

航空发动机强度计算

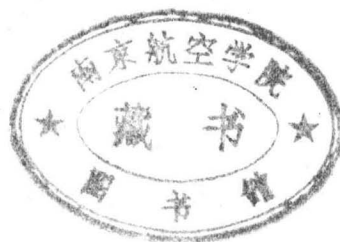
沈 达 宽 主 编

国防工业出版社

V231.91
1001

航空发动机强度计算

沈达宽 主编



30271648

国防工业出版社

512011



航空发动机强度计算

沈达宽 主编

国防工业出版社出版

北京市书刊出版营业许可证出字第 074 号

西北工业大学印刷厂印装 内部发行

787×1092 1/16 印张 14.7 插表 1 张 357 千字

1980 年 12 月第一版 1980 年 12 月第一次印刷 印数 0001—1500 册

统一书号: N15034(三教)33 定价: 1.58 元

前 言

本书是根据航空高等院校专业教育计划的规定和教材会议草拟的“航空燃气涡轮发动机结构与强度计算”教材内容编写而成的。

本书与《航空发动机构造》一书配合使用，作为航空燃气涡轮发动机设计专业“航空发动机结构与强度计算”课程的教科书。本书也可供航空工厂、研究所、专科学校和部队有关人员参考之用。由于航空燃气涡轮发动机和地面用燃气轮机和蒸汽轮机很有类似之处，故也可供这方面有关人员参考。

本书共分六章，在分析发动机主要零件工作条件的基础上，简化为具体的力学模型，建立了基本方程，并推导出工程中常用的计算方法。在内容安排上，注意了基本概念的建立，并介绍了疲劳、屈服和断裂等问题的基本概念，并在“轮盘强度计算”和“叶片振动”两章中附有 FORTRAN 语言编写的计算程序。

为了使读者对本学科有较全面的知识，并考虑到各使用单位的不同情况，本书的内容多于教学计划的要求。因此，作为教学用书时，可按具体情况，对内容酌情取舍。

本书由沈达宽主编。参加编写的有：梁国焯、李智焯、严鑫源、陈群、任平珍、徐忠勤、杜生广等同志；参加出版工作的有：陈青、徐明、杨秉玉同志。

本书由北京航空学院郑光华、刘向翊和南京航空学院鲁启新同志主审。

由于编者水平和资料有限，书中难免有许多缺点和错误，希望对本书提出批评和指正。

编者 1980.6.

目 录

第一章 叶片强度计算

第1节 概述	1
第2节 离心拉伸应力计算	4
第3节 弯曲应力计算	8
第4节 总应力与安全系数	17
第5节 影响叶片强度的因素	18
*第6节 叶片的低周疲劳	24
*第7节 榫头强度计算	25
附 录 叶片截面的主要几何参数	30

第二章 轮盘强度计算

第1节 轮盘的工作条件	31
第2节 轮盘强度计算的基本公式	33
第3节 几何形状简单的轮盘强度计算	36
第4节 轮盘强度的近似计算方法	50
*第5节 处于弹、塑性状态的轮盘强度计算	56
第6节 轮盘的许用应力	66
附 录 轮盘应力计算程序	67

第三章 联接件强度计算

第1节 轴强度计算	70
*第2节 花键强度计算	73
*第3节 球形联轴器承压计算	75
*第4节 联接螺钉的强度计算	76

第四章 叶片振动

第1节 概述	78
第2节 实际叶片的振动	79
第3节 等截面叶片的弯曲振动	80
*第4节 变截面叶片的弯曲振动	93
*第5节 扭转及其他复杂振动	101
第6节 影响自振频率的因素	108
*第7节 振动应力	118

*第8节	激振力分析	124
*第9节	振动阻尼	127
第10节	颤振及其它振动	130
*第11节	排除叶片振动故障	135
附录	叶片自振频率计算程序	152

第五章 盘和壳体的振动

第1节	圆盘振动	154
*第2节	壳体振动概述	161

第六章 发动机的振动与平衡

第1节	临界转速的基本概念	165
第2节	临界转速计算	166
第3节	轴质量对临界转速的影响	178
*第4节	支承弹性的影响	181
*第5节	陀螺力矩的影响	188
*第6节	其他影响临界转速的因素	199
*第7节	多盘转子的临界转速	204
第8节	整机振动介绍	211
第9节	处理临界转速问题的方法	215
第10节	发动机转子的平衡	217
附录	用逐站推算法计算转子的临界转速	224

[注：带*号的是供选择讲授的内容]

第一章 工作叶片强度计算

第一节 概 述

工作叶片是压气机和涡轮中完成功能转换的重要零件。它通常由叶身和榫头两部分组成（图 1-1）。有时为了减振，还设计有叶冠、拉筋等部分（图 1-1）。叶身截面是具有一定弯度的叶型，各截面的形状和相对位置沿叶高通常是变化的（即变截面，并有扭向）。叶片借榫头可靠地固定在轮盘上。

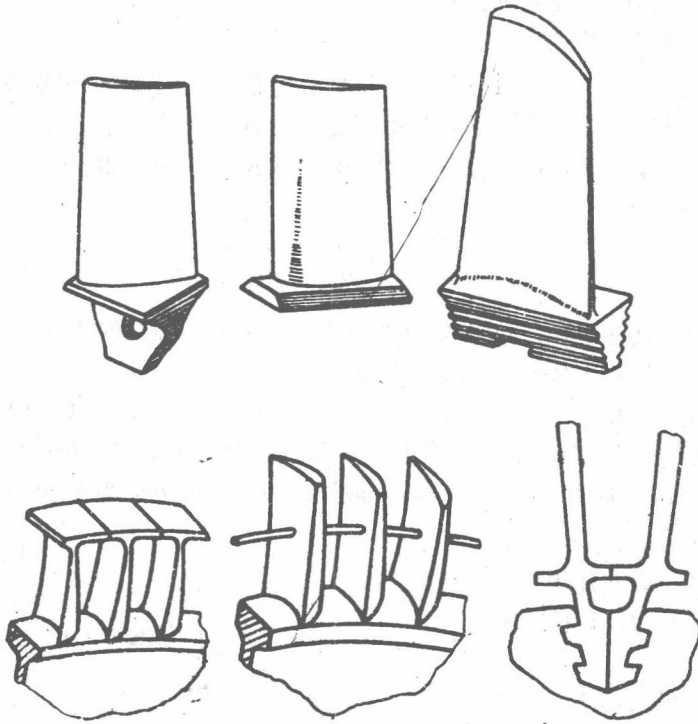


图 1-1 工作叶片的类型

显然，无论是压气机或是涡轮的工作叶片，都承受很大的负荷。如果叶片本身强度不足，则将产生变形、裂纹，甚至折断。碎片飞出会打坏邻近的叶片和机匣，甚至卡住转子，造成严重事故。叶片的振动疲劳，外物打伤，空气和燃气的腐蚀，也可能促使叶片损坏。因此，叶片的设计，既直接影响发动机的气动性能，又关系到发动机的安全性和使用寿命。在发动机中叶片的数量很多，连静子叶片在内，多的可达三千片以上。如果能把叶片的重量减小，那么不仅可使整台发动机的总重量减小，而且将使转子及机匣承力零件的重量大大

减轻。根据估计，叶片每减轻一克，整个发动机的重量至少可减轻4克（包括叶片、盘、轴及机匣等零件的重量）。所以，设计重量轻的叶片，几乎是减轻发动机总重量的关键问题。而这又是与叶片强度计算密切相关的。

设计叶片时，首先要进行压气机或涡轮的气动计算。根据计算的气动参数，选取一定的叶型，确定叶身各个截面的弦长 b 、最大厚度 C_{max} 、进出气角、前后缘小圆半径 $r_{前}$ 与 $r_{后}$ 等叶型构造参数。这样就确定了叶片各个截面的面积和各个截面间的相对位置，即确定叶片截面面积和截面重心沿叶高的变化以及叶片的扭向，然后进行叶片的强度计算（必要时还要做振动计算），并根据加工工艺和叠叶型须平滑过渡等要求进行修整。为了满足气动、强度、振动、工艺等各方面的要求，且力求重量最轻，上述计算和修整往往要进行多次。

本章讨论工作叶片的强度计算问题。有关叶片振动问题将在第四章进行研究。

1. 叶片的工作条件

发动机工作时，工作叶片受到下列几种负荷：

(1) 叶片本身质量所产生的离心力。

由于发动机的转速很高，故叶片自身的质量离心力很大。例如一个30克重的工作叶片在最大转速（ $n = 11150$ 转/分）工作时产生的离心力就有700多公斤，为自重的两万三千多倍。如果把叶片的离心力与其自重之比称为“过载系数 K ”，则易知：

$$K = \frac{G}{g} r \omega^2 = \frac{r \omega^2}{g} = \frac{u^2}{rg}$$

式中 r 为叶片质心所在处的半径， ω 为发动机的转速， u 为质心处的线速度。无论是大的或小的发动机， u 值总是相差不多的（通常大约350~400公尺/秒），而半径 r 则随发动机的大小而显著不同，可见小发动机的 K 值要大。例如一个叶尖处直径为120厘米、5000转/分的大型发动机，其 K 值约为15000；而一个叶尖直径为20厘米、40000转/分的小型发动机， K 值可达160000，相差十倍以上。所以一般讲，发动机越小，叶片离心力的影响越严重。

叶片在其自身离心力的作用下，将产生很大的拉伸应力和弯曲应力，还能引起扭转应力（图1-2）。

(2) 空气或燃气的气体力。

压气机或涡轮的工作叶片，都处在流量大、流速高的气流中工作。无论是燃气驱动涡轮工作叶片，或是压气机工作叶片驱动空气，都有很大的横向气体力作用在叶片上，使叶片受到很大的气动弯矩（图1-2）。气动弯矩可使叶片中产生很大的弯曲应力。气体力还会引起扭转应力。

(3) 热应力。

在涡轮中，燃气温度高达800~1100℃或更高，涡轮工作叶片的温度也将接近这个数

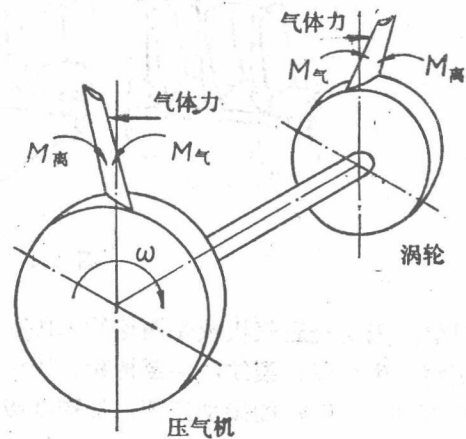


图 1-2 作用在工作叶片上的气体力和气动弯矩

值。压气机末几级工作叶片的温度也达200~500℃或更高。这不仅使材料的许用应力减小，而且使叶片因温度分布不均匀而产生热应力。涡轮工作叶片中的热应力较大，特别是在发动机起动及停车时更为严重，叶片往往因热疲劳而损坏。

(4) 振动应力。

由于气流脉动等原因可激起工作叶片和静子叶片的振动，这将在叶片中产生交变的弯曲应力和扭转应力。在某些情况下，可引起很大的振动应力，使叶片因疲劳而损坏。

在上述引起应力的各种负荷同时作用的情况下，叶片的应力状态十分复杂，也难以计算。为了使问题简化，实际计算时，可以只考虑主要的应力成份，分别把它们求出后再代数相加，得到近似的总应力。然后根据叶片材料的许用应力，计算出安全系数。至于那些被忽略的和难于计算的应力成份，可在强度储备中加以考虑。

2. 简化假设和坐标系

计算工作叶片上的应力时，通常作如下假设：

(1) 不计叶片上的扭转应力、热应力和振动应力。因为对于不长的叶片，离心力和气体力引起的扭转应力很小，一般可不考虑（某些情况下，再特别处理），而热应力和振动应力的计算较复杂，只是在某些情况才作专门的计算和试验加以确定。所以实际上仅计算叶片上由离心力产生的拉伸应力和弯曲应力，以及由气体力引起的弯曲应力。

(2) 把工作叶片看为根部完全固装的变截面悬臂杆。叶片没有叶冠和阻尼台。叶片的轴线（各截面重心连线）是略有弯曲的空间曲线。如果叶片的扭向不大，则叶片在离心力和气体力作用下产生的变形很小，一般都可以忽略不计。

计算时采用如图1-3所示 X 、 Y 、 Z 和 x 、 y 、 z 两套直角坐标系。取转子的旋转轴线为 OX 轴，以发动机排气方向为正，通过叶根截面重心 O_0 。作 OX 轴的垂线即为 OZ 轴，以指向叶尖方向为正，垂足 O 为坐标原点； OY 轴在旋转平面内，将 OX 轴绕 OZ 轴顺时针向旋转90度（沿 OZ 轴向下看）即得 OY 轴的正向。截面坐标系的原点 O_1 即为所研究的叶片截面重心，其 x 、 y 、 z 轴分别与 X 、 Y 、 Z 轴平行。

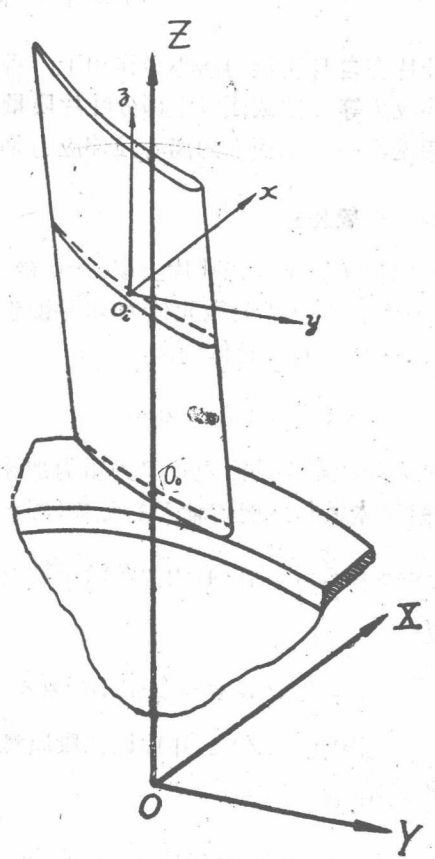


图 1-3 叶片的坐标系

3. 计算点的选择

发动机的工作状态是变化的。飞行速度和高度不同，则空气的温度、压力和进入发动机的流量都会改变。同时，发动机的转速也要时常改变，这将引起叶片上所受的负荷发生变化。温度的变化对材料的许用应力也有影响。因此，工作叶片上的应力情况及其安全系数将随各种不同的工作状态而变化。一般说来，只需要选取叶片可能出现危险的若

干工作状态进行计算, 这样即可保证在各种飞行状态下叶片能可靠工作。

如前所述, 作用于叶片上的主要负荷是叶片自身的离心力和气体力。离心力与发动机转速有关, 显然在最大转速 n_{\max} 时的离心力最大。气体力的变化则主要与发动机流量成正比。由于设计叶片时通常设法使离心弯矩和气动弯矩尽可能相互抵消, 这就要求对最大和最小气动力的两种情况都加以考虑。所以在设计叶片时, 必须对下列几种情况进行计算:

(1) 发动机设计点 (即地面试车状态, $H = 0, V = 0, n = n_{\max}$), 应做为基本的计算点。

(2) 低空低温高速飞行状态, 这时发动机空气流量最大, 取 $H = 0, V = V_{\max}$ (V_{\max} 为 $H = 0$ 时允许的最大飞行速度), $n = n_{\max}, t = -40^\circ\text{C}$ 进行计算。

(3) 高空低速飞行状态, 这时发动机空气流量最小, 取 $H = H_{\max}, V = V_H, n = n_{\max}, t = t_H$ 进行计算。其中 V_H 为设计高度下的最低飞行速度。

此外, 对于压气机中温度最高的工作状态和发动机使用寿命期内经常长期工作的状态, 必要时也应作强度计算。

涡轮工作叶片的强度计算方法和压气机是基本相同的, 只在受力方向、叶片形状等方面有所不同而已。

第二节 离心拉伸应力计算

叶片在自身质量的离心力作用下, 将产生拉伸应力。显然, 工作叶片任一横截面上的离心拉伸应力等于该截面以上部分叶片质量所产生的沿 Z 轴方向的离心力与该截面面积之比, 这里假设在一个截面上的离心拉伸应力是处处相等的。

1. 一般公式

如图 1-4 所示, 在叶片上取一个微元体 $dx \cdot dy \cdot dz$, 令 dA 为微元体的水平面积, 即 $dA = dx \cdot dy$, 则微元体的离心力 dP 为:

$$dP = \frac{\gamma}{g} \omega^2 Z' dA dz$$

式中 γ 为叶片材料的比重, g 为重力加速度, Z' 为微元体重心到旋转轴 X 的距离 (图 1-4)。

注意 $\cos \varphi = \frac{Z}{Z'}$, 则离心力 dP 沿 Z 轴方向的分量为

$$dP_z = dP \cos \varphi = \frac{\gamma}{g} \omega^2 Z dZ dA$$

因此, 截面积为 $A(Z)$ 的叶片微元段质量所产生的沿 Z 轴方向的离心力为

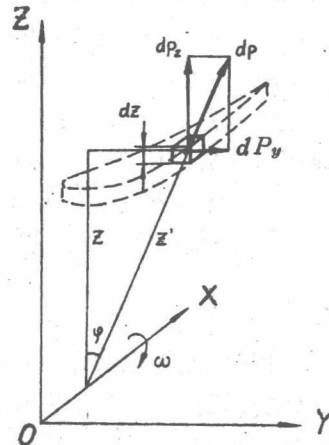


图 1-4 叶片微元体所产生的离心力

$$\int_{A(Z)} dP_z = \frac{\gamma}{g} \omega^2 Z dZ \int_{A(Z)} dA = \frac{\gamma}{g} \omega^2 Z A(Z) dZ$$

这样，就可求出工作叶片某一截面（ $Z = Z_i$ ）以上部分叶片质量所产生的沿 Z 轴方向的离心力为

$$P_i(\text{离}) = \int_{Z_i}^{Z_k} \frac{\gamma}{g} \omega^2 Z A(Z) dZ = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \int_{Z_i}^{Z_k} Z A(Z) dZ$$

式中 Z_k 为叶尖处的 Z 坐标值， $A(Z)$ 是叶片横截面积随 Z 坐标变化的函数，则叶片某一截面（ $Z = Z_i$ ）上的离心拉伸应力为

$$\sigma_i(\text{离}) = \frac{\gamma \omega^2}{g} \frac{\int_{Z_i}^{Z_k} Z A(Z) dZ}{A(Z_i)} \quad (1-1)$$

从上式可以看出，只要知道叶片横截面积沿叶高的变化规律，就能求得 $\sigma_i(\text{离})$ 。很明显， $\sigma_i(\text{离})$ 与叶片截面重心 X 、 Y 方向位置的变化无关。

对于等截面叶片， $A(Z) = A(Z_i) = \text{常数}$ ，故 (1-1) 式变为

$$\sigma_i(\text{离}) = \frac{\gamma \omega^2}{2g} (Z_k^2 - Z_i^2) \quad (1-2)$$

从 (1-2) 式可知，截面所在的半径 Z_i 愈小，则该截面上的离心拉伸应力愈大。可见叶根截面上的离心拉伸应力最大，而在叶尖处为零。

图 1-5 示出等截面叶片离心拉伸应力随叶高的变化。

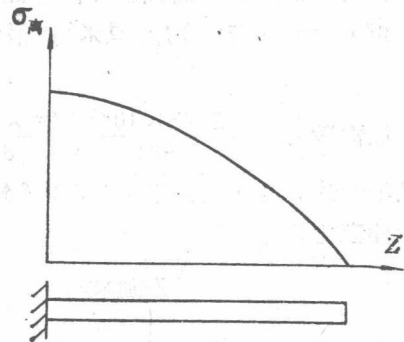


图 1-5 等截面叶片离心拉伸应力随叶高 Z 的变化

2. 数值积分法

根据 (1-1) 式求叶片任一截面上的离心拉伸应力，必须知道叶片横截面积随叶高变化的规律 $A(Z)$ 。一般说来，这一规律比较复杂，常不便于用数学式表达。所以通常采用数值积分法。

如图 1-6 所示，将叶片分成 n 段，则从叶尖起到叶根止，共有第 0、1、2…… n 共 $n+1$ 个截面。今研究第一段，即第 0 与第 1 截面之间的一段，这段叶片质量沿 Z 向的离心力为

$$\Delta P_1 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 A_{m1} Z_{m1} \Delta Z_1$$

其中 A_{m1} 为第 1 段叶片的平均截面面积，故可近似地认为 $A_{m1} = \frac{A_0 + A_1}{2}$ ， Z_{m1} 为该段的平均 Z 向高度， $Z_{m1} = \frac{Z_0 + Z_1}{2}$ ， $\Delta Z_1 = Z_0 - Z_1$ 。同理，可求出 ΔP_2 ， ΔP_3 …… ΔP_n 。而在第 i 截面上的离心拉伸应力则为

$$\sigma_i(\text{离}) = \frac{1}{A_i} \sum_{j=1}^i \Delta P_j = \frac{1}{A_i} (\Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots + \Delta P_i) \quad (1-3)$$

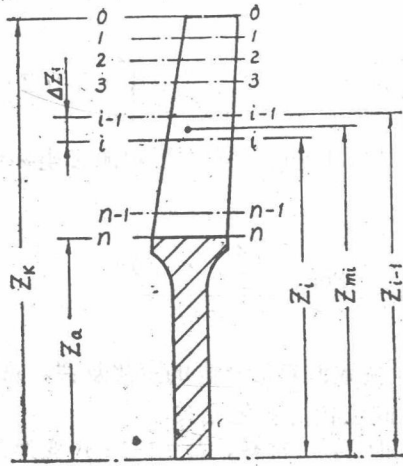


图 1-6 叶片分段计算简图

由 (1-3) 式就可以求得叶片各截面的离心拉伸应力。计算时列表比较方便，叶片分的段数愈多，结果就愈精确，一般至少分为 5 段。以下举例说明。

【例 1-1】某机第一级风扇叶片各截面处半径和面积值列于表 1-1，叶片材料为铝合金，其比重 $\gamma = 0.00275$ 公斤/厘米³，最大转速 $n = 8950$ 转/分，求各截面的离心拉伸应力。

$$\text{先计算常数 } \frac{\gamma}{g} \omega^2 = \frac{2.75 \times 10^{-3}}{981} \left(\frac{2\pi \times 8950}{60} \right)^2 = 2.46 \text{ 公斤/厘米}^4。$$

将风扇叶片分为 7 段，按 (1-3) 式列表计算 (见表 (1-1))，表中第 10 项即为各截面的离心拉伸应力值。

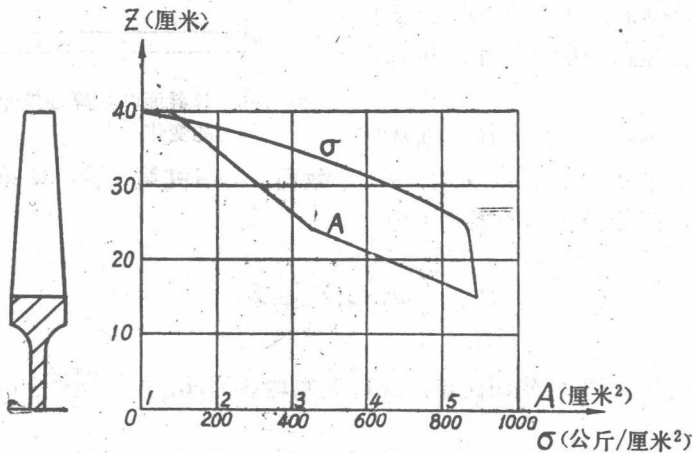


图 1-7 某风扇叶片的截面积和离心拉伸应力曲线

图 1-7 绘出该叶片的截面积和离心拉伸应力沿叶高的变化曲线。由图可见，叶片截面积变化规律是由两段直线组成，离心拉伸应力在叶尖截面为零，向叶根方向逐渐增大，大约过了二分之一叶高以后，由于截面积加大很多，所以叶片下半段接近等应力，强度比较合理。根部截面的离心拉伸应力最大，达 894 公斤/厘米²。

表 1-1 某涡轮风扇发动机第一级风扇叶片离心拉伸应力计算

项 目	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
	Z	A	A_m	ΔZ	$A_m \Delta Z$	Z_m	$A_m \Delta Z Z_m$	$\sum_1^i A_m \Delta Z Z_m$	P 离	σ 离
	给定	给定	$\frac{\textcircled{2}_{i-1} + \textcircled{2}_i}{2}$	$\textcircled{1}_{i-1} - \textcircled{1}_i$	$\textcircled{3}_i \times \textcircled{4}_i$	$\frac{\textcircled{1}_{i-1} + \textcircled{1}_i}{2}$	$\textcircled{5}_i \times \textcircled{6}_i$	$\sum_1^i \textcircled{7}_i$	$\frac{\gamma}{g} \omega^2 \times \textcircled{8}_i$	$\frac{\textcircled{9}_i}{\textcircled{2}_i}$
厘米	厘米 ²	厘米 ²	厘米 ²	厘米	厘米 ³	厘米	厘米 ⁴	厘米 ⁴	公斤	公斤/厘米 ²
0	40.7	1.39	—	—	—	—	—	—	—	0
1	38.1	1.70	1.55	2.6	4.03	39.4	159	159	391	230
2	34.1	2.13	1.92	4.0	7.68	36.1	277	436	1073	504
3	30.1	2.61	2.37	4.0	9.48	32.1	304	740	1822	698
4	26.1	3.08	2.85	4.0	11.4	28.1	320	1060	2610	847
5	22.1	3.92	3.50	4.0	14.0	24.1	337	1397	3439	877
6	18.1	4.90	4.41	4.0	17.6	20.1	354	1751	4311	880
7	15.5	5.44	5.17	2.6	13.4	16.8	325	1976	4865	894

[习题 1-1] 某涡轮工作叶片参数见表 1-2, 转速为 4700 转/分, 叶片材料为 GH33, 它的比重 γ 为 8.2×10^{-3} 公斤/厘米³, 求各截面的离心拉伸应力。

表 1-2

序 号	0	I	II	III	IV	V
项 目						
Z 厘米	62.8	59.1	56.0	53.0	49.4	45.8
A 厘米 ²	1.80	2.32	3.12	4.10	5.48	7.05

第三节 弯曲应力计算

从材料力学可知, 梁的任一截面上某一点的弯曲应力为

$$\sigma_{(\text{弯})} = \frac{My}{J} = \frac{M}{W}$$

式中 M 为该截面上所受的弯矩, y 为所计算的点到该截面主惯轴的距离, J 为截面的主惯性矩, $W = \frac{J}{y}$ 。

计算工作叶片的弯曲应力时, 将叶片看作一端固定的悬臂梁, 求出作用在叶片上的气体力弯矩和离心力弯矩, 并确定叶片截面的主惯性矩, 就可参照上述公式进行计算。

1. 气体力弯矩

当气流流过叶栅通道时, 无论是沿轴向 x 或是沿周向 y , 气流的速度都会发生变化, 这说明气流的动量发生了变化。此外, 气流在工作叶栅进、出口截面的压力也不相等。因此, 气流流过工作叶栅时, 在每单位叶高上, 必受到一个轴向力 p'_x 和一个周向力 p'_y 的作用。

根据作用与反作用定律, 工作叶片必然同时受到大小相等、方向相反的气流给予叶片的反作用力

$$p_x = -p'_x$$

$$p_y = -p'_y$$

必须注意, 由于气流参数沿叶高是变化的, 所以 p_x 和 p_y 沿叶高也是变化的。

上述气体力 p_x 和 p_y 将在叶片上产生气体力弯矩 M_y 和 M_x 。下面介绍两种气体力弯矩的计算方法。

(1) 近似估算法

做近似估算时, 可假设气体力沿叶高是不变的, 它们都等于平均半径处的数值。这样, 工作叶片就象一个受均布载荷的悬臂梁。分析一下流过平均半径处单位叶高的气流流动情况 (图 1-8), 就可得出这一均布载荷值。

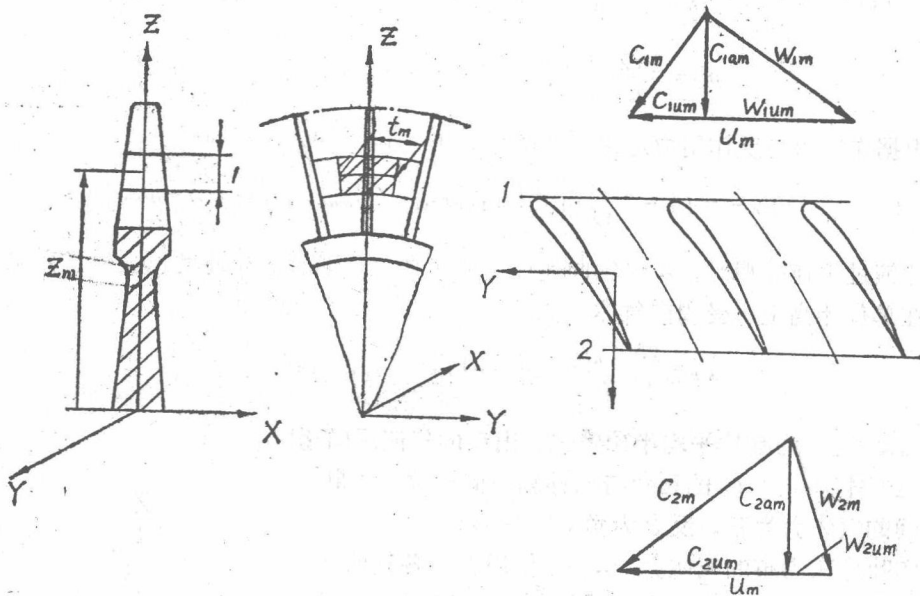


图 1-8 流过平均半径处单位叶高的气流情况

以压气机为例，如图 1-8 所示，气流流过工作叶片叶栅时，轴向速度发生变化（ $C_{2am} \neq C_{1am}$ ），说明气流受到了轴向力的作用。这个轴向力由下列二力组成：① 叶片给予气流的轴向力 p'_a ；② 叶栅进、出口截面处气流压差造成的轴向力 p'_{a1} 。根据动量定理，这个总轴向力 p'_{a0} 等于每秒钟内气流的动量变化量 M_a ，即

$$p'_{a0} = p'_a + p'_{a1} = M_a$$

对于宽为一个栅距，高度为 1 单位长度的窗口内气流，其关系式为：

$$M_a = (1 \cdot t_{2m} C_{2am} \cdot \frac{\gamma_{2m}}{g}) C_{2am} - (1 \cdot t_{1m} \cdot C_{1am} \cdot \frac{\gamma_{1m}}{g}) C_{1am}$$

式中 C_{1am} 、 C_{2am} 和 γ_{1m} 、 γ_{2m} 分别为进、出口截面气流的平均轴向速度和比重。如果近似地取 $t_{2m} = t_{1m} = t_m = \frac{2\pi Z_m}{Q}$ ，则有

$$M_a = \frac{2\pi Z_m}{Qg} (C_{2am}^2 \gamma_{2m} - C_{1am}^2 \gamma_{1m})$$

其中 Z_m 为叶片的平均半径，可以简单地认为平均半径为叶根与叶尖半径的平均数，即 $Z_m = \frac{r_{根} + r_{尖}}{2}$ ， Q 为叶片数。

由叶片进、出口截面气流的压差所引起的轴向力 p'_{a1} 为

$$p'_{a1} = 1 \cdot t_m (p_{1m} - p_{2m}) = \frac{2\pi Z_m}{Q} (p_{1m} - p_{2m})$$

式中 p_{1m} 、 p_{2m} 分别为叶栅进出口截面的气流平均压力。因此，流过窗口的气流所受到的总轴向力为：

$$p'_{x0} = p'_x + p'_{x1} = p'_x + \frac{2\pi Z_m}{Q} (p_{1m} - p_{2m}) = \frac{2\pi Z_m}{Qg} (C_{2am}^2 \gamma_{2m} - C_{1am}^2 \gamma_{1m})$$

或
$$p'_x = \frac{2\pi Z_m}{Q} \left[\frac{1}{g} (C_{2am}^2 \gamma_{2m} - C_{1am}^2 \gamma_{1m}) + (p_{2m} - p_{1m}) \right]$$

因此，根据作用力与反作用力定律，单位叶高上受到的气体作用力则为：

$$p_x = -p'_x = \frac{2\pi Z_m}{Q} \left[\frac{1}{g} (C_{1am}^2 \gamma_{1m} - C_{2am}^2 \gamma_{2m}) + (p_{1m} - p_{2m}) \right] \quad (1-4)$$

气流流过工作叶栅时，不仅轴向速度发生了变化，而且周向速度也生发生了变化。同理可得叶片在单位叶高上所受周向气体力为：

$$p_y = \frac{2\pi Z_m}{Q \cdot g} (C_{1am} C_{1um} \gamma_{1m} - C_{2am} C_{2um} \gamma_{2m}) \quad (1-5)$$

式中 C_{1um} 、 C_{2um} 为叶片平均半径处进、出口的气流周向速度。

上述气体力 p_x 、 p_y 的正负与坐标轴方向一致，即顺 x 、 y 轴方向的气体力为正、反之为负（图1-9）。

工作叶片在均布的气体力 p_x 、 p_y 作用下，各截面上产生弯矩。弯矩的方向按右手定则确定，它的正向与坐标轴的正向一致。据此规定，正的 p_x 使叶片产生负的 y 轴方向的弯矩，正的 p_y 使叶片产生正的 x 轴方向的弯矩（图1-9）。因此，任一半径 Z 处叶片截面上的气体力弯矩为

$$\left. \begin{aligned} M_x(Z)_{气} &= \frac{1}{2} p_y (Z_k - Z)^2 \\ M_y(Z)_{气} &= -\frac{1}{2} p_x (Z_k - Z)^2 \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

式中 Z_k 意义见图 1-9。

注意，(1-4)、(1-5) 和 (1-6) 式对于压气机或涡轮工作叶片都是适用的，但须注意它们所受到的气体力方向是相反的。

【习题 1-2】某发动机涡轮工作叶片平均半径处进出口的气流参数如表 1-3，求各截面上的气体力弯矩（各截面的位置同习题 1-1）。

叶片数 $Q = 68$ 。

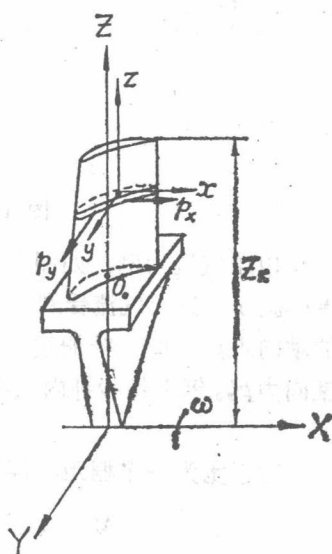


图 1-9 气体力的方向

表 1-3

C_{1am}	C_{1um}	γ_{1m}	p_{1m}	C_{2am}	C_{2um}	γ_{2m}	p_{2m}
297米/秒	410米/秒	0.894 公斤/米 ³	2.26 公斤/厘米 ²	313米/秒	-38米/秒	0.75公斤/米 ³	1.82 公斤/厘米 ²

(2) 数值积分法

要比较准确地计算气体力弯矩，必须考虑气流参数沿叶高的变化，因而单位叶高上受到的气体力 p_x 、 p_y 沿叶高也是变化的，记作 $p_x(Z)$ 、 $p_y(Z)$ ，如图 1-10 所示。

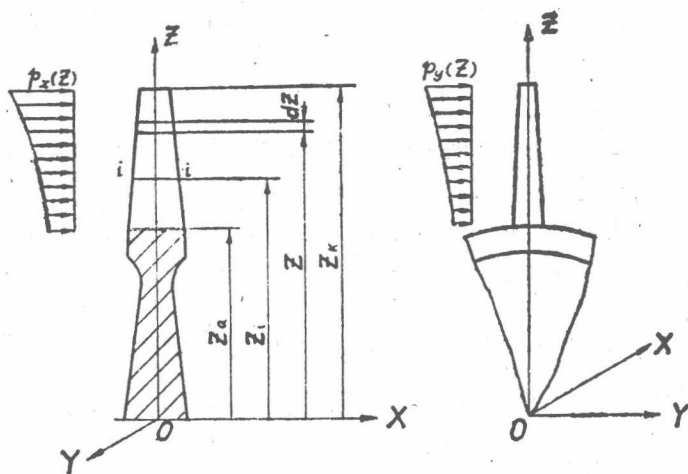


图 1-10

显见，叶片上任一半径 Z_i 处截面上的气体力弯矩 $M_{x_i,气}$ 、 $M_{y_i,气}$ 等于 i 截面以上部分所受到的气体力对 i 截面 x 、 y 轴的力矩。在这部分叶片上取一微元段(从半径 Z 到 $Z + dZ$)，则该微元段所受到的气体力为 $p_x(Z)dZ$ 、 $p_y(Z)dZ$ ，它们对 i 截面 x 、 y 轴的力矩分别为

$$dM_{x_i,气} = p_y(Z)dZ(Z - Z_i)$$

$$dM_{y_i,气} = -p_x(Z)dZ(Z - Z_i)$$

积分可得

$$\left. \begin{aligned} M_{x_i,气} &= \int dM_{x_i,气} = \int_{Z_i}^{Z_k} p_y(Z)(Z - Z_i) dZ \\ M_{y_i,气} &= \int dM_{y_i,气} = - \int_{Z_i}^{Z_k} p_x(Z)(Z - Z_i) dZ \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

上述积分通常不易求解，这时可用数值积分法作近似计算。将叶片从叶尖到叶根分成 n 段，共 $n+1$ 个截面(图 1-11)。根据气动计算或气动测量结果，可得到 $n+1$ 个截面处叶片进、出口的气流参数。假设在被 $n+1$ 个截面划分的 n 段叶片的每一小段上，可近似地认为气流参数是不变的，各用该段的平均参数代替。例如，在第 $i-1$ 到第 i 截面的第 i 段上：

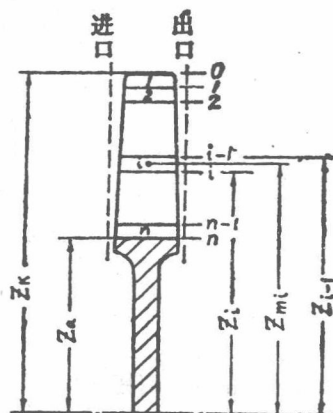


图 1-11 气体力弯矩计算简图

$$p_{1m_i} = \frac{1}{2}(p_{1i-1} + p_{1i}), \quad p_{2m_i} = \frac{1}{2}(p_{2i-1} + p_{2i})$$

$$C_{1am_i} = \frac{1}{2}(C_{1a_{i-1}} + C_{1a_i}),$$

$$C_{2am_i} = \frac{1}{2}(C_{2a_{i-1}} + C_{2a_i}),$$

$$C_{1um_i} = \frac{1}{2}(C_{1u_{i-1}} + C_{1u_i}), \quad C_{2um_i} = \frac{1}{2}(C_{2u_{i-1}} + C_{2u_i}),$$