽 等合編



6



30224411

西北工業大學出版社

631607

内 容 简 介

本书分为三篇。第一篇介绍弹性飞行器飞行动力学的主要理论，其中前四章介绍作用在弹性飞行器上的定常和非定常气动载荷，后四章介绍弹性飞行器的运动规律。第二篇介绍飞行力学的最优控制，分别叙述了变分法、极大值原理、动态规划和微分对策在飞行力学中的应用。第三篇介绍飞行力学最优估计理论，其中前四章分别叙述了飞行状态估计基础、静态估计和最大似然估计法的应用，后三章介绍了飞行状态的动态估计和非线性飞行的估计方法。

本书主要作为高等航空工业院校飞行力学及其有关专业研究生的教科书和高年级学生选修课教材，亦可供从事飞行器设计和飞行力学工作的科技人员参考。

高等学校教材

近代飞行器飞行力学

陈士槽 等合编

责任编辑 周士林

*

西北工业大学出版社出版

(西安市友谊西路127号)

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 24.5 597 千字

1987年6月第一版

1987年6月第一次印刷

印数：0001—1500册

ISBN 7-5612-0005-6/V·1

定价：4.05元

统一书号：15433·057

03163

前 言

随着近代飞行器设计的发展,飞行力学相应地出现了许多新课题。为了满足高等院校教学和广大科技人员学习和参考的迫切需要,我们组织编写了《近代飞行器飞行力学》一书,主要供高等航空工业院校研究生和高年级学生选修课教学之用。

根据现代飞行器工程实践的需要,结合国内外当前研究飞行力学普遍关心的问题,参考国内外有关书籍和文献,并吸收我国科研工作的成果和西北工业大学在教学中取得的初步经验,我们将本书的内容分为三篇。

第一篇弹性飞行器飞行动力学,主要内容分为两个部分:第一部分研究作用在飞行器上的气动载荷,其中第一章介绍作用在飞行器上的定常气动载荷,第二、三和四章介绍作用在弹性飞行器上的非定常气动载荷。第二部分研究弹性飞行器的运动规律,其中第五章介绍飞行器作为刚体的运动方程组,第六章阐述飞行器作为弹性体的运动方程组,第七章介绍飞行器固有振动的振型及频率计算方法,第八章研究弹体的弹性对飞行器运动稳定性的影响。第一、五和八章由陈士橹编写,第二、三和四章由施志佳编写,第六和七章由霍秀芳编写。全篇内容由陈士橹和霍秀芳统稿。

第二篇飞行力学中的最优控制,阐述了有控过程的最优理论在飞行力学中的应用。其中,第十至十三章,分别叙述了古典变分法、极大值原理、动态规划以及微分对策等的基本原理和它们在解飞行器飞行力学课题中的应用。第二篇由吕学富编写并统稿。

第三篇飞行力学最优估计理论,阐述了飞行器随机飞行状态的静态和动态最佳估计方法。其中,第十五章介绍随机飞行的相关性,第十六章叙述飞行状态的静态估计,第十七章讲述了飞行力学中的最大似然估计法,第十八章讲解飞行状态的动态估计,第十九章讨论飞行状态最佳滤波的性质,第二十章研究飞行状态的非线性估计。第三篇由曾颖超编写并统稿。在编写中,承蒙陈新海同志给以热情支持和帮助。

在本书编写过程中,得到了许多同志的热情支持和帮助,特别是审稿人王建培和周士林同志曾提出了许多宝贵的意见,谨此一并致谢。

由于编写水平有限,书中可能存在不少不妥和错误之处,敬请读者不吝指正。

编 者

1986年11月

目 录

第一篇 弹性飞行器飞行动力学

第一章 有翼导弹的外载荷计算	5
§ 1.1 在飞行中导弹的外载荷	5
§ 1.2 弹翼与安定面的载荷分布	12
§ 1.3 导弹弹身表面上的空气动力载荷分布	17
第二章 非定常流的基本方程及边界条件	20
§ 2.1 基本方程	20
§ 2.2 边界条件	24
§ 2.3 速度势方程和边界条件的线性化	25
第三章 亚音速升力面的非定常气动力计算	28
§ 3.1 二维流中的谐和振动升力面	28
§ 3.2 三维流中的谐和振动升力面	39
第四章 超音速升力面的非定常气动力计算	45
§ 4.1 二元超音速流中的升力面	45
§ 4.2 有限翼展升力面的非定常气动力	52
§ 4.3 升力面作阶跃偏转的典型结果	55
第五章 刚性飞行器的运动方程	59
§ 5.1 刚体运动方程	59
§ 5.2 运动方程的线化	62
第六章 弹性飞行器的运动方程	64
§ 6.1 弹性飞行器弹体特性概述	64
§ 6.2 非均匀梁的弯曲振动方程	64
§ 6.3 自由梁的固有弯曲振动	65
§ 6.4 固有振动的频率与振型的一般特性	66
§ 6.5 自由梁的强迫弯曲振动	67
§ 6.6 作用在弹性飞行器上的气动力	69
§ 6.7 弹性飞行器的扰动运动方程	70

第七章 固有振动的振型和频率的确定方法	75
§ 7.1 逐次近似法	75
§ 7.2 追赶法	77
§ 7.3 矩阵形式的追赶法	78
§ 7.4 飞行器弹体固有弯曲振动振型和频率的确定	80
§ 7.5 强迫振动法	84

第八章 弹体的弹性对飞行器运动稳定性的影响	89
§ 8.1 弹性飞行器的传递函数及其特性	89
§ 8.2 运动稳定性条件	91
§ 8.3 抑制弹性振动的方法	94

参考文献	96
-------------------	----

第二篇 飞行力学中的最优控制

第九章 绪论	99
---------------------	----

§ 9.1 飞行力学与控制	99
§ 9.2 最优控制	99

第十章 飞行力学中的变分法	102
----------------------------	-----

§ 10.1 引言.....	102
§ 10.2 变分法的基本概念.....	103
§ 10.3 欧拉方程.....	106
§ 10.4 条件极值.....	114
§ 10.5 飞行力学中的等周问题.....	117
§ 10.6 端点自由的变分问题.....	121
§ 10.7 有尖点的极值曲线.....	124
§ 10.8 飞行力学中的迈耶 (Mayer) 课题.....	127
§ 10.9 波尔泽 (Bolza) 课题.....	136

第十一章 极大值原理	137
-------------------------	-----

§ 11.1 极大值原理.....	137
§ 11.2 波尔泽课题的极大值原理.....	146
§ 11.3 非自治系统的极大值原理.....	147
§ 11.4 线性系统的快速作用课题.....	149
§ 11.5 最小燃料消耗量的控制问题.....	157
§ 11.6 最小能量的最优控制.....	158

§ 11.7	线性系统二次型品质指标的最优控制	160
§ 11.8	最优比例导引	164
§ 11.9	无限时间定常系统的最优控制	170
§ 11.10	倾斜稳定的最优综合	171
第十二章	最优过程的动态规划	174
§ 12.1	多步决策过程	174
§ 12.2	动态规划的基本原理	176
§ 12.3	离散系统的动态规划	179
§ 12.4	离散系统的线性二次型问题	181
§ 12.5	连续系统的动态规划法	183
§ 12.6	连续系统线性二次型问题	189
§ 12.7	快速作用课题的动态规划法	191
§ 12.8	变分法、极大值原理与动态规划法的联系	196
第十三章	微分对策的应用	201
§ 13.1	矩阵对策	201
§ 13.2	连续对策	207
§ 13.3	导引课题的追-逃对策	209
§ 13.4	微分对策初步	210
§ 13.5	一个末端导引问题	212
§ 13.6	微分对策与动态规划的联系	217
§ 13.7	微分对策基本方程的解法	218
§ 13.8	追-逃最优对策的例题	219
参考文献		225
第三篇 飞行力学最优估计理论		
第十四章	飞行状态和观测方程引述	229
§ 14.1	飞行状态估计	229
§ 14.2	飞行器飞行的状态向量方程	231
§ 14.3	导弹运动的转移矩阵和解向量	241
第十五章	导弹随机飞行的相关性	251
§ 15.1	飞行力学中常见的数字特征	251
§ 15.2	飞行向量随机过程	255
§ 15.3	随机飞行之频谱特性	260
§ 15.4	飞行力学可用的典型噪声	263

§ 15.5	导弹随机飞行的相关性	267
第十六章 飞行状态的静态估计 276		
§ 16.1	静态估计引述	276
§ 16.2	飞行状态的最小方差估计	277
§ 16.3	飞行状态的线性最小方差估计	279
§ 16.4	估计飞行状态的最小二乘方法	284
§ 16.5	估计飞行状态的加权最小二乘方法	285
§ 16.6	非线性飞行观测的静态估计	291
第十七章 飞行力学中的最大似然估计法 295		
§ 17.1	似然函数及其极大值	295
§ 17.2	最大似然估计飞行器的稳定和操纵参数	297
§ 17.3	最大似然法和其它估计法	304
§ 17.4	导弹采用波束控制的估计问题	308
第十八章 飞行状态的动态估计 312		
§ 18.1	动态估计引述	312
§ 18.2	估计飞行状态的卡尔曼滤波法	316
§ 18.3	预测飞行状态的递推法	325
§ 18.4	连续飞行状态的动态估计	329
§ 18.5	控制飞行具有随机干扰的状态估计	339
§ 18.6	飞行状态存在有色噪声的动态估计	344
第十九章 飞行状态最佳滤波的性质 352		
§ 19.1	随机飞行状态的可观测性	352
§ 19.2	随机飞行状态的可控性	354
§ 19.3	最佳估计飞行状态滤波器的稳定性	358
§ 19.4	飞行状态估计误差协方差的性质	360
第二十章 飞行状态的非线性估计 363		
§ 20.1	非线性估计引述	363
§ 20.2	飞行状态标称线性化的递推估计法	365
§ 20.3	估计非线性飞行状态的滤波递推法	371
§ 20.4	连续非线性飞行状态的动态估计	373
参考文献 383		

第 一 篇

弹性飞行器飞行动力学

第一卷

學成處許器許器遊樂

常用符号表

- $A(t)$ ——作用在翼面上的升力
 a ——流体介质的音速
 $A_n(\omega)$ ——复数的模
 C ——西奥多逊函数
 C_p ——流体的压力系数 $C_p = (p - p_\infty)/q_\infty$
 C_x ——阻力系数
 C_y ——升力系数
 $C_{y_{sT}}^\alpha$ ——安定面升力系数导数
 $C_{y_t}^\alpha$ ——尾翼升力系数导数
 $C_{y_w}^\alpha$ ——弹翼升力系数导数
 $C_{y_\phi}^\alpha$ ——弹身升力系数导数
 $EJ(x)$ ——弯曲刚度
 $f_n(x)$ ——振型函数 ($n = 1, 2, 3 \dots$)
 G ——飞行器的重量
 $H_n^{(2)}$ ——第二类 n 阶汉格尔函数
 k ——流体介质的定压比热与定容比热之比
 K_a, K_b, m_a, m_b ——谐和振动升力面非定常气动力 $A(t)$ 和气动 力矩 $M(t)$ 的复系数
 $K_{\dot{q}_n}, K_{\ddot{q}_n}, K_{q_n}$ ——分别为加速度、速度及位移传感器的定常放大系数
 M ——飞行器的质量; 弯矩
 $M(t)$ ——作用在翼面上的气动力矩
 M_{hp} ——舵铰链力矩
 M_{pM} ——舵机产生的力矩
 M_{da} ——总阻尼力矩
 M_z^α ——纵向静稳定力矩导数
 M_z^δ ——纵向操纵力矩导数
 $M_z^{\omega_z}$ ——纵向阻尼导数
 M_{zk} ——哥氏惯性力对质心的力矩
 M_∞ ——流体的未扰动马赫数
 $M_\infty = V_\infty/a_\infty$
 m_n —— n 阶固有振型的广义质量 ($n = 1, 2, 3 \dots$)
 $m(x)$ ——线质量
 n_p ——飞行器的可用过载
 n_y ——作用在飞行器上的法向过载
 $P(x)$ ——线载荷
 p ——流体的压力
 Q ——作用在飞行器上的阻力; 横向力
 Q_y, Q_ϕ, Q_n ——广义力分量
 Q'_z, Q'_ψ, Q'_n ——对应广义坐标 Z_ϕ, ψ, q_n 的广义气动力分量
 $Q''_z, Q''_\psi, Q''_{q_n}$ ——由操纵力 Z_p 产生的广义力分量
 $Q'''_z, Q'''_\psi, Q'''_{q_n}$ ——由推力 T 产生的广义力分量
 $q_n(t)$ ——广义坐标 ($n = 1, 2, 3 \dots$)
 $q(x, t)$ —— xOy 平面内梁上单位长度的横向分布外力
 q_∞ ——未扰动流体的速度头
 $q_\infty = \rho_\infty V_\infty^2/2$
 S ——弹翼面积
 S_{sT} ——安定面面积
 S_t ——尾翼面积
 S_ϕ ——弹身截面积
 T ——飞行器的推力
 u, v, w ——速度矢量 \vec{W} 在坐标轴上的投影
 V_∞ ——流体的未扰动速度
 \vec{W} ——流体质点的速度矢量
 $W(i\omega)$ ——开环传递复数
 x_c ——飞行器质心坐标

Y ——作用在飞行器上的升力
 Z_0 ——飞行器质心偏移量
 $\alpha(x, t)$ ——瞬时局部迎角
 $\Gamma(t)$ ——流体的环量
 $\gamma(x, t)$ ——沿翼弦的环量分布
 ε ——下洗角
 θ ——飞行弹道倾角
 ϑ ——飞行器的姿态角
 ξ_n ——结构阻尼 ($n = 1, 2, 3 \dots$)
 ρ ——流体的密度
 σ ——应力

ϕ ——流体的速度势函数
 $\varphi(\omega)$ ——相角
 ψ ——流体的加速度势函数
 ω ——谐和振动升力面的圆频率
 ω^* ——谐和振动升力面的折合频率
 ω_n ——固有频率 ($n = 1, 2, 3 \dots$)
 \mathcal{L} ——拉氏变换符号
 \mathcal{F} ——傅氏变换符号
 \mathcal{L}^{-1} ——拉氏反变换符号
 \mathcal{F}^{-1} ——傅氏反变换符号

第一章 有翼导弹的外载荷计算

有翼导弹的高速及高机动性，要求导弹应具有较大的法向过载，有时可达 $20\sim 30g$ 。飞机的法向过载不过 $8\sim 9g$ 。由于高速飞行，使弹翼表面附面层内的气流温度高达 $1,000\sim 1,200^{\circ}\text{C}$ ，或更高，飞机一般则不超过 $200\sim 300^{\circ}\text{C}$ 。这就使保证导弹结构强度带来困难。因此，在大多数情况下，导弹的过载情况较飞机的要严重得多。为了设计出较轻结构的导弹，要求能较准确地估计导弹的载荷。

设计飞机时，已有强度规范作为依据，而导弹设计一般尚无此规范。由于确定各种情况下的载荷十分复杂，因此导弹设计中就产生了选择设计情况的问题。本章介绍选择设计情况的方法、以及确定导弹各部件上的载荷及其分布的方法。

§ 1.1 在飞行中导弹的外载荷

在导弹飞行中，作用在其弹体、弹翼、尾翼以及其他载荷面上有由压力和摩擦力引起的空气动力载荷，另外，在导弹上还作用着重力、推力及惯性力载荷。

下面讨论几种典型情况：

1.1.1 直线飞行

对于稳定的水平飞行情况（图 1-1a），沿 x 轴和 y 轴的力平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} T \cos \alpha - Q &= 0 \\ Y + T \sin \alpha - G &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-1)$$

对于定常倾斜直线爬高飞行情况（图 1-1b），可表示为

$$\left. \begin{aligned} T \cos \alpha - Q - G \sin \theta &= 0 \\ Y + T \sin \alpha - G \cos \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-2)$$

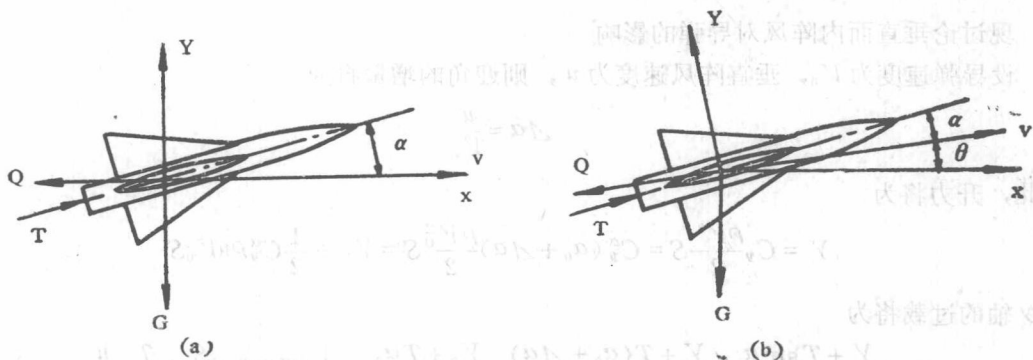


图 1-1 (a)水平飞行 (b)爬高飞行

式中 T, G, Y, Q 分别为导弹的推力, 重量, 升力及阻力; α —迎角, θ —弹道倾角。在直线飞行情况下, 升力不会超过重量。

1.1.2 曲线飞行

曲线飞行(图 1-2)时, 作用在导弹上的载荷还有惯性力。其切向分量为

$$F_t = -M \frac{dV}{dt}$$

法向分量为

$$F_N = M \frac{V^2}{R} = MV \frac{d\theta}{dt}$$

式中 R 为弹道曲率半径。此时运动方程为

$$\left. \begin{aligned} T \cos \alpha - Q - M \frac{dV}{dt} - G \sin \theta &= 0 \\ Y + T \sin \alpha - G \cos \theta - M \frac{V^2}{R} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-3)$$

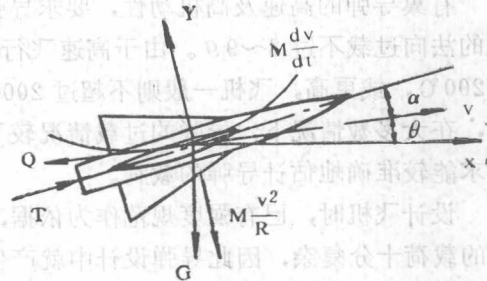


图 1-2 曲线飞行

现引入过载的概念: 即定义作用在导弹上的表面力对重力的比为过载。

沿 y 轴的过载为

$$n_y = \frac{Y + T \sin \alpha}{G} \quad (1.1-4)$$

沿 x 轴的过载为

$$n_x = \frac{T \cos \alpha - Q}{G} \quad (1.1-5)$$

利用方程(1.1-3)可得

$$n_y = \cos \theta + \frac{V^2}{Rg} = \cos \theta + \frac{V}{g} \frac{d\theta}{dt} \quad (1.1-6)$$

$$n_x = \sin \theta + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \quad (1.1-7)$$

1.1.3 在不稳定气流中的飞行

现讨论垂直面内阵风对导弹的影响

设导弹速度为 V_0 , 垂直阵风速度为 u , 则迎角的增量将为

$$\Delta \alpha = \frac{u}{V_0}$$

因此, 升力将为

$$Y = C_y \frac{\rho V^2}{2} S = C_y^a (\alpha_0 + \Delta \alpha) \frac{\rho V_0^2}{2} S = Y_0 + \frac{1}{2} C_y^a \rho u V_0 S$$

沿 y 轴的过载将为

$$n_y = \frac{Y + T \sin \alpha}{G} \approx \frac{Y + T(\alpha_0 + \Delta \alpha)}{G} = \frac{Y_0 + T \alpha_0}{G} + \frac{1}{2} C_y^a \rho u V_0 \frac{S}{G} + \frac{T}{G} \frac{u}{V_0}$$

即
$$n_y = n_y^0 + \frac{1}{2} C_y^\alpha \rho u V_0 \frac{S}{G} + \frac{T}{G} \frac{u}{V_0} \quad (1.1-8)$$

式中 n_y^0 ——阵风作用之前的初始过载。

例如：设
$$C_y^\alpha = 3.0/\text{弧度}, \frac{G}{S} = 500 \text{ 公斤/米}^2, V_0 = 200 \text{ 米/秒},$$

$$u = 20 \text{ 米/秒}, \frac{T}{G} = 20.$$

则
$$\Delta n_y = \frac{1}{2} \times 3 \times 0.0125 \times 20 \times 200 \times \frac{1}{500} + 20 \times \frac{20}{200} = 3.5$$

1.1.4 机动飞行时的最大过载

导弹在偏转舵面进行机动飞行时的过载大小决定于舵面的偏转角及其角速度值。

考虑垂直面内由某一稳定曲线飞行到另一曲线飞行的转变过程，假定机动飞行过程是快速的，以致导弹飞行速度可以认为不变，此时运动方程可列出为

$$\left. \begin{aligned} MV \frac{d\theta}{dt} &= Y^\alpha \alpha + Y^\delta \delta + T \alpha - G \cos \theta \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} &= M_z^\alpha \alpha + M_z^\delta \delta + M_z^{\omega_z} \omega_z \end{aligned} \right\} \quad (1.1-9)$$

由于 $\frac{d\theta}{dt} = \omega_z - \frac{d\alpha}{dt}$ ，在上式中消去 ω_z ，并忽略重力项可得

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \left(\frac{Y^\alpha + T}{MV} - \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \right) \frac{d\alpha}{dt} - \left(\frac{M_z^\alpha}{J_z} + \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \frac{Y^\alpha + T}{MV} \right) \alpha \\ &= \left(\frac{M_z^\delta}{J_z} + \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \frac{Y^\delta}{MV} \right) \delta - \frac{Y^\delta}{MV} \frac{d\delta}{dt} \end{aligned} \quad (1.1-10)$$

用过载代替迎角，则有

$$n_y = \frac{Y + T\alpha}{G} + \frac{Y^\delta}{G} \delta \approx \frac{Y^\alpha + T}{G} \alpha$$

忽略 $\frac{d\delta}{dt}$ 项，可得

$$\frac{d^2n}{dt^2} + 2a \frac{dn}{dt} + bn = B\delta \quad (1.1-11)$$

式中

$$2a = \frac{Y^\alpha + T}{MV} - \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z}$$

$$b = - \left(\frac{M_z^\alpha}{J_z} + \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \frac{Y^\alpha + T}{MV} \right)$$

$$B = \frac{Y^\alpha + T}{G} \left(\frac{M_z^\delta}{J_z} + \frac{M_z^{\omega_z}}{J_z} \frac{Y^\delta}{MV} \right)$$

于是，方程(1.1-11)的通解为

$$n = \frac{B}{b} \delta + e^{-at} (C_1 \sin pt + C_2 \cos pt) \quad (1.1-12)$$

式中

$$p = \sqrt{b - a^2} \quad (b > a^2)$$

C_1 、 C_2 两常数可由下列初始条件确定，即

$$t = 0 \text{ 时, } n = n_0, \quad \frac{dn}{dt} = 0$$

如此得

$$C_2 = n_0 - \frac{B}{b} \delta$$

$$C_1 = C_2 \frac{a}{p}$$

故得

$$n = \frac{B}{b} \delta + \left(n_0 - \frac{B}{b} \delta \right) \left(\frac{a}{p} \sin pt + \cos pt \right) e^{-at} \quad (1.1-13)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时，过载趋于稳态值，即 $n \rightarrow n_s = \frac{B}{b} \delta$ ，故上式可改写为

$$n = n_s - (n_s - n_0) \left(\frac{a}{p} \sin pt + \cos pt \right) e^{-at} \quad (1.1-14)$$

式(1.1-14)表示当舵面作阶跃偏转时，过载为振荡变化。

最大过载发生在 $\frac{dn}{dt} = 0$ 时，即 $t = \frac{\pi}{p}$ 时：

$$n_{\max} = n_s + (n_s - n_0) e^{-\frac{a\pi}{p}}$$

定义超调量为

$$\sigma = \frac{n_{\max} - n_s}{n_s - n_0} = e^{-\frac{a\pi}{p}}$$

超调量 σ 值与导弹的静稳定性、阻尼系数及其他空气动力系数有关，也与高度有关。一般 $\sigma = 0.5 \sim 0.7$ 。

若令 $k = \sigma \frac{n_s - n_0}{n_s}$ ，则得

$$n_{\max} = (1 + k)n_s$$

过载随升降舵偏转角的变化曲线示于图 1-3。由图可见，舵偏转角速度的适当变化可显著降低过载的急增值。某些自动驾驶仪的舵偏转规律为

$$\delta = k_\lambda \lambda - k\omega$$

式中 λ —— 控制信号；

ω —— 导弹的旋转角速度。

如控制信号过大，则舵面接近于阶跃偏转。此时，所得过载的超调量甚大，在适量的控制信号作用下，舵面偏转较平缓，则过载随时间变化过程也较平稳。

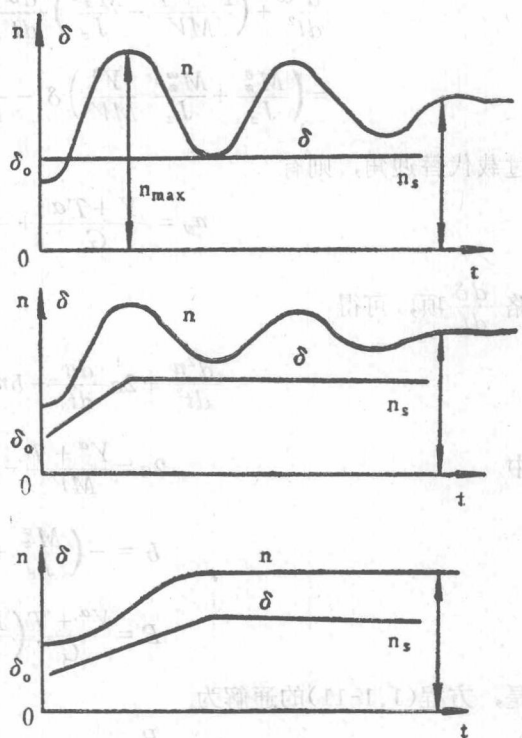


图 1-3 过载随时间的变化

1.1.5 机动飞行阶段的载荷计算

(1) 机动飞行时可用过载的确定

在弹道上某一给定点，相应于操纵机构极限的舵偏转角 δ_n 的稳定过载，称为可用过载 n_p ，它可按下式决定：

$$\left. \begin{aligned} m_z^{\alpha} \alpha + m_z^{\delta} \delta_n + m_z^{\omega_z} \omega_z &= 0 \\ n_p G &= (Y^{\alpha} + T) \alpha + Y^{\delta} \delta_n \end{aligned} \right\} \quad (1.1-15)$$

对静稳定飞行器，一般 $m_z^{\omega_z} \omega_z$ 较小，若略去此项，可得

$$n_p = \left(\frac{C_y^{\alpha} q S + T}{G} \frac{m_z^{\delta}}{m_z^{\alpha}} + C_y^{\delta} \frac{q S}{G} \right) \delta_n \quad (1.1-16)$$

图 1-4 所示为某二级地空导弹沿弹道的特性参数变化。如果在低空时，可用过载显著大于需用过载，则需引用限制过载的特种措施，现讨论如下。

(2) 限制过载的方法

(a) 过载的一般限制首先决定于最大升力系数

$C_{y\max}$ 及速度头 q_{\max} ：

$$n_{\max} = \frac{C_{y\max} q_{\max} S}{G}$$

在高空其值一般将迅速降低；为此，在高空常利用摇摆发动机来产生必需的过载：

$$n_T = \frac{T \alpha_T}{G}$$

式中 α_T ——推力与速度向量间夹角。

(b) 由铰链力矩限制过载

限制过载可以通过限制舵偏转角来实现。在低空时，舵不应偏转至极限角。办法之一是限制铰链力矩，为此应满足：

$$M_{pM} \geq M_{hp}$$

式中 M_{pM} ——舵机产生的力矩；

M_{hp} ——由空气动力产生的舵铰链力矩。

因为 $M_{hp} = (m_h^{\alpha} \alpha + m_h^{\delta} \delta) q S_p b_p$

式中 m_h^{α} 、 m_h^{δ} 表示铰链力矩系数分别对迎角和舵偏转角的导数； S_p 为舵面面积； b_p 为舵面平均气动弦长。

所以，舵偏转的最大限制角可由下式决定：

$$(m_h^{\alpha} \alpha + m_h^{\delta} \delta) q S_p b_p = M_{pM}$$

即

$$\delta_m = \frac{M_{pM}}{\left(-m_h^{\alpha} \frac{m_z^{\delta}}{m_z^{\alpha}} + m_h^{\delta} \right) q S_p b_p} \quad (1.1-17)$$

合适的选择舵机力矩及舵的空气动力载荷压力中心位置，就能满足条件：

(81-1.1)

$$\delta_m < \delta_n$$

此时的可用过载将被降低。

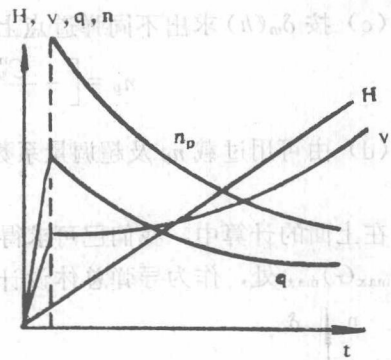


图 1-4 二级地空导弹的弹道特性随时间的变化