

# 叶栅流的研究

国防工业出版社

# 叶棚流的研究

(1969年瑞士巴登布朗·巴伐利公司  
“叶棚流的研究”科技讨论会论文集)

[瑞士] L. S. 德中 编

张文清、高拯亚 译  
吴大观 校

国防工业出版社

## 内 容 简 介

本书是专门评论叶轮机叶栅中的气动力问题的论文集，书中比较详细地论述了超、跨音速叶栅附面层的流动问题，以及对叶型的合理设计也做了探讨，而且还介绍了相应的实验手段，并对实验结果做了理论上的分析，指出了发展动向。

书中共汇报报告11篇，报告后面并附有讨论。

本书可供航空发动机设计、研制和生产的技术人员阅读，也可供有关高等院校的师生参考。

Flow Research on Blading

Lang S. Dzung

Elsevier Publishing Company 1970

\*

## 叶栅流的研究

〔瑞士〕L. S. 德中 编

张文清、高拯亚 译

吴大观 校

\*

国 防 工 业 出 版 社 出 版

北京市书刊出版业营业登记证字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

\*

850×1168<sup>1</sup>/32 印张 12<sup>3</sup>/4 326千字

1978年7月第一版 1978年7月第一次印刷 印数：0,001—3,100册

统一书号：15034·1640 定价：1.60元

## 译者的话

本书是一本叶轮机叶栅流研究方面的论文集。

该书简要地对人们在 1970 年以前，在叶轮机试验研究方面所取得的成绩进行了小结，并对这个领域中存在的问题和解决这些问题的前景和想法作了描述。并以相当大的篇幅比较详细地对叶轮机中叶片、机匣和轮毂上的附面层问题，以及对处于超、跨音速状态下工作的叶栅中所出现的附面层、附面层与激波的相互作用问题、合理叶型的设计问题都做了深入的探讨，这必将有助于进一步减小叶轮机中的气动力损失。至于书中有关报告，例如，多级涡轮的准三元流计算及试验验证、跨音状态的叶栅流、叶片双振型振动的气动力阻尼，论紊流度对轴流叶轮机气动力损失的影响、以及苏黎世同盟工业大学叶轮机热工学院的涡轮试验结果等报告中谈到的问题，则是设计兼有小轮毂比、大级负荷、较大稳定工作范围等综合性能特点的叶轮机所必须考虑的问题。因此，它们也就自然地成了当前叶轮机设计试验研究人员普遍感兴趣的问题。

我们遵照伟大领袖毛主席提出的“洋为中用”的教导，把这本书译校了出来，译校过程中对书中个别地方做了删节，希望有关读者在阅读时要注意“去粗取精，去伪存真”。

由于水平有限，不足和错误之处，欢迎读者批评指正。

# 目 录

## 叶栅中气动力问题的研究

——瑞士巴登 L. S. 德中和 C. 塞佩尔 ..... 1

## 多级涡轮的准三元流计算及试验验证

——法国布尔歇 A. 雷诺丁和瑞士巴登 E. 萨姆 ..... 52

## 苏黎世同盟工业大学叶轮机热工学院的涡轮试验结果

——瑞士苏黎世 W. 特劳佩尔 ..... 91

## 跨音状态的叶栅流

——比利时冯·卡门流体动力学研究院 J. 查文、

C. 西威尔丁、H. 格里彭特罗格 ..... 151

## 叶片双振型振动的气动力阻尼

——法国国家航空航天研究院 R. 勒让德 ..... 198

## 超音速叶片后缘的紊流分离和重新附着的理论分析

——法国国家航空航天研究院 P. 卡里尔 ..... 213

## 论紊流度对轴流叶轮机气动力损失的影响

——西德不伦瑞克 H. 施利克丁和 A. 达斯 ..... 247

## 多级轴流压气机中的机匣附面层

——美国俄亥俄州通用电气公司 L. H. 史密斯, Jr ..... 278

## 蜗壳形机匣泵叶轮上的径向力

——西德法兰肯塔尔 U. 多姆和 P. 赫尔格特 ..... 309

## 轴流叶轮机中的附面层问题

——英国剑桥大学 J. H. 霍洛克 ..... 326

## 紊流附面层的计算和结构——技术发展水平

——美国加利福尼亚州斯坦福大学 S. J. 克兰 ..... 377

# 叶栅中气动力问题的研究

瑞士巴登 L. S. 德中和 C. 塞佩尔

## 引　　言

本报告叙述了与叶轮机叶栅的处理有关的基础热力学和气动力学概念，以便指出设计人员面临的主要问题，并对许多工作人员在力图解决这些问题的过程中已经获得的成就作了评述。在本报告的最后一节中，讨论了几个尚待解决的问题和解决这些问题的一些可能的方法。

在本报告的写作中，作者采用了有关文献的研究成果和布朗·巴伐利公司及其附属公司获得的研究成果。有人可能对报告中所介绍的基本概念和论证方法感到有点奇特，虽然其他的方法也可能有其合理性，但是作者认为，作者自身的论证方法，在概念的透彻和严格方面有其一定的优点。

### 1. 热力学基础

#### 1.1 基本方程

我们首先研究流经如图 1 所示的叶轮机间隔的工质稳定流动。在此间隔内，令  $a$  为对单位质量介质所做的功，令  $q$  为加入单位质量介质中的热量。

我们定义真实功为：

$$e = a - \Delta K \quad (1)$$

通流功为：

$$y = v dp + \Delta \Phi \quad (2)$$

而耗散（它实质上是正的）为：

$$i = \int T d_i s \quad (3)$$

于是，应用第一定律和第二定律，就能够很容易的得到：

$$e = y + i \quad (4)$$

式中  $p$ 、 $v$ 、 $T$ 、 $s$  分别为压力、容积、温度和熵，而  $K = c^2/2$  是指假定流速  $c$  为均匀的情况下动能。 $\Phi$  为力场（即重力场）的势。微分表示沿流路参量的无穷小增量， $d_i s$  为内部的不可逆熵增，即由外部传热所引起的而无法预计的那部分熵。 $\Delta$  为流经间隔的一个参量的增值。沿间隔按静止状态的变化进行积分。广泛使用的一些参量是适用于介质的单位流量，各个参量所附属的“单位”不言而喻地是省掉了。热通量  $q$  在这些方程中并没有出现，即使不排斥其存在。

真实功  $e$  是指在所研究的间隔内，实际转变成热能或位能的机械能量。在重力场中，通流功  $y$  与泵中的压头升、或涡轮中的压头降（负压头）成比例。我们也将采用狭义上更为通用的这些名称。

方程 (4) 给出了叶轮机理论中的一个重要的方程。在泵或压气机中，真实功转变成压头升  $y$ ；在涡轮中，压头降  $-y$  转变成真实功  $-e$ 。在上述每一种情形中，损失均用耗散  $i$  表示。因此，从流体力学的观点看，压气机或涡轮的效率基本上应定义为  $e$  与  $y$  之比值。这个比值都被不严谨地称为多变效率或水力效率。叶轮机的主要目的是，把转轴上的真实功转换成流体中的通流功。叶栅流研究的目的是在于找到一种完成这种转换的有效途径。

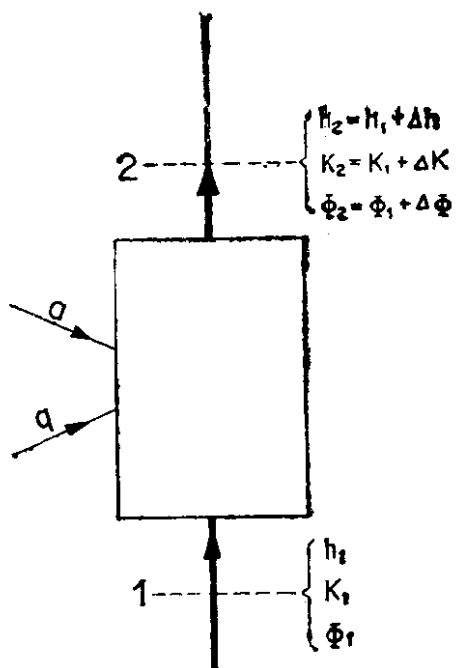


图 1 叶轮机中的间隔

## 1.2 流体参数

流经叶轮机的流体参数通常用压力和温度的状态参数表示。然而，对于气态介质说来，有时可能需用压力和容积来描绘其状态。例如，在湿蒸气的情形中，温度和压力是唯一相关的。

可以用下列方程确定下来：

$$\left. \begin{aligned} k &= -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s, \quad m = -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_h \\ \tau &= pv/R, \quad \alpha = c_p/c_v \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中  $R$  为单位质量的气体常数。偏导数的下角注是指此角注量保持不变。 $h$  为焓， $c_p$  和  $c_v$  分别为定压和定容比热。

在状态变化中，当比值

$$\varphi = dh/(vd\bar{p}) \quad (6)$$

保持常数时，则称此状态变化为多变变化。对这样一种变化说来， $n$  定义为：

$$n = -\frac{v}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_\varphi \quad (7)$$

它可表示为<sup>(2)</sup>：

$$\frac{n-1}{n} = \varphi \frac{k-1}{k} + (1-\varphi) \frac{m-1}{m} \quad (8)$$

如果在某个状态范围内，可以把  $k$  和  $m$  认为近似于常数，那末端点 1 和 2 之间的多变变化可通过下列方程予以描述：

$$\left. \begin{aligned} p_1 v_1^n &= p_2 v_2^n, \quad (p_1/p_2) = (\tau_1/\tau_2)^\nu, \quad \nu = n/(n-1) \\ h_2 - h_1 &= \varphi R \tau_1 \nu [(p_2/p_1)^{1/\nu} - 1] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

等熵变化和等焓变化则属于其中的特殊情形，人们相当熟悉理想气体这种特殊情况下的那些方程，而目前的这种形式，则是普遍有效的。

如果，对于某个状态范围内的某种介质说来，“可压缩性系数”为：

$$z = \tau/T = pv/RT \quad (10)$$

它只是熵的函数，即

$$z = z(s) \bullet \quad (11)$$

或者，如果等焓指数为 1，即

$$m = 1 \quad (12)$$

由此可见<sup>(2)</sup>，方程 (11) 和方程 (12) 彼此是相当的，而且，可以通过下式确定参量  $\sigma$ ：

$$d\sigma = z^{-1} ds \quad (13)$$

如果用  $T$ 、 $s$  和  $z$  代替  $\tau$ 、 $\sigma$  和  $k$  来描绘介质的性质，那末，这种介质实际上就像理想气体那样的进行变化。例如， $k$  和  $h$  只随  $\tau$  变化，则：

$$dh = \lambda R d\tau, \quad \lambda = k/(k - 1) \quad (14)$$

由方程 (11) 和 (12) 来描绘性质的介质，我们称它为与理想气体相当的理想蒸气。此外，如果可以把  $k$  认为是常数<sup>(3)</sup>，我们将称此介质为多变蒸气，它与遵循库兰特和弗里德里克斯<sup>(4)</sup>术语的多变气体相当。具有被方程 (9) 所描绘性质的一种介质称为半多变蒸气。包括过热蒸气在内的许多工业用重要气体，通常可以作为多变蒸气；处于热力平衡中的干度相当高的湿蒸气则可认为是半多变蒸气。然而，可以说明<sup>(2), (5)</sup>， $k$  的不变性早已包含在方程 (11) 和 (12) 中，因此，半多变蒸气只能是近似的。此外，在表 1 中还列出了性质不同的几种类型的介质。

表 1 气态流体一览表

符号定义见方程 (5) 和 (10)

	$m$	$z$	$k$
多变气体	1	$\leftarrow$	$k = \kappa = \text{常数}$
理想气体	1	$\leftarrow$	$k = \kappa = \kappa(T)$
多变蒸气	1	$\leftrightarrow$	常数
理想蒸气	1	$\leftrightarrow$	$k(\tau)$
半多变蒸气	$\approx \text{常数}$	$z(p, v)$	$\approx \text{常数}$
一般气体	$m(p, v)$	$z(p, v)$	$k(p, v)$

● 此式原书漏印。请见文献 2，第 213 页，公式 (24)。——译者

理想蒸气、多变蒸气或半多变蒸气，它们的接近于气体介质的可能性，相当大地扩大了许多研究的有效范围，这些研究是采用属于理想气体的基本方程进行的。后来，霍洛克<sup>(6)</sup>和科洛德纳<sup>(7)</sup>再次发现了这种方法或其相当的方法。

## 2. 叶 棚 特 性

### 2.1 比达德叶棚系数

最简单的叶棚是平面叶片排叶棚（见图 2），假定相对于叶

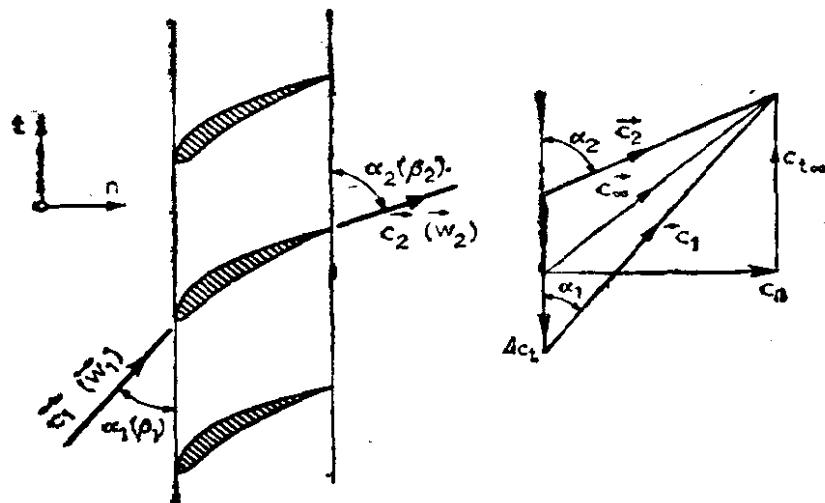


图 2 叶片叶棚和速度图

栅上游和下游的速度矢量  $w_1, w_2$  是均匀的。显而易见，对于可压缩介质说来，流经叶棚的真实功为：

$$e = -w_{t\infty} \Delta w_t \quad (15)$$

式中，下角注  $t$  表示与叶棚的叶片排额线平行的切向分量，而  $\infty$  表示进口 1 和出口 2 之间的算术平均值。 $w_t$  的符号习惯上将与 1.1 节中所采用的符号一致，即，对于减速叶棚说来， $e$  和  $w_{t\infty}$  将为正。叶棚的圆周速度  $u$  在方程 (15) 中没有出现，此方程对运动的或静止的叶棚均是适用的。在静止的叶棚中，相对速度  $w$  与绝对速度  $c$  当然是一致的。

对于这种平面叶棚说来，比达德<sup>(8)</sup>定义下列系数为：

$$\left. \begin{aligned} m &= e/(\Delta w_t)^2 = -w_{t\infty}/\Delta w_t \\ n &= w_n/|\Delta w_t| \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

下角注  $n$  表示法向分量（见图 2）。此外，塞佩尔<sup>(9)</sup>通过确定一个耗散系数来描述叶栅中的损失，即：

$$\Delta m = i/(\Delta w_t)^2 \quad (17)$$

把  $(m, n, \Delta m)$  三个参数组成一组，它唯一地和完全地描绘了不可压缩流中的平面叶栅的特性。

在图 3 上，展示了减速叶栅的  $m$  和  $m - \Delta m = y/(\Delta w_t)^2$  的曲线， $m$  和  $m - \Delta m$  均为  $n$  的函数。把点  $(m, n)$  与点  $m = \pm 0.5, n = 0$  连接起来，得到叶栅的速度图以及进出口速度。把

图 2 与图 3 中的速度图相对比，表明这种表示法有其显著的优点。

如果，两排叶栅组成为一级，那末，级性能可很快地由叶栅的特性系数计算出来。令  $u$  为静止叶栅后的转动叶栅的圆周速度，那末，由两排叶栅组成的级的拉托<sup>(10)</sup>系数  $\mu = e/u^2$ ,  $v = c_n/u$ ，就可根据每一排叶栅的系数<sup>(1)</sup>很方便地表示出来。

除了  $\Delta m$  之外，有时人们还需要确定一个表征叶栅“质量”的量。如果假定叶栅中的微分耗散正比于相对流动中的动能及切向分速度的微分变化  $d\omega_t$ ，那末，人们就可以定义<sup>(9)</sup>一个与孤立叶型的阻升比相似的量  $\bar{\epsilon}$ ，它与  $\Delta m$  或  $i$  唯一有关，即：

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon} &= i \frac{w_n}{|\Delta w_t|} \left[ w_{t\infty}^2 + w_n^2 + \frac{1}{12} (\Delta w_t)^2 \right]^{-1} \\ &= n \Delta m \left[ m^2 + n^2 + \frac{1}{12} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

在图 4 中，展示了根据巴尔热<sup>(11)</sup>数据算出的一些  $\bar{\epsilon}$  值。

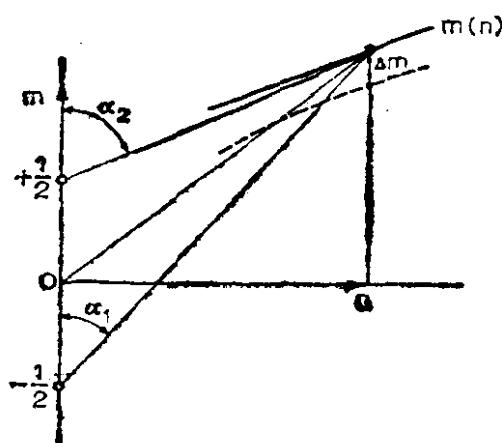


图 3 比达德的  $m, n$  图

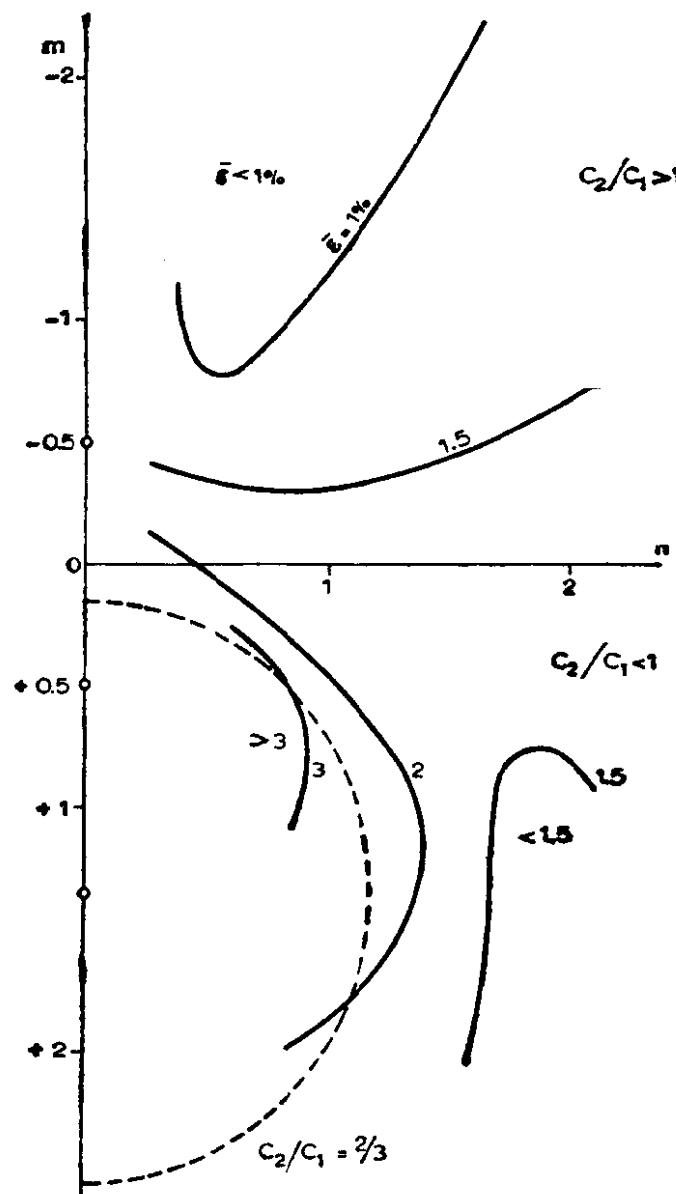


图 4  $m$ 、 $n$  图上的损失参数  $\bar{\epsilon}$  (在曲线上的数值为  $\bar{\epsilon}$  % 值)

## 2.2 平均值法

在上节中，我们描述了作用于均匀流的、使叶栅上游的速度矢量变为叶栅下游的另一个速度矢量的叶栅。实际上，在紧靠叶栅的附近或对短叶片说来，流场是不均匀的。希望有一种适当的方法能对气流的参数进行平均，特别是对速度矢量进行平均，以致就其在叶轮机中的作用而论，叶栅就是唯一地由它来描述的。

我们采用一条横线表示仅由介质密度  $\rho$  加权的代替整个流动

横截面  $S$  的一个参量的平均值。而用一个符号“ $\wedge$ ”表征与流动截面相垂直的、由质量通量密度  $\rho w_n$  加权的平均值。于是：

$$\bar{Q} = \frac{\int \rho Q dS}{\int \rho dS} \quad \hat{Q} = \frac{\int \rho w_n Q dS}{\int \rho w_n dS} \quad (19)$$

如果流场是圆柱形的，我们就采用以符号“ $\sim$ ”表示的由  $\rho w_n$  加权的“动量”平均值。

$$\tilde{Q} = \hat{r}\hat{Q}/(\hat{r}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

式中， $r$  为流线的径向座标。

由此可见，合适的平均值法是指速度矢量的切向和法向分量被不同的进行平均的这样一种方法。因此，对于“直叶栅”说来，即对叶片的栅距是平行的叶栅说来， $\bar{c}_n$  和  $\hat{c}_t$  是适当平均的分量。于是，动能可以定义为：

$$K^* = \frac{1}{2} (\hat{c}_t^2 + \bar{c}_n^2) \quad (21) \bullet$$

而真实功  $e$  就可由下式确定：

$$e = \hat{a} - \Delta K^* \quad (22)$$

因此，上节中推导的所有方程和几何关系仍然适用。

弄清方程 (21) 的物理意义是有益处的。质点群的动能概念仅仅是对所有质点共用的座标系定义的。如果质点运动所存在的空间是不均匀的，那末，仅有一部分的动能，即，为所有质点所共有的一定方向上的速度分量的那一部分动能是有关的动能。对于我们所研究的问题说来，这一部分的动能实际上即是被方程 (21) 所选用的那一部分动能。另外的一部分动能应认为是与分子的不规则动能相似的热能，并且，也应把它计入到能量转换中去。相应地，现在就应把方程 (4) 写成下列形式：

● 亦可译作密流。——译者

● 在本报告中，我们将不谈论把  $\hat{a}$  变换成  $K^*$  的更加详细的中间步骤。

$$e = y^* + i^* \quad (23)$$

在通过另外的一些方法确定了  $i^*$  之后，就可采用下式来确定  $y^*$ 。关于  $i^*$  将在第 3.3 节中更详细地谈及。

在环形叶栅的情况下，对于切向分速度说来，由方程 (20) 所确定的符号 “~”，应该用长音符 “~” 来代替，并应相应地附带作较小的修正<sup>(1)</sup>。

### 3. 对过去成就的评述

经叶栅的流动是一种复杂的流动。自从莱昂哈德·欧拉的时代开始，尽管已发展了两个世纪，但是，它距离以足够的精度来计算任意叶片叶栅的性能这一目标还相距很远。在整个这段时间内，为了在合理的时间内很简易的处理和解答上述问题，在此领域工作的许多工作者，他们已经采用了各种理想化。当然，合理的解答时间是有点灵活性的。对于具有相当薄而平直的叶片的、不可压缩的、非粘性流的流动说来，施利克丁<sup>(12)</sup>可以把计算时间（手工）由 20 天减少到 20 小时。对于流经任意三元叶栅的可压缩流说来，吴仲华<sup>(13)</sup>只要 100 小时。对于任意叶型的二元叶片叶栅说来，英贝奇<sup>(14)</sup>使用一种早期的计算机 (Siemens 2002) 只需要 12 分钟。今日，英贝奇<sup>(15)</sup>使用一种现代的计算机，即 Univac 1107 计算机，可以在一分钟内解上述同样的问题。上文中所引用的这些时间间隔虽然是不能相互进行比较的，但是，它们确实指出了实际达到的时间间隔谱的极值。

归根结底，摆在人们面前的问题有两种，一种是在给定叶栅的情况下，求出流动特性；一种是为了实现某种预先规定的流动特性，求出一种叶栅。有时人们把它们分别称为“正问题”和“反问题”。然而，今日所使用的数字计算机，似乎已消除了反设计问题，因为从许多叶栅中选择一种合适的叶栅（这些叶栅的特性通过计算和记录是已经认识了的），用来满足一定的性能要求，则是比较简单的。

### 3.1 流线理论和叶型理论

最重要的最简单的理想化是，把流场内的全部流线假定是完全一致的。可以朴素地说，长时期以来，这一想法已成了许多叶轮机设计人员唯一的指导原则。洛伦茨<sup>(16)</sup>是在此领域中工作的最早的工作者之一，他对流动应用了完善的三元动力学方程。但是，他仍然是不言而喻地、不加任何理由地假定，在流线与叶片形状一致的情况下，叶轮机叶片给予流体一种相对运动。

在本世纪二十年代，随着飞机工业的出现，特别是在美国航空谘询委员会和西德哥廷根空气动力研究所汇集的有关叶型数据的大量资料出现之后，刺激了人们使用叶型理论来计算涡轮叶片的性能。使人们认清了叶栅对孤立叶型的影响，而且贝茨<sup>(17)</sup>还介绍了一种计算方法。

在本报告中，我们只提到了这些早期的理论，而对它们或为了改进它们所取得的成就并未予以详述。

### 3.2 二元非粘性流

流经二元叶栅，特别是流经叶片平行的叶栅的非粘性的稳定流动是一种重要的理想化了的流动。简单叶型的叶栅理论分析几乎是与孤立叶型理论的应用同时开始的。在本报告中，我们只提及在其发展中的几个突出的阶段。

#### 3.2.1 不可压缩的介质

由于速度场是非发散的和无旋的，以及此速度场是一个直到流动边界为止满足拉普拉斯方程的标量场或流函数场，因此，关于不可压缩介质的这个假定，大大增强了许多很好发展了的数学技术的可用性，而且它不需要严格地限制其范围的有效性。

虽然，解拉普拉斯方程的方法是众所周知的，但是，目前还存在许多任意形状叶型的特殊的数值问题，这些问题不用现代数字计算机就无法满意地解出它们来。

起先试图用保角变换法解这些问题。但是，这种方法只对简单形状的叶型是有效的（例如韦聂格<sup>(18)</sup>）；这种方法对任意形状的叶型说来，其精确度则较低（例如特劳佩尔<sup>(19)</sup>和加里克<sup>(20)</sup>）。

目前，所使用的最成功的方法似乎是奇点法。研究沉浸在流动流体中的一个物体，此物体表面成为此流动流体的内边界。我们认为流体连续到其内部的物体，在此物体表面上流动速度为零。在物体的表面上，即在几何边界上，速度由内部的零值急剧地变到外部的一个有限值。这可以认为是由于涡面的线涡密度与外部边界上的速度相等所造成的。这种解释物理上是正确的。但在实际流体中，速度并不是急剧变化的。这只是意味着，涡面有一称之为“附面层”的有限厚度。

通过研究涡面的存在，可以再次正确地描绘流场。在计算叶片叶栅的性能中，看来希尔汉斯尔<sup>(21)</sup>是第一个应用这种见解的人。

这种概念的现代应用起始于阿克雷特<sup>(22)</sup>，他建议在叶栅空间用连续分布的点涡来代替叶片叶栅；随后，施利克丁<sup>(23)</sup>采用沿叶弦分布的点源和点涡来代替叶片叶栅。可是，采用沿弦线分布奇点的方法，限制了它有效地应用于中等弯度而又较薄的叶型；艾萨<sup>(24)</sup>消除了这种限制，他把旋涡置放在叶片表面上，这实际上与物理解释是相符的。点涡分布的强度由积分方程来描述，他采用现代计算机通过矩阵反演法对其进行数值解并不存在困难。马顿森<sup>(25)</sup>和英贝奇<sup>(14)</sup>进一步发展了相同的方法，并随着数学技术的改善而改善了这种方法。在图 5 上，展示了英贝奇研究过的一种叶栅。在图 6 上给出了其结果。

由于上述的那些工作，可以认为，流经任意二元平直叶栅的不可压缩位流问题已经完全解决了。目前，能够在一分钟左右的时间内计算出非粘性流中任意二元叶栅的特性，其中包括计算叶片表面上的速度和压力分布。为了确定叶栅特性在叶轮机级中的作用，并不需要叶片表面上的速度分布知识，但它被用来计算摩擦效应所造成的损失。为了完善这些特性方面的知识，在不同的流

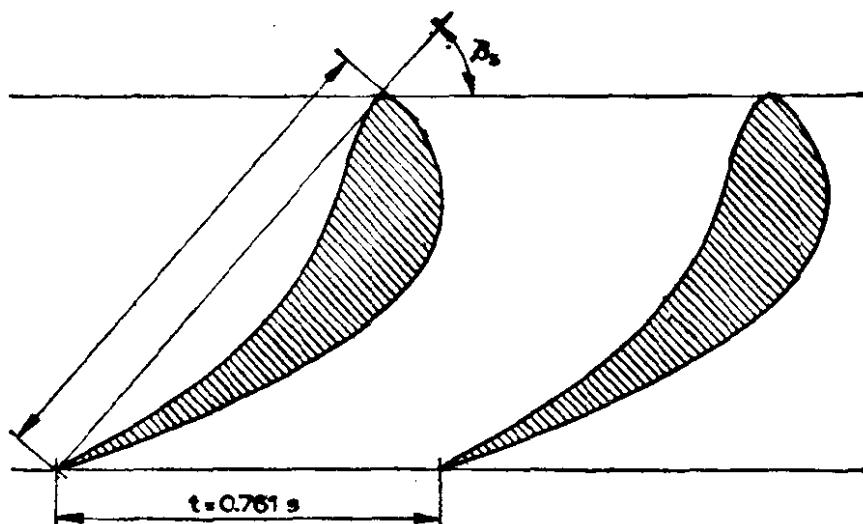


图 5 叶栅的几何形状 ( $\beta_s$  = 安装角)

入角情况下，重复进行这种计算则是需要的。对于非粘性流说来，有关的拉普拉斯方程是线性的。因此，十分明显，通过叠加任意两种不同的流入角的结果，就能够得到任意流动特性。由此可见，如果采纳比达德的表示式[方程(16)]，那末，在  $m$ 、 $n$  平面上的特性线是一直线(比达德<sup>(28)</sup>)。但在实际粘性流中，并不是线性的。

对于环形叶栅和转动叶栅说来，只要把这种方法加以少许修正，就仍然可以应用(英贝奇<sup>(14)</sup>)。

### 3.2.2 可压缩流

象不可压缩的非粘性流和不存在激波的假定一样，可压缩性也并不改变速度场的无旋特性。在那里依然存在一个标量速度位  $\Psi$ 。由于质量通量密度是非发散的，因此，可以定义一个(矢量)流函数  $\psi$ ，其旋度表示质量通量密度。一般说来， $\Psi$  和  $\psi$  均由非线性微分方程来决定。然而，它们并不满足拉普拉斯方程。如果整个流场为均熵的<sup>●</sup>，那末介质的速度、压力与密度之间存在唯一关系。为了研究可压缩流，人们已经提出了许多不同的方法。

#### 3.2.2.1 小扰动法

在孤立叶型的情况下，通常可以采用普兰特-格劳尔特 小 扰

● 按照豪沃思<sup>(27)</sup>的说法，“均熵”是指空间区域内的熵为常数，“等熵”是指沿流线的熵为常数。