

高等学校教材

火箭结构力学

王本华 主编



西北工业大学出版社

V414
1003

内 容 简 介

本书是《火箭推进系统》一书第六章的一部分，主要介绍火箭发动机的结构力学。本书可作为高等院校航空航天专业及相关专业的教材，也可供从事火箭发动机结构设计的工程技术人员参考。

火箭结构力学

王本华 主 编
王本华 张 铎 编
金文友 王景琳



火箭推进系统
王本华 主编
张 铎 王景琳 编
西北工业大学出版社
(西安)
西安工业大学图书馆
2011年11月

西北工业大学出版社

646837

内 容 简 介

本书系统地阐述了火箭结构分析的基础理论与应用。全书共分六篇，第一篇为弹性力学基础，第二篇为粘弹性力学基础，第三篇为塑性力学基础，第四篇为复合材料力学基础，第五篇为薄壁结构理论，第六篇为板壳理论。

本书内容丰富，既具有专业特点，又注重基本理论，叙述深入浅出，图例配合适当，可作为火箭、导弹设计专业结构力学课程的教材，也可作为火箭发动机专业结构强度分析的主要参考书，并可供航天、航空工程技术人员参考。

火 箭 结 构 力 学

主 编 王本华

参 考 王本华

参 考 王 文全

高等学校教材
火 箭 结 构 力 学

主 编 王本华
责任编辑 刘国春

西北工业大学出版社出版
(西安市友谊西路127号)
陕西省新华书店发行
西北工业大学出版社印刷厂印装

开本 787×1092 毫米 1/16 29 印张 698 千字

1988 年 6 月第 1 版 1988 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—1000 册

ISBN 7-5612-0044-7/TJ·3(课) 定价: 4.80 元

788348

前 言

本书是为导弹、火箭等飞行器设计专业编写的结构力学教材，它是在编者导弹设计专业本科生、研究生以及导弹、火箭技术人员编写的导弹结构力学讲义的基础上，经多次使用、修改与补充后编写而成的。

全书共分六篇（二十八章），全面介绍变形体力学的基础理论与薄壁、板壳结构的分析方法。其中，第一篇（第一至十二章）介绍弹性力学基础，第二篇（第十三至十六章）介绍粘弹性力学基础，第三篇（第十七章）介绍塑性力学基础，第四篇（第十八章）介绍复合材料力学基础，第五篇（第十九至二十三章）介绍薄壁结构理论，第六篇（第二十四至二十八章）介绍板壳理论。

本书的取材是本着既要着重加强基础理论，又要适当考虑专业特点的精神，力求处理好基础理论与专业要求之间的关系。

本书的编写是本着由浅入深、先易后难的精神，采用理论阐述与范例演示相结合的方法，力求做到通俗易懂，便于自学，但又不失应有的数学严密性。

学习本书只要求具有高等数学、线性代数、理论力学与材料力学的基础知识。对于超出上述课程的知识，如变分法，张量记号等，都在附录中作了简要的补充。

本书可供火箭、导弹设计专业本科生结构力学课程（110学时左右）的教学之用。也可供火箭、导弹设计专业研究生，飞行器设计专业、火箭发动机专业师生以及航空、航天工程技术人员参考。

全书由王本华主编，并编写第一、二篇，张铎编写第三、四篇，金文友编写第五篇，王景琳编写第六篇。

本书承葛守廉、汤龙华等同志审阅，提出了很多宝贵意见，特此表示衷心感谢。

编者水平有限，书中错误在所难免，热诚欢迎广大读者批评指正。

编 者

1987年12月

目 录

第一篇 弹性力学基础

第一章 绪 论	1
§ 1-1 弹性力学的任务与内容	1
§ 1-2 弹性力学的基本假设	1
§ 1-3 弹性力学的研究方法	3
第二章 应力分析	4
§ 2-1 外力	4
§ 2-2 应力向量	5
§ 2-3 应力张量	6
§ 2-4 一点应力状态的确定	7
§ 2-5 应力张量的坐标变换	8
§ 2-6 主应力、应力张量不变量	9
§ 2-7 应力椭圆	12
§ 2-8 最大正应力、最大剪应力	13
§ 2-9 八面体应力	16
§ 2-10 球形应力张量、偏斜应力张量	17
§ 2-11 平衡方程	18
§ 2-12 边界条件	20
第三章 应变分析	22
§ 3-1 位移、位移分量	22
§ 3-2 应变、应变分量	22
§ 3-3 相对位移张量及其分解	25
§ 3-4 变形连续方程	28
§ 3-5 一点应变状态的确定	30
§ 3-6 应变张量的坐标变换	33
§ 3-7 主应变、应变张量不变量	34
§ 3-8 体积应变	35
§ 3-9 八面体应变	36
§ 3-10 球形应变张量、偏斜应变张量	37
§ 3-11 有限变形	38

第四章 应力与应变的关系.....42

§ 4-1 广义虎克定律..... 42

§ 4-2 各向同性体的广义虎克定律..... 43

§ 4-3 体积应变定律..... 44

§ 4-4 弹性常数之间的关系..... 45

第五章 弹性力学问题的解法与一般原理.....47

§ 5-1 弹性力学的基本方程..... 47

§ 5-2 弹性力学问题的解法..... 49

§ 5-3 位移法..... 49

§ 5-4 应力法..... 50

§ 5-5 逆解法与半逆解法..... 53

§ 5-6 迭加原理..... 54

§ 5-7 解的唯一性定理..... 56

§ 5-8 圣维南原理..... 58

§ 5-9 弹性力学简单问题的解法举例..... 60

第六章 平面问题的直角坐标解法.....67

§ 6-1 平面问题的分类..... 67

§ 6-2 平面问题的基本方程..... 69

§ 6-3 平面问题的解法..... 70

§ 6-4 应力函数..... 72

§ 6-5 多项式解..... 73

§ 6-6 级数解..... 82

§ 6-7 利用边界条件确定应力函数的方法..... 86

第七章 平面问题的极坐标解法.....92

§ 7-1 极坐标中的基本方程..... 92

§ 7-2 极坐标中的应力函数法..... 95

§ 7-3 平面轴对称问题..... 97

§ 7-4 受均布压力的圆筒或圆环..... 99

§ 7-5 曲梁的纯弯曲..... 100

§ 7-6 圆孔孔边的应力集中问题..... 104

第八章 空间轴对称问题..... 109

§ 8-1 空间轴对称问题的基本方程..... 109

§ 8-2 空间轴对称问题的位移法..... 111

§ 8-3 空间轴对称问题的应力法..... 115

第九章 热 应 力	117
§ 9-1 热弹性力学问题的广义虎克定律	117
§ 9-2 热弹性力学问题的解法	118
§ 9-3 平面热应力问题的直角坐标解	119
§ 9-4 矩形薄板的热应力	121
§ 9-5 平面热应力问题的极坐标解	124
§ 9-6 平面热应力的轴对称问题	125
第十章 能 量 法	129
§ 10-1 弹性体的应变能.....	129
§ 10-2 虚位移原理与最小位能原理.....	135
§ 10-3 位移变分方程的近似解法.....	138
§ 10-4 弹性体的应变余能.....	143
§ 10-5 虚应力原理与最小余能原理.....	145
§ 10-6 应力变分方程的近似解法.....	147
§ 10-7 能量法的应用举例.....	149
第十一章 有限差分法	158
§ 11-1 基本概念.....	158
§ 11-2 有限差分方程.....	160
§ 11-3 松弛法.....	161
§ 11-4 外推法.....	163
§ 11-5 有限差分法应用举例.....	166
第十二章 有限单元法	170
§ 12-1 基本概念.....	170
§ 12-2 单元分析.....	172
§ 12-3 整体分析.....	181
§ 12-4 载荷向结点的移置.....	184
§ 12-5 有限单元法的应用举例.....	189

第二篇 粘弹性力学基础

第十三章 粘弹性力学模型	195
§ 13-1 引言.....	195
§ 13-2 基本元件.....	197
§ 13-3 麦克斯威尔(Maxwell)模型.....	198

§ 13-4	开尔文 (Kelvin) 模型	200
§ 13-5	布吉斯 (Burgers) 模型	203
§ 13-6	广义麦克斯威尔模型与开尔文模型	207
第十四章	粘弹性应力-应变方程	211
§ 14-1	简单应力状态下应力-应变方程的微分形式	211
§ 14-2	复杂应力状态下应力-应变方程的微分形式	212
§ 14-3	蠕变柔量与松弛模量	214
§ 14-4	波耳兹曼 (Boltzmann) 迭加原理	215
§ 14-5	简单应力状态下应力-应变方程的积分形式	215
§ 14-6	蠕变柔量 $J(t)$ 与松弛模量 $E(t)$ 的关系	217
§ 14-7	复杂应力状态下应力-应变方程的积分形式	218
第十五章	热粘弹性问题	220
§ 15-1	引言	220
§ 15-2	粘弹性材料力学性能的温度效应	220
§ 15-3	温度-时间等效原理	220
§ 15-4	主曲线、移位因子与换算时间的确定方法	221
§ 15-5	热粘弹性应力-应变方程	226
第十六章	粘弹性力学问题的解法	231
§ 16-1	纯弯梁的粘弹性直接解法	231
§ 16-2	纯弯梁的弹性-粘弹性模拟解法与对应原理	235
§ 16-3	准静态粘弹性问题的对应原理及其应用	236
§ 16-4	粘弹力学问题的有限单元法	240

第三篇 塑性力学基础

第十七章	塑性力学基础	247
§ 17-1	引言	247
§ 17-2	屈服条件	250
§ 17-3	塑性应力-应变关系	253
§ 17-4	简单弹塑性问题	258

第四篇 复合材料力学基础

第十八章	复合材料力学基础	264
§ 18-1	复合材料介绍	264

§ 18-2	各向异性弹性体的应力-应变关系	265
§ 18-3	单层板弹性常数的确定	270
§ 18-4	单层板的弹性特性	277

第五篇 薄壁结构理论

第十九章	结构的几何不变性	283
------	----------	-----

§ 19-1	几何不变性的意义	283
§ 19-2	几何不变性的判断	284
§ 19-3	瞬时可变系统的分析	285
§ 19-4	例题	287

第二十章	静定薄壁结构的内力及位移	289
------	--------------	-----

§ 20-1	静定结构的概念	289
§ 20-2	薄壁结构的计算模型	290
§ 20-3	受剪板式薄壁结构元件的平衡	291
§ 20-4	平面薄壁结构的内力	295
§ 20-5	空间薄壁结构的内力	302
§ 20-6	广义力与广义位移	305
§ 20-7	单位载荷法	307

第二十一章	静不定结构的内力及位移	313
-------	-------------	-----

§ 21-1	静不定结构的特征	313
§ 21-2	力法的基本原理及典型方程	316
§ 21-3	基本系统的选择	320
§ 21-4	静不定结构的位移	329

第二十二章	棱柱形薄壁结构的自由弯曲和扭转	333
-------	-----------------	-----

§ 22-1	引言	333
§ 22-2	正应力计算	333
§ 22-3	开口截面弯曲剪应力计算	335
§ 22-4	开口截面弯心计算	338
§ 22-5	单闭室截面剪应力计算	340
§ 22-6	单闭室截面弯心计算	344
§ 22-7	多闭室截面剪流计算	349

第二十三章	限制扭转与限制弯曲的概念	355
-------	--------------	-----

第六篇 板壳理论

第二十四章 薄板的计算	358
§ 24-1 引言	358
§ 24-2 基本假设	359
§ 24-3 板的纯弯曲	361
§ 24-4 板的扭转	362
§ 24-5 薄板受横向载荷时的弯曲	363
§ 24-6 边界条件	365
§ 24-7 纳维尔解法	367
§ 24-8 利威解法	373
§ 24-9 圆形薄板的弯曲	375
§ 24-10 正交各向异性板的弯曲	382
§ 24-11 薄板的稳定计算	385
第二十五章 轴对称载荷作用下旋转壳的无矩理论	391
§ 25-1 引言	391
§ 25-2 平衡方程	392
§ 25-3 旋转壳的变形分析	397
§ 25-4 常压作用下的旋转壳	402
§ 25-5 液压作用下的旋转壳	406
第二十六章 非轴对称载荷作用下旋转壳的无矩理论	409
§ 26-1 平衡微分方程的建立	409
§ 26-2 平衡微分方程的求解	411
第二十七章 轴对称载荷作用下旋转壳的有矩理论	421
§ 27-1 变形的基本关系式	421
§ 27-2 变形和内力	422
§ 27-3 轴对称载荷作用下旋转壳有矩理论的微分方程	424
§ 27-4 球壳	427
§ 27-5 直母线壳体	428
§ 27-6 圆锥壳	429
§ 27-7 有矩理论和无矩理论的应用范围	431
第二十八章 旋转壳的边界效应	432
§ 28-1 概述	432

§ 28-2	球壳的边界效应·····	433
§ 28-3	圆筒壳的边界效应·····	439
附 录	·····	442
附录 I	变分的基本概念·····	442
附录 II	张量记号与求和约定·····	444
附录 III	拉普拉斯变换·····	445
附录 IV	单位阶跃函数与单位脉冲函数·····	447

第一篇 弹性力学基础

第一章 绪 论

§ 1-1 弹性力学的任务与内容

弹性力学是固体力学的一个分支，它的任务是研究弹性体在外力或温度变化的作用下产生的应力与应变。

弹性力学与材料力学相比，其研究对象有相同之处，也有不同之处。材料力学主要研究杆状构件在拉压、剪切、弯曲、扭转等作用下的应力与应变；而弹性力学则除了研究杆状构件外，还研究二维、三维的连续弹性体，例如板、壳、堤坝等。在研究方法上，弹性力学与材料力学也各有异同。相同之处是二者都要对研究对象进行静力分析、几何分析与物理分析，不同之处在于材料力学通常还需要引用关于研究对象的应力应变分布规律的简化假设，得到的解是近似的，而弹性力学则不需引用这些假设，得到的解比较精确。例如，材料力学在研究梁的弯曲时，引用平截面假设，得到弯曲应力沿梁截面高度线性分布的结果。弹性力学在研究这一问题时，不引用平截面假设，得到的结果是：当梁截面高度远小于梁的跨度时，弯曲应力沿梁截面高度线性分布，即平截面假设成立；当梁截面高度与梁的长度同数量级时，弯曲应力沿梁截面高度按曲线变化，即平截面假设不再成立。

由此可见，弹性力学与材料力学总的研究任务是相同的，但由于研究对象、研究方法的不尽相同，弹性力学的研究范围更为广泛，内容更为复杂，程度更为深入，结果更为精确，它能解决材料力学所无法解决的一些问题，并用来检验材料力学所得结果的近似程度。当然，这并不是说我们在研究实际工程问题时可以撇开材料力学的方法，而完全采用弹性力学的方法。事实上，对于同一结构的各个构件，甚至对于同一构件的各个不同部分，分别采用弹性力学和材料力学的方法进行计算，常常可以减少工作量，而仍然得到满意的结果。这是因为对于一定载荷作用下的某些构件来说，采用材料力学的简单方法可以得到与弹性力学相同的结果，上述高度远小于长度的梁的弯曲就是明显一例。

总之，弹性力学与材料力学都是人类在研究工程结构实践中总结出来的二种不同的有效方法，它们相辅相成，不能偏废。我们应当根据具体的研究对象加以合理选用。

§ 1-2 弹性力学的基本假设

弹性力学的基本假设如下：

一、连续性假设

假设整个物体完全被组成该物体的介质所充满,不留任何空隙。这样,物体各点的应力、应变、位移等物理量也是连续的,可以表为坐标的连续函数。事实上,任何物体都由微粒构成,微粒内部和微粒之间都有空隙,并不符合上述假设。但是,由于微粒的尺寸以及微粒之间的距离远远小于物体的尺寸,因此,当从宏观上研究物体的应力应变时,连续性假设的采用不会引起明显的误差。

二、完全弹性假设

假设物体的应力-应变关系服从虎克定律。由材料力学已知:脆性材料的物体在应力超过比例极限之前,韧性材料的物体在应力达到屈服极限之前,都可以认为是近似的完全弹性体。

三、均匀性假设

假设整个物体由同一种材料组成,物体各点的弹性处处相同,不随点的坐标而变。这样,我们就可以从物体中取出任意一小部分加以分析,然后把分析结果推广到整个物体。

四、各向同性假设

假设物体内任意一点的弹性在所有方向都相同,不随方向而变。由金属学已知,单晶体的弹性是各向相异的,但对于多晶体的金属材料来说,由于无数微小晶体的随机排列,其宏观弹性可以认为是各向相同的。

五、小位移假设

假设物体在外力或温度变化的作用下所产生的位移远小于物体原来的尺寸,并且应变和转角都远小于1。这样,在建立平衡方程时,可用变形前的物体尺寸代替变形后的物体尺寸,在建立几何方程和物理方程时,可以略去应变、转角的二次幂或二次乘积以上的项,使得到的基本方程成为线性方程。

六、无初应力假设

假设物体处于自然状态,在外力或温度变化作用之前物体各点的应力为零。

我们把符合头四个基本假设的物体称为理想弹性体,把根据以上六个基本假设建立起来的弹性力学称为线性弹性力学。显然,线性弹性力学所研究的问题是理想弹性体的线性问题,它是本篇所要阐述的内容。

有些弹性体的材料,在外力和温度变化的作用下,具有明显的随时间变化的粘性流动,称为粘弹性材料。研究粘弹性材料应力-应变的学科称为粘弹性力学,它是本书第二篇所要阐述的内容。

受外力或温度变化作用的物体,只是在一定条件下才符合理想弹性体的基本假设。例如当物体中的应力超过弹性极限而处于塑性状态时,应力应变关系是非线性的,不符合完全弹性假设。研究物体在塑性状态下应力-应变的学科称为塑性力学,它是本书第三篇所要阐述

的内容。

还有一些物体的材料,例如工程上应用日益广泛的复合材料,其弹性具有明显的方向性,不符合各向同性假设。研究复合材料应力-应变的学科称为复合材料力学,它是本书第四篇所要阐述的内容。

如果在研究物体应力-应变时仅仅用到上述基本假设,而不再引用其他关于应力或应变分布规律的简化假设,则这样的弹性力学称为数学弹性力学。反之,如果像材料力学那样,还引用关于应力或应变分布规律的简化假设,例如在板壳应力应变分析时引用直法线假设,则这样的弹性力学称为应用弹性力学,它是本书第六篇所要阐述的内容。

§ 1-3 弹性力学的研究方法

在材料力学里,我们用截面法求物体的应力。即假想用一截面将物体分成二部分,选取其中一部分作为分析对象(分离体),研究其静力平衡,从而求出截面上的应力。

在弹性力学里,我们同样采用截面法,但不是将物体分成二部分,而是将物体分成无数个微元体,这些微元体在物体内部是平行六面体,在物体表面是四面体。于是,根据连续性假设,整个物体可以看作是由这些微元体组成。

将这些微元体作为分析对象,进行静力、几何、物理三方面的分析,得到一组以应力为基本未知量或以位移为基本未知量的偏微分方程,加上力的边界条件或位移边界条件,可以求出物体的应力、应变和位移。但是,这些偏微分方程的求解十分复杂,一般情况下很难得到它的通解,在实际应用中常常采用所谓试凑解法(逆解法与半逆解法),或者采用能量法、有限差分法与有限单元法等近似解法和数值解法。

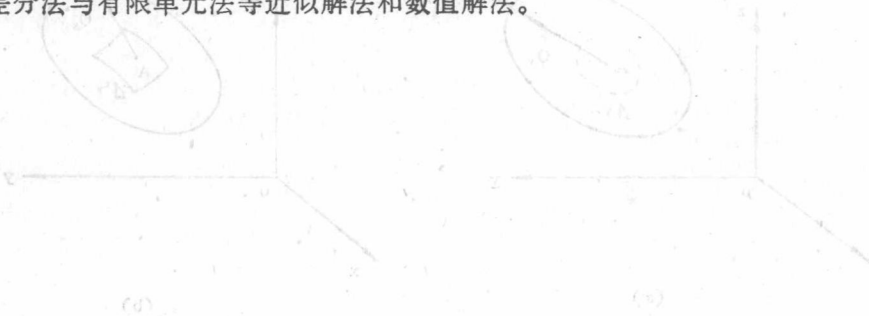


图 1-3

第二章 应力分析

§ 2-1 外力

作用于物体的外力可以分为体积力与表面力，分别简称为体力和面力。所谓体力，是指分布在物体体积内的力，如重力、惯性力与磁力等。一般说来，物体各点的体力是不同的。为了确定物体任一点 A 的体力，过该点取一微小体积 ΔV (图 2-1(a))。令 $\Delta \vec{P}_V$ 表示作用于 ΔV 的体力，则体力的平均集度为 $\Delta \vec{P}_V / \Delta V$ 。如使 ΔV 朝 A 点不断缩小，则 $\Delta \vec{P}_V$ 、 $\Delta \vec{P}_V / \Delta V$ 的大小、方向与作用点也将不断变化。根据连续性假设，体力是连续分布的。因此，当 ΔV 无限缩小而趋于 A 点时，以下极限存在

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}_V}{\Delta V} = \vec{Q}_V \quad (2-1)$$

极限向量 $\vec{Q}_V$ 就称为 A 点的体力，其方向就是 $\Delta \vec{P}_V$ 的极限方向，其因次是 [力] [长度]⁻³。 $\vec{Q}_V$ 沿坐标轴 x 、 y 、 z 的投影 X 、 Y 、 Z 称为物体在 A 点的体力分量，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。

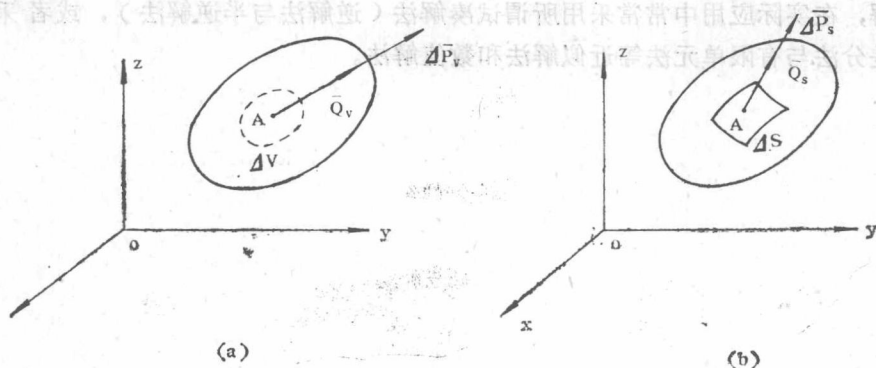


图 2-1

所谓面力，是指分布在物体表面的力，如气动力、水压力、燃气压力与接触力等。一般说来，物体表面各点的面力也是不同的。仿照体力的定义方法，我们可用以下极限表示物体表面任一点 A 的面力

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}_S}{\Delta S} = \vec{Q}_S \quad (2-2)$$

式中 ΔS 是过 A 点所取的微小表面积 (图 2-1(b))；

$\Delta \vec{P}_S$ 是作用于 ΔS 的面力。

面力 $\vec{Q}_S$ 的因次是 [力] [长度]⁻²，它沿坐标轴 x 、 y 、 z 的投影 X 、 Y 、 Z 称为物体在 A 点的面力分量，以沿坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负。

§ 2-2 应 力 向 量

物体在外力和温度变化作用下，其内部将产生内力。一般说来，物体的内力分布是不均匀的。为了确定物体内任一点 A 的内力，过 A 点用法线为 $\bar{n}$ 的截面将物体分成二部分，并在留下部分上围绕 A 点取微小面积 ΔF (图 2-2)。令 $\Delta \bar{P}$ 表示物体去掉部分作用于留下部分微小面积 ΔF 上的内力，它可以看作是 ΔF 所受的面力。因此，根据式 (2-2)，极限向量

$$\bar{p}_n = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta F} = \frac{d\bar{P}}{dF} \quad (2-3)$$

就是法线为 $\bar{n}$ 的截面上任一点 A 的面力，称为作用于 A 点的 $\bar{n}$ 方向截面上的应力向量，其方向等于 $\Delta \bar{P}$ 的极限方向，因次也是 $[\text{力}][\text{长度}]^{-2}$ 。

应力向量 $\bar{p}_n$ 的分解有二种形式。一种形式是沿坐标轴分解 (图 2-3(a))。如果用 p_{nx} 、 p_{ny} 、 p_{nz} 分别表示应力向量在 x 、 y 、 z 轴上的投影， p_n 表示应力向量的模，则有

$$p_n^2 = p_{nx}^2 + p_{ny}^2 + p_{nz}^2 \quad (2-4)$$

这种分解形式的应力分量通常用于公式的推导，而与物体应变、材料强度无直接关系。与物体应变、材料强度直接有关的是第二种分解形式的应力分量。将应力向量沿其作用截面的法向和切向分解 (图 2-3(b))，用 σ_n 和 τ_n 分别表示法向分量和切向分量，则有

$$p_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2 \quad (2-5)$$

σ_n 和 τ_n 分别称为作用在 A 点的 $\bar{n}$ 方向截面上的正应力和剪应力。

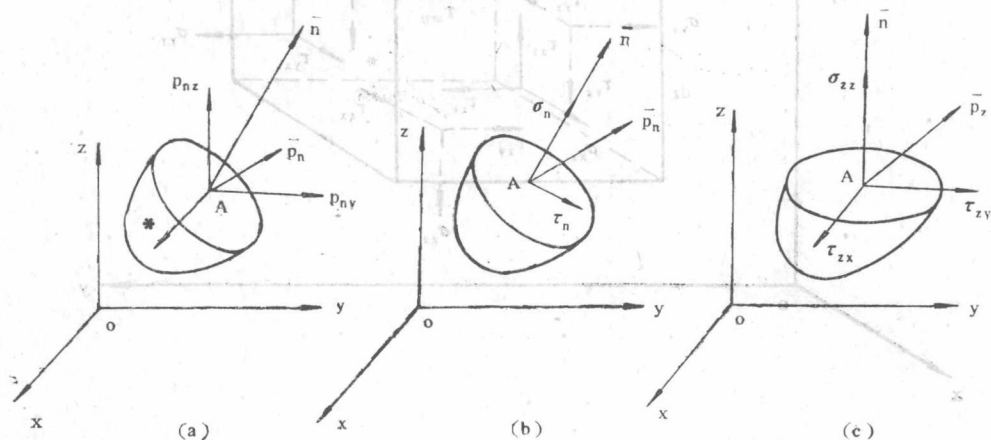


图 2-3

需要特别指出的是，当应力向量作用截面的法线 $\bar{n}$ 与坐标轴 (比如 z 轴) 平行时，上述二种分解形式的应力分量便统一为一种形式的应力分量 (图 2-3(c))。由图可见， z 方

向截面的应力向量 $\bar{p}_z$ 共有三个分量，其中一个为正应力 σ_{zz} 、沿 z 轴作用，另外二个是剪应力 τ_{zx} 、 τ_{zy} ，分别沿 x 、 y 轴作用。

§ 2-3 应 力 张 量

从前节的讨论不难看出，过物体内同一点的不同方向截面上的应力向量是不相同的。因此，用某一给定方向截面上的应力向量不可能确定其他任意方向截面上应力的与方向。换句话说，应力向量不能描述物体内一点的应力状态。为了确定物体内一点的应力状态，我们需要引入应力张量的概念。为此，用三组平行于坐标面 $yo z$ 、 zox 、 xoy 的平面过 A 点从物体中切出一个边长为 dx 、 dy 、 dz 的微小六面体。根据前节的讨论，在该微元体的每一面上作用有三个应力分量，六个面共有九个应力分量，如图 2-4 所示。将这九个应力分量写成矩阵形式，并用记号 σ_{ij} 表示

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

$i, j = x, y, z$

易见，这九个应力分量与应力向量的方向和应力向量作用截面的方向有关，因而构成一个二阶张量，称为物体在点 A 的应力张量。

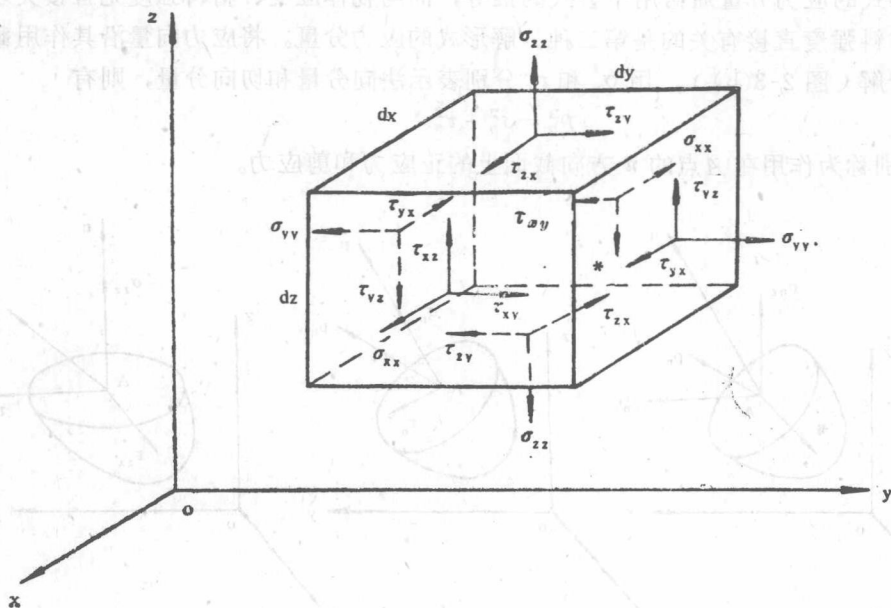


图 2-4

* $Z_{\sigma_{zz}}$

为了表明应力分量的作用截面和作用方向，对每个应力分量的记号加注二个下标。第一个下标表示作用截面垂直于哪一个坐标轴，第二个下标表示作用方向沿着哪一个坐标轴。例如，正应力 σ_{xx} 表示作用在垂直于 x 轴的截面上并沿着 x 轴方向，剪应力 τ_{xy} 表示作用在垂直于