SPT 21世纪高等院校教材 理工类

应用概率统计

张国权 等编

科学出版社
www.sciencep.com

21世纪高等院校教材

应用概率统计

张国权　主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书主要内容包括随机事件及其概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征及其极限定理、参数估计、假设检验、方差分析、回归分析、统计软件(Minitab).本书各章均配有适量的习题,书末配有习题答案.

本书可作为高等院校本科非数学专业的工、理(非数学专业)、农、经、管、法学科专业概率统计课的教材,亦可供有关技术人员和管理工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

应用概率统计/张国权主编.—北京:科学出版社,2003.2
21世纪高等院校教材
ISBN 7-03-011183-4

Ⅰ.应… Ⅱ.张… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.021

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第009553号

责任编辑:李鹏奇/责任校对:宋玲玲
责任印制:安春生/封面设计:槐寿明

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年2月第 一 版 开本:720×1000 1/16
2003年2月第一次印刷 印张:18
印数:1—6 000 字数:341 000

定价:22.00元

序

20 世纪后半叶计算机、计算技术、网络技术等的迅速发展极大地推动了科技和社会的进步，也凸显了数学科学的重要作用，各行各业对数学的要求日益增加，数学的应用也正向一切领域渗透.美国科学基金会(NSF)把数学科学创新项目作为该基金会 2001～2006 的五大创新项目之首，美国有关专家在论述为什么要这样做时认为其“背后的推动力是所有科学和工程领域的‘数学化(mathematization)’”.作为用数学去解决各种实际问题的桥梁的“数学建模及与之相伴的计算正在成为工程设计的关键工具”.特别是，面对入世后激烈的高科技竞争，越来越多的人正在学习和应用数学建模的思想、方法去研究和解决本职工作中所碰到的各种实际问题.数学教育改革的问题也就自然成为当前十分重要和迫切的问题.早在 20 世纪 80 年代工业发达国家为了研究他们国家的年青人应该怎样应对 21 世纪的挑战就作了众多的调研，几乎所有的调研报告都认为数学和科学的教育改革是关键，有的甚至提出了数学、科学和技术三位一体的改革思想.增强学生的数学素质和应用数学去分析、解决实际问题的能力是培养具有创新和竞争力人才的必要前提和重要基础.为此，大学主干数学课程的教学改革就成了当务之急的关键，世界各国都在花大量的人力、物力和财力进行这方面的改革.这种改革包括从 21 世纪的社会和科技发展的角度重新审视大学主干数学课程的设置、指导思想、教学内容和方法、技术手段的使用、教材建设、因材施教和师资培训等诸多方面.实事求是地从学校和专业的特点、学生的实际情况和将来的去向出发，不是一味追求向国内外顶尖学校靠扰的形式主义的做法，而是着重于培养的人才是否真正具有创新精神和竞争力又是这一改革浪潮中的明显特点.在这样的基础上确定改革措施、进行改革试验一步一个脚印地、实实在在地提高教学质量.在我国，多年来在教育部的领导和广大教师的努力下大学的数学教育改革已经取得了巨大的成绩.华南农业大学张国权、钟谭卫等老师在校、院领导的大力支持下多年来对该校的主干数学课程的教学进行了颇有成效的改革，深受学生的欢迎.为扩大其教改成果，他们又编写了面向 21 世纪农林类本科主干数学课程的改革系列教材：大学数学、应用概率统计、数学实验.我认为他们编写的教材有以下特点：紧密结合农林类院校和学生的特点，在坚持数学的系统性的基础上突出重

点、打好基础,重在数学思维的熏陶、提高数学修养;着重培养分析和解决问题的能力增加了数学建模等内容;充分认识到技术手段在学习和应用数学中的重要性较早地把重要的数学软件包教给学生,并开设了数学实验课.我相信他们在使用新教材的过程中一定会取得更好的教学效果.我衷心地预祝他们在大学数学教育改革和培养人才的事业取得更大的成绩.

叶基孝

于北京理工大学

2002 年 12 月

前　言

21 世纪信息时代来临，随着计算机的广泛应用，数学日益渗透到理、工、农、医、经、管、法各学科中，应用范围愈趋扩展，人类的知识积累体系正面临着第三次数学化.数学学科面貌将发生更巨大的变化，数学教学的体系、数学教学内容、数学教学方法需要一场更深刻的变革.作为 21 世纪初非数学类本科数学内容与课程体系模式的探讨研究成果，本系列教材正是为了适应新的数学教学体系与数学应用需要而编写的.本系列教材包括《大学数学》、《应用概率统计》与《数学实验》.教材积聚课题组教师多年教学经验与四年艰苦试点探索的心血，教材结合教改实践已三易其稿，其编写完成是团队奋斗的成果.

本系列教材的特点是：

1　**体现创新**　古典内容用现代观点介绍；新技术、新方法尽量优先选入，力求做到数学内容现代化.

2　**突出应用**　在选材上突出数学理论应用的实际案例，将数学建模引入教学改革，以通俗易懂的方式介绍数学理论和方法在实际领域中的广泛应用.

3　**紧密结合计算机**　注重数学方法与计算机应用相结合，充分发挥数学、统计软件包的作用，以提高教学效率，有效地培养学生应用数学方法解决各种实际问题的能力.

21 世纪初的数学课程改革是一项有组织有步骤的集体行动，系列教材的编写更是一项复杂而艰巨的系统工程.十分感谢华南农业大学领导为我们的改革提供了舞台；十分感谢叶其孝教授在百忙之中审阅本系列教材，提出不少指导性意见，并为教材作序；十分感谢三年来在实施本教改课题试点班的教学中倾注心血的付银莲、戴婉仪、卢建平老师；对全体编写组人员的辛勤劳动表示衷心的感谢；对科学出版社李鹏奇编辑为本系列教材的顺利出版给予的大力支持，表示衷心的感谢.

我们期望系列教材的出版能为提高非数学类本科数学基础课的教学质量起到促进作用.由于我们水平有限，书中难免有不足之处，尤其是在一些内容安排上，恐有偏颇之处，恳切希望读者批评指正.

本教材授课时数宜为 38～52.

主　编：张国权教授(华南农业大学)

副主编:赵立新(华南农业大学)　戴婉仪(华南农业大学)　付银莲(华南农业大学)

编　者:肖　莉(华南农业大学)　安丰田(广东交通职业技术学院)
　　　李木桂(广东广播电视大学)

最后由张国权统稿定稿.

本书可作为高等院校本科非数学专业的工、理(非数学专业)、农、经、管、法学科专业概率统计课的教材,亦可供有关技术人员和管理工作者参考.

张国权

2002年7月于广州

目　　录

第一章　随机事件及其概率

第一节　随 机 事 件

在自然界与人类的社会活动中,人们观察到的现象大体可分为两种类型:一类是可事前预言的,即在准确地重复某些条件下,它的结果总是肯定的,或者根据它过去的状况,在相同条件下完全可以预言将来的发展.例如:水稻的生长从播种到收割,总是经过发芽、育秧、长叶、吐穗、扬花、结实这几个阶段.又如,在101325Pa的大气压下,将纯净水加热到100℃时必然沸腾.我们把这一类现象称为**确定性现象或必然现象**;另一类现象则不然.例如,抛掷一枚均匀的硬币,究竟出现正面向上还是反面向上,这在抛掷前是无法断言的.但是,人们通过大量试验知道,多次重复抛掷同一枚硬币时出现正面向上的结果占一半左右,这类在个别试验中呈现不确定的结果,而在相同条件下大量重复试验中结果呈现某种规律性的现象称之为**随机现象或偶然现象**,这种规律性称之为**统计规律性**.

概率论与数理统计就是研究随机现象统计规律性的一门数学学科.

一、随机试验与随机事件

在一定条件下,对自然与社会现象进行的观察或实验称为**试验**.在概率论中,把满足以下条件的试验称为**随机试验**(random experiment):

(1) 试验在相同的条件下可重复进行;

(2) 试验的所有可能结果在试验前已经明确,并且不止一个;

(3) 每次试验前无法准确预言试验后会出现哪一种结果.

今后所指的试验都是指随机试验.

在随机试验中,可能出现也可能不出现,而在大量重复试验中具有某种规律性的结果叫做**随机事件**(random event),简称**事件**.随机事件通常用大写英文字母A、B、C等表示.

例如:在抛掷一枚均匀硬币的试验中,"正面向上"是一个随机事件,可用$A=\{正面向上\}$表示.

二、基本事件与样本空间

随机试验的每一个可能的基本结果称为这个试验的一个**样本点**(sample point),记作 ω. 全体样本点组成的集合称为这个试验的**样本空间**(sample space),记作 Ω. 换句话说,样本空间是试验的所有可能结果所组成的集合. 仅含一个样本点的随机事件称为**基本事件**. 例如,抛掷一颗骰子,观察出现的点数,那么“出现 1 点”、“出现 2 点”、…、“出现 6 点”为该试验的基本事件.

在随机试验中,随机事件一般是由若干个基本事件组合而成. 如上例抛骰子中随机事件 $A=\{$出现奇数点$\}$是由三个基本事件“出现 1 点”、“出现 3 点”、“出现 5 点”组合而成的事件. 随机事件是样本空间 Ω 的一个子集. 在试验中,如果出现随机事件 A 中所包含的某个样本点,那么我们称**事件 A 发生**;否则,就称**事件 A 不发生**. 对一个具体的随机试验来说,必须根据试验的内容确定它的样本空间,这是至关重要的.

例 1　掷一枚均匀的硬币,观察它出现正面或反面的情况. 一次试验就是将硬币上抛一次,试验的可能结果有两个:ω_1 为“正面向上”,ω_2 为“反面向上”,即有两个基本事件,这个随机试验的样本空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2\}$.

例 2　在适宜的条件下,每穴播种两粒玉米种子,观察其出苗情况. 若用甲、乙代表这两粒种子,则出苗情况有四种可能:$\omega_1=$(甲出, 乙出),$\omega_2=$(甲出,乙不出),$\omega_3=$(甲不出, 乙出),$\omega_4=$(甲不出, 乙不出). 样本空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4\}$.

例 3　在一批灯泡中任意抽取一只,测试它的寿命,以小时为单位,每一个非负实数 t 都是一个样本点,则 $\Omega=\{t\mid t\geqslant 0\}$.

例 4　抛掷两颗骰子,观察出现的点数. 写出其试验的样本空间.

解　这个问题属于重复排列问题,共有 $6^2=36$ 种结果,它们是:

$\Omega=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),\cdots,(6,1),(6,2),\cdots,(6,6)\}$.

特别地,因样本空间 Ω 也是其自身的一个子集,故 Ω 也是一个“随机”事件. 由于样本空间包含所有的样本点,因此每次试验中必定有 Ω 中的一个样本点出现,即 Ω 必然发生. 我们称 Ω 为**必然事件**. 同样,空集 $\varnothing$ 也是样本空间的一个子集,故 $\varnothing$ 也是一个特殊的“随机”事件. 由于空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点,这样在每次试验中,$\varnothing$ 都不可能发生,故我们称 $\varnothing$ 为**不可能事件**. 例如,“在 101325Pa 的大气压下,纯净水加热到 100℃ 时沸腾”、“抛掷一颗骰子,出现的点数不大于 6”等都是必然事件. 而“在 101325Pa 的大气压下,纯净水在 20℃ 结冰”、“抛掷一颗骰子,出现的点数大于 6”等都是不可能事件. 必然事件与不可能事件本来没有不确定性,也就是说它们不是随机事件,但为了今后讨论方

便起见，我们把它们当作一种特殊的随机事件. 另外，不论是必然事件、不可能事件，还是随机事件，都是相对于一定条件来说的，如果试验的条件改变了，则事件的性质就有可能发生变化.

三、事件的关系与运算

由于事件是一个集合，故事件之间的关系与事件的运算可按集合论中集合之间的关系与集合的运算来规定.

给定一个随机试验，设 Ω 为其样本空间，事件 $A, B, A_k(k=1,2,3,\cdots)$ 都是 Ω 的子集.

1. 事件的包含(contain)

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，即事件 A 的样本点都是事件 B 的样本点，则称**事件 B 包含事件 A**，或称**事件 A 包含于事件 B 中**，此时，也称**事件 A 是 B 的子事件**. 记作 $B\supset A$ 或 $A\subset B$.

事件 A 是 B 的子事件，即 $B\supset A$，换一种说法就是：如果事件 B 不发生必导致 A 也不发生.

特别地，若 $B\supset A$ 且 $A\supset B$，则称**事件 A 与事件 B 相等**，记作 $A=B$. 如图 1-1 所示.

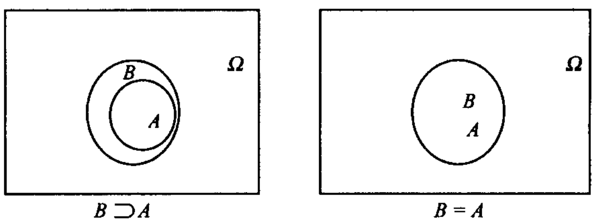


图 1-1

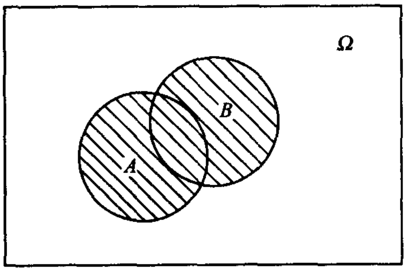
由于必然事件在每一次试验中都发生，所以对任何一个随机事件 A，有 $\varnothing\subset A\subset\Omega$.

例 5 现有一批产品共 100 件，其中 5 件次品，从中任取 4 件. 设 $A=\{$至少取到 2 件次品$\}$，$B=\{$至少取到 1 件次品$\}$. 若 A 发生，即任取的 4 件产品中，次品数 $\geqslant 2$，则事件 B 必然发生. 换句话说，A 发生必导致 B 发生，故 $B\supset A$.

2. 事件的和(并)(union)

"事件 A 与事件 B 至少有一个发生"这一事件称为事件 A 与 B 的**和事件**

(或称 A 与 B 的**并事件**),记作 $A\cup B$.



$A\cup B$

图 1-2

$A\cup B$ 是由属于 A 或属于 B 的所有样本点组成的集合.如图 1-2 中所示的阴影部分.

类似地,"事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生"这一事件称为 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件,记为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$,"事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 中至少有一个发生"这一事件称为 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的和事件,记为 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots$ 或 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$.

例 6　有两位战士同时向一个目标各射击一次.设 A 表示甲战士击中目标,B 表示乙战士击中目标,C 表示目标被击中,则事件 C 发生意味着事件 A 或事件 B 至少有一个发生,即 $C=A\cup B$.

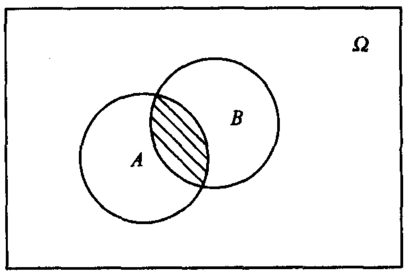
3. 事件的积(交)(intersection)

"事件 A 和事件 B 同时发生"这一事件称为事件 A 与事件 B 的**积事件**(或者称 A 与 B 的**交事件**),记为 AB 或 $A\cap B$.

AB 是由既属于 A 且属于 B 的所有公共样本点组成的集合.如图 1-3 中所示的阴影部分.

类似地可以定义 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积 $A_1A_2\cdots A_n=\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$,以及 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 的积

$$A_1A_2\cdots A_n\cdots=\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i$$



$A\cap B$

图 1-3

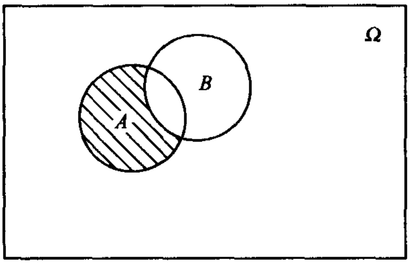
例 7　设有某品种小麦,将其发生锈病记为事件 A,发生赤霉病记为事件 B,则锈病和赤霉病同时发生这一事件为 $A\cap B$.若记锈病和赤霉病至少有一种发生的事件为 C,则 $C=A\cup B$.

4. 事件的差(difference)

"事件 A 发生而事件 B 不发生"这一事件称为事件 A 与事件 B 的**差事件**,记为 $A-B$.$A-B$ 是由属于 A 但不属于 B 的样本点组成的集合.如图1-4中所示的阴影部分.

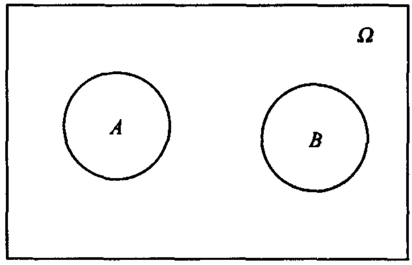
5. 互不相容事件(互斥事件)(exclusive)

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 是**互不相容事件**(或称**互斥事件**). 互不相容事件 A 与 B 没有公共样本点. 如图 1-5 所示.



$A-B$

图 1-4



$AB=\varnothing$

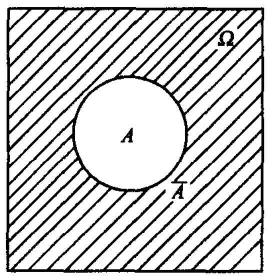
图 1-5

当事件 A 与事件 B 互斥时，A 与 B 的和事件 $A\cup B$ 可简记作 $A+B$.

例 8　观测两广小花猪每胎的产崽数，以 A_1 表示事件"每胎产崽数≤8"，以 A_2 表示事件"每胎产崽数≥9"，则 A_1 与 A_2 互斥.

6. 对立事件(互逆事件)(contrary)

"事件 A 不发生"这一事件称为 A 的**对立事件**(或称为 A 的**逆事件**)，记作 $\overline{A}$. $\overline{A}$ 是由所有不属于 A 的样本点组成的集合. 如图 1-6 所示的阴影部分. 显然，有 $A\overline{A}=\varnothing$，$\overline{(\overline{A})}=A$，$A-B=A\overline{B}$，$A\cup\overline{A}=\Omega$.



$\overline{A}$

图 1-6

例 9　抛掷一枚均匀的骰子，观察出现的点数，记 A 表示出现偶数点，则 $\overline{A}$ 表示出现奇数点. 同样，若 B 表示出现的点数大于 3，则 $\overline{B}$ 表示出现的点数不大于 3.

注意：互不相容事件与对立事件是两个不同的概念. 若 B 是 A 的对立事件，则有 $A\cup B=\Omega$，$AB=\varnothing$，故 A 与 B 一定互不相容. 反之，若 A 与 B 互不相容，仅有 $AB=\varnothing$，不一定有 $A\cup B=\Omega$ 成立，所以 B 不一定是 A 的对立事件.

7. 完备事件组

若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容，且 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n=\Omega$，则称

$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 构成一个**完备事件组**.

根据以上定义,容易得到以下事件之间的运算规律:

(1) **交换律** $A\cup B=B\cup A$;$AB=BA$;

(2) **结合律** $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$;$(AB)C=A(BC)$;

(3) **分配律** $A(B\cup C)=(AB)\cup(AC)$;$A\cup(BC)=(A\cup B)(A\cup C)$;

(4) **摩根律** $\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$;$\overline{A\cup B}=\overline{A}\,\overline{B}$.

例 10 某射手向目标射击三次,用 A_i 表示第 i 次击中目标,$i=1,2,3$. 试用 A_i 及其运算符表示下列事件:(1)三次都击中目标;(2)至少有一次击中目标;(3)恰好有两次击中目标;(4)最多有一次击中目标;(5)至少有一次没有击中目标;(6)三次都没有击中目标.

解 上述事件的表示式分别为

(1) 三次都击中目标:$A_1A_2A_3$;

(2) 至少有一次击中目标:$A_1\cup A_2\cup A_3$;

(3) 恰好有两次击中目标:$\overline{A}_1A_2A_3\cup A_1\overline{A}_2A_3\cup A_1A_2\overline{A}_3$;

(4) 最多击中一次:$\overline{A}_1\,\overline{A}_2\cup\overline{A}_1\,\overline{A}_3\cup\overline{A}_2\,\overline{A}_3$;

(5) 至少有一次没有击中目标:$\overline{A}_1\cup\overline{A}_2\cup\overline{A}_3=\overline{A_1A_2A_3}$;

(6) 三次都没有击中目标:$\overline{A}_1\,\overline{A}_2\,\overline{A}_3=\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}$.

第二节 随机事件的概率

随机事件虽然有偶然性的一面,即在一次试验中可能发生也可能不发生,但在相同条件下进行大量重复试验,人们还是可以发现它有内在统计规律性,即它出现的可能性大小可通过区间[0,1]中的一个数值 p 来度量,这个数值 p 称为**概率**(probability). 事件 $A,B,C,D,\cdots$的概率分别记为 $P(A),P(B),P(C),P(D),\cdots$.

对于给定的事件 A,如何确定 $P(A)$的值呢? 本节先介绍四种确定和计算概率的方法,最后以公理化形式引入概率的一般定义.

一、主观概率

有一些试验是无法重复进行的,确定其结果发生的概率只能根据以往的经验或知识来确定. 例如:四位教师甲、乙、丙、丁四人决定五一放假期间外出到广州白云山风景区旅游一天,为了决定是否带伞,出发前各自对事件 $A=\{$今天下午 6 时前不会下雨$\}$发生的可能性大小进行估计. 根据个人的经验和自信,甲、乙、丙、丁分别把这一可能性估计为 0、0.1、0.8 和 1,这意味着甲认

为事件 A 不可能出现,丁认为必然出现,乙认为 A 出现的可能性是有的,但很小,而丙认为 A 有相当大的可能性出现,但并非必然.这些数字反映了他们四个人对同一种事件的主观估计,其结果是,甲、乙决定带雨伞,而丙、丁则决定不带雨伞.这种概率是决策者根据个人掌握的信息对某事件发生的可能性大小所作的判断,故称为**主观概率**.

主观概率建立在一定的客观经验基础上,但有一定的主观倾向性.拿上例来说,如果丁在广州生活了30年,又是一个有气象知识的人,那么,他对事件 A 发生的可能性大小的估计,将较易为人所接受,从这一点说,主观概率有其客观的一面,终究不同于信口雌黄.但是,如果丁是一个欠缺经验和气象知识的人,只是为了避免带伞的麻烦而说 A 会发生,那么,他的判断带有极大的主观倾向性,人们未必相信他的判断.同时,到底 A 发生的概率为多大时应该带伞呢?决策者的决定又难免不受其心态的影响.从这一点来说,主观概率有一定的主观倾向性.

注意到主观概率并不是建立在人们公认的客观、科学的基础上,但又不宜简单地全盘否定它.原因是这个概念有一定的现实基础.人们几乎时刻都在估计着种种情况出现的可能性的大小,而不同的人很少能在"客观"的基础上达成一致.对某一事件发生的可能性的大小的估计中,处于不同地位和掌握不同信息、或不同政治倾向的人,估计会有差异,但它能反映认识主体的一种倾向性.另外,对一些无法重复的试验,确定其结果的概率大小,也只能根据以往经验来确定.因此,主观概率这个概念也有其实用基础.事实上,许多决策都包含决策者的主观判断成分,这就是主观概率.

二、频率与概率

我们仍以抛掷一枚均匀的硬币这个随机试验为例,为确定 $A=\{出现正面\}$ 这一事件的概率,将硬币抛掷 n 次,若在此 n 次重复试验中,"出现正面"的次数为 m,则称比值 $\frac{m}{n}$ 为"出现正面"的**频率**(frequency),记作 $f_n(A)$.

历史上,有些数学家为了对此事件发生的概率有更确切的认识,他们做过成千上万次的抛掷硬币的试验,表1-1列出了它们的试验记录.

从表中可以看出,不管什么人抛掷,当试验次数逐渐增多时,出现"正面向上"的频率逐渐接近0.5.而试验次数 n 越大,则 m/n 对0.5这个数值的大偏差就越稀少,并逐渐稳定在0.5这个数值上.因而,数值0.5的确反映了抛掷一枚均匀硬币时出现"正面向上"这一事件发生的可能性大小.