建筑结构
概率极限状态设计

李继华　林忠民　李明顺　马坤贞
邵卓民　陈基发　胡德炘　编著

中国建筑工业出版社

本书是配合《建筑结构设计统一标准》的实施，为了向土建专业广大科技、设计人员介绍概率的极限状态设计概念而编写的。

全书分为三篇共十六章。第一篇为结构可靠度的统计数学基础，第二篇为结构可靠性理论，第三篇为概率极限状态设计。书中编入一些例题，供读者参考。

本书可供土建设计人员、大专院校师生参考。

建筑结构概率极限状态设计

李继华　林忠民　李明顺　马坤贞　编著
邵卓民　陈基发　胡德炘

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）
新 华 书 店 经 销
中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

开本：787×1092毫米 1/32 印张：$13\frac{5}{8}$ 插页：1 字数：305千字
1990年10月第一版　1990年10月第一次印刷
印数：1— 2,890 册　定价：8.90元
ISBN7—112—00926—X/TU·664

(6008)

序　言

在建筑结构设计领域内，结构可靠性理论自本世纪四十年代末开始研究以来，到七十年代已取得丰硕的成果。目前许多国家都在致力于以可靠性理论为基础，建立结构设计的规范体系。国际标准化组织（ISO）曾于1973年提出《结构安全性验证的总原则》（ISO2394），1986年又公布了修订本，易名为《结构可靠性总原则》，以促进工程结构可靠度设计方法的推广。我国于1976年开始，有组织地进行了“建筑结构安全度与荷载组合”课题的研究，并于1979年开始编制《建筑结构设计统一标准》(GBJ68-84)（以下简称《统一标准》），于1984年正式颁布试行。

编者始终参加了这一课题的研究和《统一标准》的编制工作。研究组和编委会曾在有关刊物上发表了许多论文，也印发过不少内部资料。这些资料在国内广为传播，并已为一些论文和著作所引用。

本书是配合《统一标准》的实施，为了向土建专业广大科技、设计人员介绍概率的极限状态设计概念而编写的，也可作为土建类高等学校师生的教学参考书。

本书分为三篇共十六章。第一篇“结构可靠度的统计数学基础”是掌握本书内容所必需的统计数学知识，是专为对概率论和数理统计不够熟悉的科技人员编写的。第二篇“结构可靠性理论”是根据当前结构可靠性学科的进展状况，系统地介绍了结构设计方法的演进历史以及有关结构可靠性和结构荷载的基本概念、理论和方法。第三篇“概率极限状态设计”全面地介绍了我国《建筑结构设计统一标准》(GBJ68—

84）的主要内容和编制依据。

限于当前的实践，本书的研究仅限于静态作用下的结构可靠性，而且主要是一个构件或一个截面的可靠性，即仅涉及单一失效模式。已在一开始就说明，研究是为设计服务的，至于一个建成结构的可靠性评价，还应包括施工过程的诸种不定性在内。

本书第一篇由福建师范大学林忠民执笔，第二篇由重庆建筑工程学院李继华和中国建筑科学研究院陈基发执笔，第三篇由中国建筑科学研究院李明顺、邵卓民、胡德炘、马坤贞执笔。由于笔者水平所限，书中难免存在错误和不当之处，望广大读者提出批评意见。

目　　录

第一篇　结构可靠度的统计数学基础

第二篇　结构可靠性理论

第三篇 概率极限状态设计

第一篇　结构可靠度的统计数学基础

第一章　事件与概率

概率极限状态设计是以统计数学为基本工具的结构可靠性设计理论。为了掌握这种设计的基本原理，必须了解和学习与之有关的概率论和数理统计基础知识和方法。为了使不太熟悉统计数学的读者学习概率论、数理统计等学科的有关内容和方法，以便顺利阅读和掌握以后有关概率极限状态设计的基本内容，本篇择要介绍概率论、数理统计、随机过程和可靠性数学等统计数学学科中与概率极限状态设计问题有关的基本概念、基础知识和基本方法。

事件与概率是概率论中最基本的两个概念，其实在工程实践中读者已经不只一次地与随机性现象打过交道，而且对“事件”和“概率”有不同程度的感性认识。例如在结构设计时，对地震区的建筑物需考虑地震作用，在结构物投入使用后地震可能发生，这样“地震发生”就是一个随机性事件，当然，“地震不发生”也是一个随机性事件。又如对住宅楼面活荷载进行调查时，要从一幢职工宿舍二楼六个单元中随意抽取一个单元作楼面活荷载测定，大家都有这样的实际经验，即每一个单元都有可能被抽到，而且“抽到某一单元”的可能性是相等的，均等于$\frac{1}{6}$，这里就引进了概率的概念。又比如

某钢厂生产的建筑钢材，其屈服强度f_y的标准值规定为$f_{yk}=240\text{MPa}(\text{N/mm}^2)$，但实际上提供使用的钢材，其强度$f_y$并不恰好都是$f_{yk}$，而是有可能大于$f_{yk}$，也有可能小于$f_{yk}$。人们难免要问事件“$f_y>f_{yk}$”或事件“$f_y\leqslant f_{yk}$”出现的可能性多大?这就不象前例那样可凭经验作出判断，它需要工程技术人员和数学工作者进行研究，统计数学可为这类问题的研究提供理论和方法。

概率论就是研究象上面列举的客观存在的具有不确定性的现象的内在规律，在土木工程领域，这类不确定性现象是大量存在的，如批量生产的建筑材料的各种性能，施加在结构上或结构构件上的各种荷载等等。所以利用概率论来研究建材的各种性能，各种结构荷载，以及结构或结构构件的可靠度是十分自然的。

一、事件及其运算

概率论把研究对象中的一切可能出现的结果都叫做事件，一般用大写拉丁字母A，B，C，…表示或用带脚标的A_1，A_2，A_3，…表示。

事件之间存在着一些关系，常见的有：

（1）包含关系：若事件A发生必然导致事件B发生，则称事件B包含了事件A，记为

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A$$

（2）不相容关系：若事件A与B总不能同时发生，则称事件A与事件B不相容。

（3）对立关系：若事件A不发生，则事件B必然发生，而两者又不能同时发生，那么称事件B为事件A的对立事件，记为

$$B=\overline{A}$$

显然，如果B是A的对立事件，则A也是B的对立事件。换句话说A、B是互为对立的。

（4）事件的和：事件A和事件B中至少有一个发生的事件叫做A与B的和，记为

$$A\cup B$$

（5）事件的积：事件A与事件B同时发生的事件叫做A与B的积，记为

$$A\cap B$$

有时也简记为$A\cdot B$或AB。

事件之间的上述关系，可以用几何图形加以直观说明。（图1-1-1）

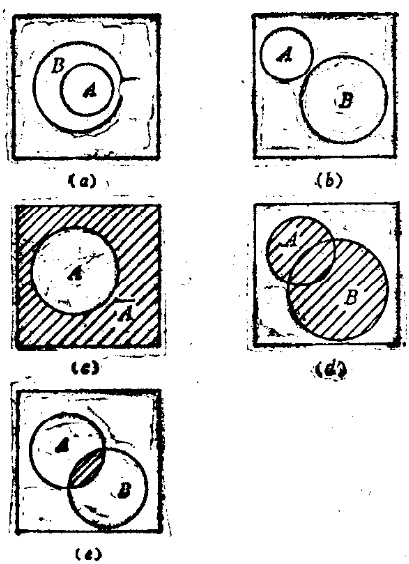

图 1-1-1　事件之间的关系

$(a)A\subset B$；$(b)AB=\phi$；$(c)\overline{A}$；$(d)A\cup B$；$(e)A\cap B(AB)$

二、概率及其基本性质

研究一个随机现象，仅仅知道该现象中一切可能出现的事件是不够的，还应该掌握各种事件以多大的可能性出现。例如在二楼六个单元宿舍中任意挑选出的单元为202号，可能性的大小是$\frac{1}{6}$。这相当于进行六次观测，可能抽到一次202号。如果问抽到的单元为偶数的单元，这就等于或者抽到202，或者抽到204，或者抽到206，凭经验就知道其出现的可能性大小是$\frac{3}{6}$，这相当于进行六次观测，抽到偶数号可能有三次。在这种随机观测中，显然有二种极端的情况；其一是在一次观测中，“出现六单元之一”是必然发生的，人们把这种在观测中总是发生的事件叫做必然事件，记为U。这种事件对它进行多少次观测，它必然出现多少次，其出现可能性的大小为百分之百，也即为1；另一个极端情况是在一次观测中“一个单元也不出现”是不可能的，这种在观测中总不可能发生的事件叫做不可能事件，记为V。这种事件对它进行多少次观测，它是一次也不会出现的，其出现可能性的大小自然等于零。象这样，表示事件发生可能性大小的数值叫做事件出现的概率。事件A发生的概率一般用记号$P(A)$表示。如

$$P(\text{抽到202单元}) = P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{抽到偶数号单元}) = P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{抽到六单元之一}) = P(U) = 1$$

$$P(\text{抽不到一个单元}) = P(V) = 0$$

可见，“概率”是用来衡量事件出现可能性大小的一种尺度，这种尺度是用百分率的形式来表示，它是根据研究问题的实际需要，从经验中抽象出来的概念，往后我们就可以按这样的认识来使用概率这个概念。

按这样的理解，不难看出概率具有下述三个不证自明的性质：

（1）非负性。即对任一事件A，恒有

$$P(A)\geqslant 0 \qquad (1\text{-}2\text{-}1)$$

（2）归一性，即必然事件U的概率等于1，

即
$$P(U)=1 \qquad (1\text{-}2\text{-}2)$$

（3）可加性。即对任意两个不相容事件（不能同 时发生）A、B，有

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B) \qquad (1\text{-}2\text{-}3)$$

由这三条概率的基本性质，可以直接推出概率的其它性质

（4）不可能事件V的概率为零。事实上V与必然 事 件U是不可能同时发生的(不相容)，由性质(3)，有

$$P(U\cup V)=P(U)+P(V)$$

又由于$U\cup V=U$，所以由性质(2)，有

$$P(U)+P(V)=P(U)=1$$

从而推出

$$P(V)=0 \qquad (1\text{-}2\text{-}4)$$

（5）对立事件的概率。对于任一事件A，恒有

$$P(\overline{A})=1-P(A) \qquad (1\text{-}2\text{-}5)$$

事实上，由 于 $A\overline{A}=V, A\cup\overline{A}=U$，由 性质（2）和性质（3）得

$$P(A\cup\overline{A})=P(A)+P(\overline{A})=P(U)=1$$

从而推得

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

或

$$P(A) = 1 - P(\overline{A})$$

在概率计算中，这个公式是十分有用的。

三、独立性与条件概率

"独立性"是概率论的一个极其重要的概念，不论在 理论上还是在实际应用方面都经常涉及这个概念。下面先从两个 事件的独立性谈起。

在观察某一随机现象时。有时会遇到事件A的出现与否不会影响到事件B出现的概率，比如有两家预制构件厂生产同一型号YKB-6033多孔板。"甲厂生产中出现不合格品(事件A)，不会影响"乙厂生产中出现不合格品"(事件B)的概率，反之亦然。这种事实反映在概率运算上，就是它们的积$A\cdot B$的概率$P(AB)$等于它们各自的概率$P(A)$，$P(B)$的乘积，即

$$P(AB) = P(A)P(B) \tag{1-3-1}$$

这就是一般所谓的事件A与B在概率意义下的独立性。

相应地，对于多于两个的n个事件A_1，A_2，…，A_n，如果有下列各等式成立

$$P(A_i\cdot A_j) = P(A_i)\cdot P(A_j) \qquad 1\leqslant i\neq j\leqslant n$$

$$P(A_i\cdot A_j\cdot A_k) = P(A_i)P(A_j)P(A_k)$$

$$1\leqslant i\neq j\neq k<n$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P(A_1\cdot A_2\cdots A_n) = P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n) \tag{1-3-2}$$

则称这一组事件是互相独立的。

如果知道事件是互相独立的，那么计算它们同时出现的概率就十分方便，这时只要将各自的概率相乘就可得到。这个事实被揭露并被应用于概率计算是概率论方法区别其它数学分析方法的重要标志之一，它对整个统计数学带来了深刻的影响。我们将在以后的章节中看到独立性概念的具体应用。

条件概率　在处理实际问题时，判断事件是否独立，通常是以事件之间是否互相影响为依据，彼此间不发生概率影响的就认为是互相独立的，否则是不独立的。例如两台轧钢机生产同样的10号槽钢，对甲轧钢机生产的成品40根，乙轧钢机生产的成品60根进行性能及几何尺寸检验，结果列入表1.3.1。现从甲机生产的槽钢40根中，随意抽取一根，问其为合格的概率为多少？这个问题的答案是明显的，其概率为38/40＝0.95。应当指出，这样得到的合格品是有条件的，其条件是“甲机生产的产品”，如果不附加这个条件，只说“从成品中抽取一根是合格品”，其概率应当是94/100＝0.94。这个事实说明，有条件概率与无条件概率是不尽相同的，在实践中，往往要求把条件表示出来，以便区别于没有附加条件的情况，例如，以A表示“甲机生产的产品”，B表示“槽钢是合格的”，在A出现的条件下B发生（即从甲机生产的成品

甲乙产品抽样结果　　　　表 1-3-1

机　号	根　数	合格数	不合格数
甲	40	38	2
乙	60	56	4
合　计	100	94	6

中随意抽取一根是合格品）的概率记为

$$P(B/A)=\frac{38}{40}=0.95$$

而不附加条件时事件B发生（即从成品中抽取一根是合格品）的概率等于

$$P(B)=94/100=0.94$$

由此可见，在一般情况下，有

$$P(B/A)\neq P(B)$$

概率乘法公式 任意两个事件A、B的积$A\cdot B$的概率$P(AB)$可以通过条件概率表示如下

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B/A)=P(B)\cdot P(A/B) \tag{1-3-3}$$

即A、B积的概率$P(A\cdot B)$等于其一事件的概率与在这一事件发生的条件下另一事件发生的条件概率的乘积。

当 $P(A)\neq 0$时，有

$$P(B/A)=\frac{P(A\cdot B)}{P(A)} \tag{1-3-4}$$

同样，当$P(B)\neq 0$时，有

$$P(A/B)=\frac{P(A\cdot B)}{P(B)} \tag{1-3-4'}$$

当事件A、B互相独立时，由概率乘法公式可以推出

$$P(A)\cdot P(B)=P(A\cdot B)=P(A)P(B/A)$$
$$=P(B)P(A/B)$$

比较等式左右两端得

$$P(B)=P(B/A)$$
$$P(A)=P(A/B)$$

等式分别表明，事件A是否发生对事件B的概率没有影响，

以及事件B是否发生对事件A的概率也没有影响，这就从条件概率这一侧面进一步阐明了独立性的意义。

在实践中还有两个与条件概率有关的常用公式分别介绍如下。

全概率公式 设事件A_1，$A_2\cdots$，A_n互不相容，且其和$(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)$为必然事件$U$，则对任一事件$B$恒有

$$P(B)=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)P(B/A_k) \qquad (1\text{-}3\text{-}5)$$

事实上，由于

$$\begin{aligned}B&=B\cdot U=B\cdot(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)\\&=BA_1\cup BA_2\cup\cdots\cup BA_n\end{aligned}$$

（事件运算的分配律）有

$$\begin{aligned}P(B)&=P(BA_1\cup BA_2\cup\cdots\cup BA_n)\\&=P(BA_1)+P(BA_2)+\cdots+P(BA_n)\\&=P(A_1)P(B/A_1)+P(A_2)P(B/A_2)+\cdots\\&\quad+P(A_n)P(B/A_n)\\&=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)P(B/A_k)\end{aligned}$$

贝叶斯(Bayes)公式 在全概率公式的条件下，如果事件B为非不可能事件，即$P(B)>0$，则有，

$$P(A_i/B)=\frac{P(A_i)P(B/A_i)}{\sum\limits_{k=1}^{n}P(A_k)P(B/A_k)} \qquad (1\text{-}3\text{-}6)$$

事实上由条件概率公式、乘法公式及全概率公式可得

$$P(A_i/B)=\frac{P(A_i\cdot B)}{P(B)}$$