

CNIC-01235  
SNERDI-0037

# 中国核科技报告

## CHINA NUCLEAR SCIENCE AND TECHNOLOGY REPORT

反应堆控制棒在事故工况下的落棒时间分析

COMPUTATION OF REACTOR CONTROL ROD DROP  
TIME UNDER ACCIDENT CONDITIONS  
*(In Chinese)*



中国核情报中心  
原子能出版社

China Nuclear Information Centre  
Atomic Energy Press

### 图书在版编目 (CIP) 数据

中国核科技报告 CNIC-01235 SNERDI-0037：反应堆控制棒在事故工况下的落棒时间分析/窦一康等著. —北京：原子能出版社，1998. 1

ISBN 7-5022-1805-X

I . 中… II . 窦… III . 核技术-中国-研究报告 IV . TL-  
2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 01402 号

### 反应堆控制棒在事故工况下的落棒时间分析

窦一康等著

◎原子能出版社，1998

原子能出版社出版发行

责任编辑：孙凤春

社址：北京市海淀区阜成路 43 号 邮政编码：100037

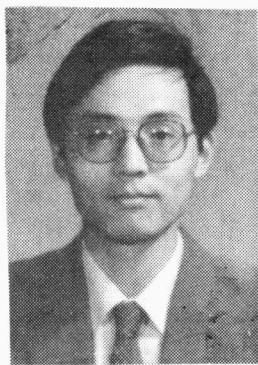
中国核科技报告编辑部排版

核科学技术情报研究所印刷

开本 787×1092 1/16 · 印张 2 · 字数 20 千字

1998 年 1 月北京第一版 · 1998 年 1 月北京第一次印刷

定价：5.00 元



窦一康：上海核工程研究设计院高级工程师，1982年  
毕业于复旦大学计算数学专业。

DOU Yikang: Senior engineer of Shanghai Nuclear  
Engineering Research and Design Institute.  
Graduated from Fudan University in 1982, majoring  
in computational mathematics.

**CNIC-01235**  
**SNERDI-0037**

# 反应堆控制棒在事故工况下的落棒时间分析

**窦一康 姚伟达 杨仁安 姜南燕**

(上海核工程研究设计院)

## 摘 要

反应堆控制棒在事故工况下的落棒时间分析方法，主要是建立驱动线上各部件在外力作用下的强迫振动方程和控制棒在垂直方向上的落棒运动方程。通过考虑落棒过程中控制棒与外侧部件之间的碰撞效应，将上述两个方程联系起来。用有限差分法对振动方程作离散，对时间历程则用 Wilson- $\theta$  法逐步进行分析，对由碰撞所引起的非线性采用修正的 Newton 法作迭代处理。利用已有的试验结果考核计算方法的正确性和可靠性。理论考题以及与试验结果的比较表明，以上述方法为基础编制的分析程序是适用、可靠的。它为相关部件的分析法设计和安全分析提供了有效手段。

# **Computation of Reactor Control Rod Drop Time under Accident Conditions**

*(in Chinese)*

DOU Yikang YAO Weida YANG Renan JIANG Nanyan  
(Shanghai Nuclear Engineering Research and Design Institute)

## **ABSTRACT**

The computational method of reactor control rod drop time under accident conditions lies mainly in establishing forced vibration equations for the components under action of outside forces on control rod driven line and motion equation for the control rod moving in vertical direction. The above two kinds of equations are connected by considering the impact effects between control rod and its outside components. Finite difference method is adopted to make discretization of the vibration equations and Wilson- $\theta$  method is applied to deal with the time history problem. The non-linearity caused by impact is iteratively treated with modified Newton method. Some experimental results are used to validate the validity and reliability of the computational method. Theoretical and experimental testing problems show that the computer program based on the computational method is applicable and reliable. The program can act as an effective tool of design by analysis and safety analysis for the relevant components.

## 概 述

作为核电站安全保证的重要方面之一，压水堆结构应能确保在正常运行工况以及在发生重大事故（如 SSE 地震，失水事故等）时，控制棒能在自重作用下在规定的时限内从最高位置快速插入至堆芯内的规定部位，以保证反应堆安全停堆。例如，有些核电站设计中规定在正常运行条件下控制棒落至燃料组件导向管缓冲段所用的时间应小于 2 s。出于对核设施的安全考虑，许多国家规定即使在地震并非引发事故的原因的情况下，在使用快速停堆曲线作事故分析时也应考虑地震与引起停堆的其他事故同时发生。因此，落棒时间成为核电站安全分析的重要参数之一，也是驱动线设计考核的重要指标。

落棒时间与驱动线各部件的结构设计、制造和安装直接相关，同时受到水流、温度和压力等的影响。反应堆运行时影响快速落棒的因素主要有驱动线各部件的对中性、内侧和外侧部件之间的摩擦力、重力、漂浮力及水流阻力等。地震或失水事故时，由于有外界激励（地震力或水流喷射力），堆内构件发生振动变形，控制棒及其驱动轴将与外侧部件反复碰撞，造成摩擦，从而影响落棒性能。由于控制棒及其驱动轴与周围驱动线部件相互作用的复杂性，落棒时间分析难以用现成的通用程序实现，需要编制专用分析程序。用专用程序对控制棒在正常及事故工况下的落棒时间进行分析，一直为各主要核电设计者所关注。美国 Westinghouse 公司早在 70 年代就曾借助于多个分析程序联合应用的手段进行某一快堆的控制棒落棒时间计算<sup>[1]</sup>，即先由结构分析程序算出驱动线上某些点变形的时间历程，并将其记入计算机磁带，然后将该时间历程应用于另一落棒时间估算程序，该法的特点是形式简单，问题是未能充分计及内、外侧部件之间的非线性碰撞。后来日本三菱重工在 Westinghouse 的资助下，用多点激振法模拟地震工况，进行 PWR 驱动线在有外界激励时的落棒性能试验，并在此基础上开发落棒时间分析程序<sup>[2]</sup>。意大利 ISMES 实验室曾进行试验工作<sup>[3,4]</sup>。法国 Framatome 公司目前正在实施一项以开发地震条件下的落棒时间计算程序 ALLUM-CIGAL 为中心的科研计划<sup>[5]</sup>，该项计划从程序开发到全尺寸模型的试验验证，内容十分庞大。

结合 300 MWe 核电站的设计和研究，我们在控制棒落棒时间分析方面作了一些探索<sup>[6]</sup>，本文较为具体地介绍了在分析程序 SCRAM 的开发方面所作的部分工作。该项工作以驱动线所包含部件的振动方程和控制棒落棒运动方程为基础，以各种条件下的落棒性能试验为实验依据，将分析的重点集中于事故工况下落棒时间的计算，考虑落棒过程中控制棒与各外侧部件之间由于存在外来激励所造成的碰撞效应以及该效应对落棒时间的影响，最终通过对离散型非线性代数方程组的数值求解，给出总的落棒时间以及由于事故工况所造成的落棒时间的延滞。主要内容包括：分析模型的建立，对偏微分方程的差分化离散，非线性碰撞问题的求解方法，程序结构简述，程序验证及计算实例等。

## 1 分析模型

### 1.1 振动方程和落棒运动方程

压水反应堆控制棒驱动线由控制棒组件及导向筒、导向管等组成，而控制棒组件包括若干根控制棒。控制棒在堆芯运动时，靠燃料组件导向管导向。控制棒组件提升时，提出堆芯的部分靠导向筒组件的 C 型管和双孔管导向。控制棒与燃料组件导向管及控制棒与导

向筒 C 型管和双孔管之间存在大小不等的间隙。根据上述结构特点，在地震或失水事故的情况下，由于驱动线各部件在水平方向有加速度输入，致使导向管或 C 型管产生水平方向的变形，当内侧部件（控制棒）和外侧部件（导向管及 C 形管）之间的变形差超过它们之间的间隙时，将在内外侧部件之间产生横向碰撞力，在控制棒下落过程中，这一横向碰撞力会导致内外侧部件之间产生阻碍控制棒顺利下落的摩擦力。因此，落棒时间的计算应通过联合求解驱动线各部件的振动方程和控制棒的落棒运动方程进行。

驱动线上各部件（包括导向筒 C 形管、燃料组件导向管和控制棒组件等）的振动问题可视为梁的振动问题，其振动方程为：

$$(\rho A)_n \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C_{1n} \frac{\partial u}{\partial t} + (C_2 I)_n \frac{\partial^2 u}{\partial z^4} + (EI)_n \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = - (\rho A)_n \frac{d^2 \tilde{u}}{dt^2} + F_n(\Delta u, h_m, k_m) \quad (1)$$

其中  $u$  是水平方向的挠度， $z$  是垂直方向的坐标值， $t$  是时间变量， $d^2 \tilde{u}/dt^2$  是激励加速度， $\rho$  为密度， $A$  为梁的截面积（ $\rho A$  即为单位长度的质量）， $C_1$  是外阻尼系数， $C_2$  是内阻尼系数， $E$  是弹性模量， $I$  是截面积二次矩， $h$  是间隙， $\Delta u$  是内外侧部件在同一水平位置上的变形差， $F_n$  是由内外侧部件的变形差、间隙和接触刚度确定的碰撞力。 $k_m$  是部件间的碰撞刚度。下标  $n$  用来区别不同的部件，如导向管、控制棒等。下标  $m$  则区别不同部件间的各种间隙，如导向筒 C 形管-控制棒或燃料组件导向管-控制棒等。

落棒性能试验表明，在控制棒组件从最高位置落至燃料组件缓冲段入口的行程中，落棒运动可满足如下形式的运动方程：

$$\frac{dv}{dt} = g - \alpha v \quad (2)$$

其中  $v$  为落棒速度， $g$  为重力加速度， $\alpha$  为落棒延滞系数，它反映了在不存在地震或失水事故载荷时，结构上各种因素对落棒性能的综合影响，该系数与结构形状、流道内流体的流动、流体温度、压力等因素有关，一般可通过实体部件的功能性试验确定。当考虑由地震或失水事故造成内外侧部件摩擦力的影响时，落棒方程可写为如下以落棒距离  $z_r$  为基本未知量的形式：

$$m_r \frac{d^2 z_r}{dt^2} + m_r \alpha \frac{dz_r}{dt} = m_r g - \int_0^L n_{rod} \mu_m |F(\Delta u, h_m, k_m)| dz \quad (3)$$

其中  $m_r$  是控制棒及控制棒驱动轴等的总质量， $F$  为内外侧部件间的碰撞力， $\mu_m$  是摩擦系数， $n_{rod}$  为一组控制棒的总数，积分区间  $[0, L]$  代表控制棒总行程所覆盖的长度范围，故该项积分代表总行程中总的摩擦力。

通过联合求解方程（1）和方程（3），即可得到从落棒开始至落棒结束时间段内各部件的运动情况，以及各时刻的落棒位置、落棒速度及落棒加速度。

由于每个控制棒组件由一根驱动轴驱动呈梅花形排列的一组控制棒，为简化起见，假定一组控制棒中每根的水平振动是相同的，这样可用一根控制棒的振动方程（1）来模拟所有的控制棒在水平方向的振动。经求解方程（1）得到内外侧部件间的碰撞力，而对方程（3）则要计及所有控制棒的总质量，并在计及摩擦力项时需乘以控制棒的总根数  $n_{\text{rod}}$ 。

## 1.2 结构模型

考虑到控制棒驱动轴与其外侧部件之间具有较大间隙，而影响落棒性能的主要因素在于控制棒整个行程所经过的各部件与控制棒之间由于间隙较小而造成的碰撞和摩擦，因此分析时可在结构上忽略控制棒驱动轴，仅考虑控制棒、导向筒及燃料组件三个部件，而在求解落棒运动方程时应将驱动轴的质量计入控制棒内（参见图 1）。

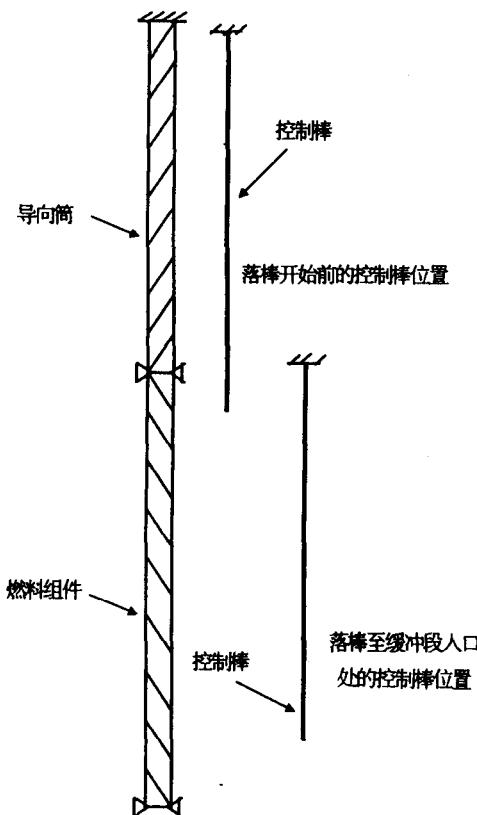


图 1 典型的落棒运动模型

图 1 中给出了一种供选用的结构模型，其中导向筒上端固支、下端简支，燃料组件上下两端简支，而控制棒则上端固支、下端自由，且支点随控制棒一起下落。

## 1.3 内外侧部件碰撞模型

以内外侧部件的变形差是否超过两者之间的间隙来确定内外侧部件间是否发生碰撞。以非线性刚度模型来模拟内外侧部件接触点之间的碰撞情况，并以此确定两者间的碰撞力（如图 2 所示），当变形差不超过间隙时碰撞力为零，当变形差超过间隙时，碰撞力的大小则与超过间隙的程度呈正比。在用有限差分模型进行振动计算时可采用插值法来确定接触点的位置。

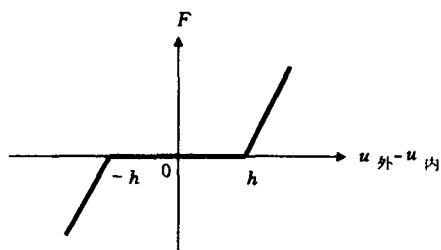


图 2 内外侧部件变形差与碰撞力的关系

## 2 数值求解

### 2.1 振动方程的有限差分离散

振动方程（1）的离散化求解基于有限差分法。对每一长度为  $l_n$ ，最低位置的绝对高度为  $\bar{z}_n$ ，的部件  $n$ ，用等距有限差分网格对其纵向范围予以覆盖，即对区间  $[\bar{z}_n, \bar{z}_n + l_n]$  作如

下划分：

$$D: \{z_i (i = 0, 1, \dots, N) | z_0 = \bar{z}_n; z_i = z_{i-1} + l_n/N (i = 1, 2, \dots, N)\} \quad (4)$$

这样, 变形向量可写为  $[u] = [u_0, u_1, \dots, u_N]^T$ , 其中  $u_i$  ( $i=0, 1, \dots, N$ ) 为节点  $i$  上的变形值。对每一中间节点  $i$  ( $i=2, 3, \dots, N-2$ ), 用相邻五个节点构成的四阶差商代替方程 (1) 中相应的关于空间变量  $z$  的四阶偏导数:

$$\left[ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right]_i \approx (\Delta L_n)^{-4} (u_{i-2} - 4u_{i-1} + 6u_i - 4u_{i+1} + u_{i+2}) \quad (5)$$

其中,  $\Delta l_n = l_n/N$ , 对边界点 ( $i=0, 1; N-1, N$ ), 则由相应的边界条件形成适当的差分形式, 最终可将方程 (1) 写成如下矩阵形式:

$$[M]\ddot{u}(t) + [C]\dot{u}(t) + [K]u(t) = [R(t)] \quad (6)$$

其中质量矩阵  $[M]$  为准单位矩阵：

$$[M] = \text{diag}(0, 0, 1, \dots, 1, 0, 0) \quad (7)$$

对简支边界条件：

$$u(\bar{z}_n, t) = u(\bar{z}_n + l_n, t) = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(\bar{z}_n, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(\bar{z}_n + l_n, t) = 0$$

刚度矩阵 $[K]$ 具有如下形式：

$$[K] = (\Delta l_n)^{-4} (EI/\rho A)_n \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ 1 & -2 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & \end{bmatrix} \quad (8)$$

阻尼矩阵  $[C]$  可表示为质量矩阵  $[M]$  和刚度矩阵  $[K]$  的线性组合：

$$[C] = a_n[M] + b_n[K] \quad (9)$$

其中  $a_n = (C_1/\rho A)_n$ ,  $b_n = (C_2/E)_n$ 。

$[R(t)]$  是右端项  $-\frac{d^2\tilde{u}}{dt^2} + F_n(\Delta u, h_m, k_m) / (\rho A)_n$  在各离散点  $z_i (i=0, 1, \dots, N)$  上的值。

成的向量。

## 2.2 常微分方程的 Wilson-θ 法求解

离散型方程 (6) 是关于变形向量  $[u(t)]$  的二阶常微分方程。可通过 Wilson-θ 法近似求解。Wilson-θ 法的基本假定是在一充分小的时间间隔  $[t, t + \theta\Delta t]$  内加速度  $[\ddot{u}(t)]$  的线性变化，其中  $\Delta t$  是一小的时间增量， $\theta$  是一大于或等于 1 的常数。可以证明，当  $\theta \geq 1.37$  时，Wilson-θ 法所构成的迭代格式是无条件稳定的。通常取  $\theta = 1.4$ 。根据上述假定，利用 Taylor 展开式可以将常微分方程 (6) 化为如下基于  $t + \theta\Delta t$  时刻力的平衡关系的线性代数方程组：

$$[\hat{K}][u(t + \theta\Delta t)] = [\hat{R}(t + \theta\Delta t)] \quad (10)$$

其中  $[\hat{K}]$  是等效刚度矩阵，具有如下形式：

$$[\hat{K}] = [K] + \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} [M] + \frac{3}{\theta \Delta t} [C] \quad (11)$$

而  $[\hat{R}(t + \theta\Delta t)]$  是包含已知量的等效力向量，其具体形式为：

$$\begin{aligned} [\hat{R}(t + \theta\Delta t)] &= [R(t)] + \theta([R(t + \Delta t)] - [R(t)]) + [M](\frac{6}{\theta^2 \Delta t^2}[u(t)] + \\ &\quad \frac{6}{\theta \Delta t}[\dot{u}(t)] + 2[\ddot{u}(t)]) + [C](\frac{3}{\theta \Delta t}[u(t)] + 2[\dot{u}(t)] + \frac{\theta \Delta t}{2}[\ddot{u}(t)]) \end{aligned} \quad (12)$$

从方程 (10) 解得  $[u(t + \theta\Delta t)]$  后可由公式 (13) 顺序得到  $t + \Delta t$  时刻的加速度  $[\ddot{u}(t + \Delta t)]$ 、速度  $[\dot{u}(t + \Delta t)]$  和变形  $[u(t + \Delta t)]$ ：

$$\left\{ \begin{array}{l} [\ddot{u}(t + \Delta t)] = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} ([u(t + \theta\Delta t)] - [u(t)]) - \frac{6}{\theta^2 \Delta t} [\dot{u}(t)] + (1 - \frac{3}{\theta}) [\ddot{u}(t)] \\ [\dot{u}(t + \Delta t)] = [\dot{u}(t)] + \frac{\Delta t}{2} ([\ddot{u}(t + \Delta t)] + [\ddot{u}(t)]) \\ [u(t + \Delta t)] = [u(t)] + \Delta t [\dot{u}(t)] + \frac{\Delta t^2}{6} ([\ddot{u}(t + \Delta t)] + 2[\ddot{u}(t)]) \end{array} \right. \quad (13)$$

## 2.3 非线性方程修正的 Newton 迭代求解

方程 (10) 中由于右端项  $[\hat{R}(t + \theta\Delta t)]$  中包含碰撞力项  $F_n(\Delta u, h_m, k_m)$ ，它依赖于该时刻内外侧部件之间的变形差  $\Delta u = |u_{\text{内}} - u_{\text{外}}|$ ，也就是说，依赖于当时要求解的未知量，故而是一非线性方程。对这样的非线性方程一般采用 Newton 迭代法求解。完全的 Newton 迭代具有较快的收敛速度（如图 3 所示），但每一步迭代均需修改刚度矩阵，考虑到方程 (10) 左端的刚度矩阵为带状矩阵，为在整个求解过程中保持这一求解矩阵的良好性质，采用修正的 Newton 迭代法，其特点是在每一时刻的求解过程中无需改变求解矩阵，只要在一不变的带状求解矩阵下逐步求解线性代数方程组即可。当然算法的收敛速度较完全的 New-

ton 迭代略为慢些 (如图 4 所示), 具体算法是:

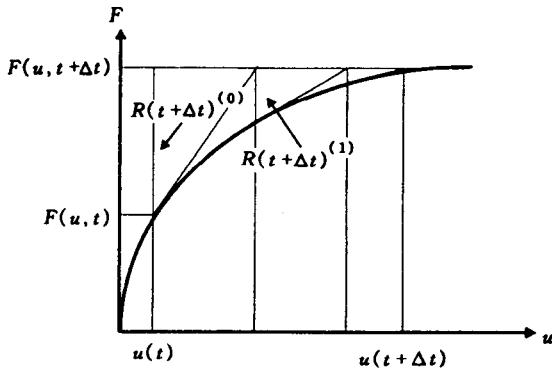


图 3 完全的 Newton 迭代

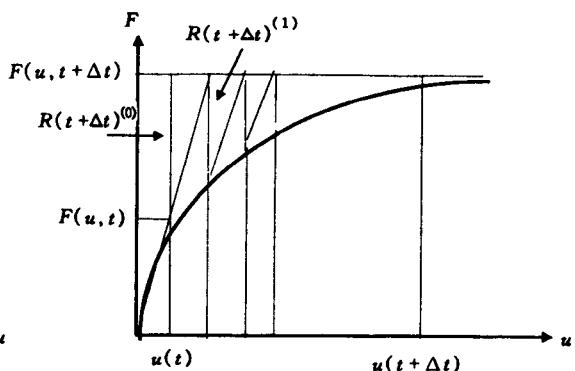


图 4 修正的 Newton 迭代

每一步迭代均修改迭代方向(刚度矩阵), 收敛较快。每一步迭代不修改迭代方向(刚度矩阵), 每一步计算量较小。

- 取  $i=0$  并置初值  $[u(t+\theta\Delta t)^{(0)}] = [u(t)]$ ;
- 按迭代公式 (14) 计算增量  $[\Delta u(t+\theta\Delta t)^{(i-1)}]$  和新的变形量  $[u(t+\theta\Delta t)^{(i)}]$ ;
- 若,  $\| [\Delta u(t+\theta\Delta t)^{(i-1)}] \| / \| [u(t+\theta\Delta t)^{(i)}] \| < \epsilon_1$   
则,  $[u(t+\theta\Delta t)] = [u(t+\theta\Delta t)^{(i)}]$  迭代结束, 否则取  $i=i+1$
- 若  $i < MM$ , 回到步骤 b) 继续迭代, 否则, 缩小时间步长  $\Delta t$ ,  
若  $\Delta t > \epsilon_2$ , 回到步骤 a) 重新迭代, 否则判定迭代不收敛, 计算终止。

上述算法中, 迭代公式为:

$$\begin{cases} [\hat{K}(t + \theta\Delta t)][\Delta u(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}] = [\hat{R}(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}] - [\hat{K}(t + \theta\Delta t)] \\ [u(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}] \\ [u(t + \theta\Delta t)^{(i)}] = [u(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}] + [\Delta u(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}] \quad (i = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (14)$$

这里右端项  $[\hat{R}(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}]$  中的上标  $(i-1)$  是指该项中碰撞力  $F_n(\Delta u, h_m, k_m)$  的计算将基于第  $(i-1)$  步的变形量  $[u(t + \theta\Delta t)^{(i-1)}]$ 。算法中  $\epsilon_1$  是控制迭代收敛的误差限,  $MM$  是在每一种时间步长下的最大迭代步数, 目的在于将计算量控制在一合理的水平下,  $\epsilon_2$  是一个充分小的量, 当时间步长缩小到该值以下时即认为计算不收敛, 应中止计算, 待调整参数后重新计算。迭代格式 (14) 的第一式是一带型线性代数方程组, 其求解矩阵是一带宽较窄(带宽一般为 5 或 7), 阶数较高的稀疏矩阵, 可采用解带型线性方程组的列主元 Gauss 消去法求解。

## 2.4 落棒方程的求解

落棒方程 (3) 和振动方程 (1) 是通过它们各自右端的摩擦力项  $\frac{1}{m_r} \int_0^L n_{rod} \mu_m |F(\Delta u, h_m, k_m)| dz$  和碰撞力项  $F_n(\Delta u, h_m, k_m)$  建立起联系的。在用 SCRAM 程序求解落棒方程 (3)

时，假定在充分小的时间间隔  $[t, t + \Delta t]$  内，各部件诸如导向筒、导向管等的振动保持  $t$  时刻的初始状态不变。这样，利用  $t$  时刻的落棒位置  $z_r(t)$  和落棒速度  $\dot{z}_r(t)$ ，可解析地解出时间区间内的落棒位置曲线：

$$z_r(\tau) = \frac{\tilde{g}}{\alpha}\tau + c_1 e^{-\alpha\tau} + c_2 \quad \tau \in [t, t + \Delta t] \quad (15)$$

其中  $\tilde{g} = g - \frac{1}{m_r} \int_0^L n_{rod} \mu_m |F(\Delta u, h_m, k_m)| dz$ ，积分常数  $c_1$  和  $c_2$  由时刻  $t$  的初值  $z_r(t)$  和  $\dot{z}_r(t)$  确定：

$$\begin{cases} c_1 = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{\tilde{g}}{\alpha} - \dot{z}_r(t) \right) e^{-\alpha t} \\ c_2 = z_r(t) - \frac{\tilde{g}}{\alpha} t - c_1 e^{-\alpha t} \end{cases} \quad (16)$$

### 3 SCRAM 程序及其验证

基于前述分析模型和离散化方法，用 FORTRAN77 语言在 IBM RS/6000 工作站的 AIX 3.2.5 系统上编制了分析程序 SCRAM。程序共包括 25 个子模块。线性代数方程组的求解采用等带宽带状矩阵的列主元 Gauss 消去法进行，该方法充分考虑求解矩阵的带状特性和稀疏性，提高了求解效率。程序能根据计算收敛情况自动调节时间步长，使非线性的时间历程分析既满足有碰撞时时间步长充分小的要求，又能在不发生碰撞时适当放大时间步长，以减少计算量。图 5 给出 SCRAM 程序的流程图。

程序的验证分为两部分：1) 以有解析解的考题验证对强迫振动方程作离散求解的正确性；2) 利用在地震台上进行的控制棒驱动线在地震工况下的落棒性能试验的部分结果，对用 SCRAM 程序进行的落棒计算作校核，以验证程序的正确性。

例一：如图 6 所示，考虑一长度为  $l$  的简支梁在  $x=x_1$  处作用一集中力  $P(t)$  后梁的横向反应  $y(x, t)$ ，根据梁的振动理论，其强迫振动满足方程：

$$m\ddot{y} + ry'''' = P(t)\delta(x - x_1) \quad (17)$$

其中梁上单位长度的质量  $m=\rho A$ ；弯曲刚度  $r=EI$ 。根据文献 [7]，振动方程 (17) 的解为：

$$y(x, t) = \frac{2}{ml} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{p_i} \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{i\pi x_1}{l}\right) \int_0^t P(\tau) \sin[p_i(t-\tau)] d\tau \quad (18)$$

其中  $p_i = (\frac{i\pi}{l})^2 a$  ( $i=1, 2, \dots, \infty$ ) 为简支梁的各阶角频率， $a^2=r/m$ 。

考虑  $x=x_1$  处作用谐和变化的力  $P(t) = \bar{P} \sin(\omega t)$ ，则有，

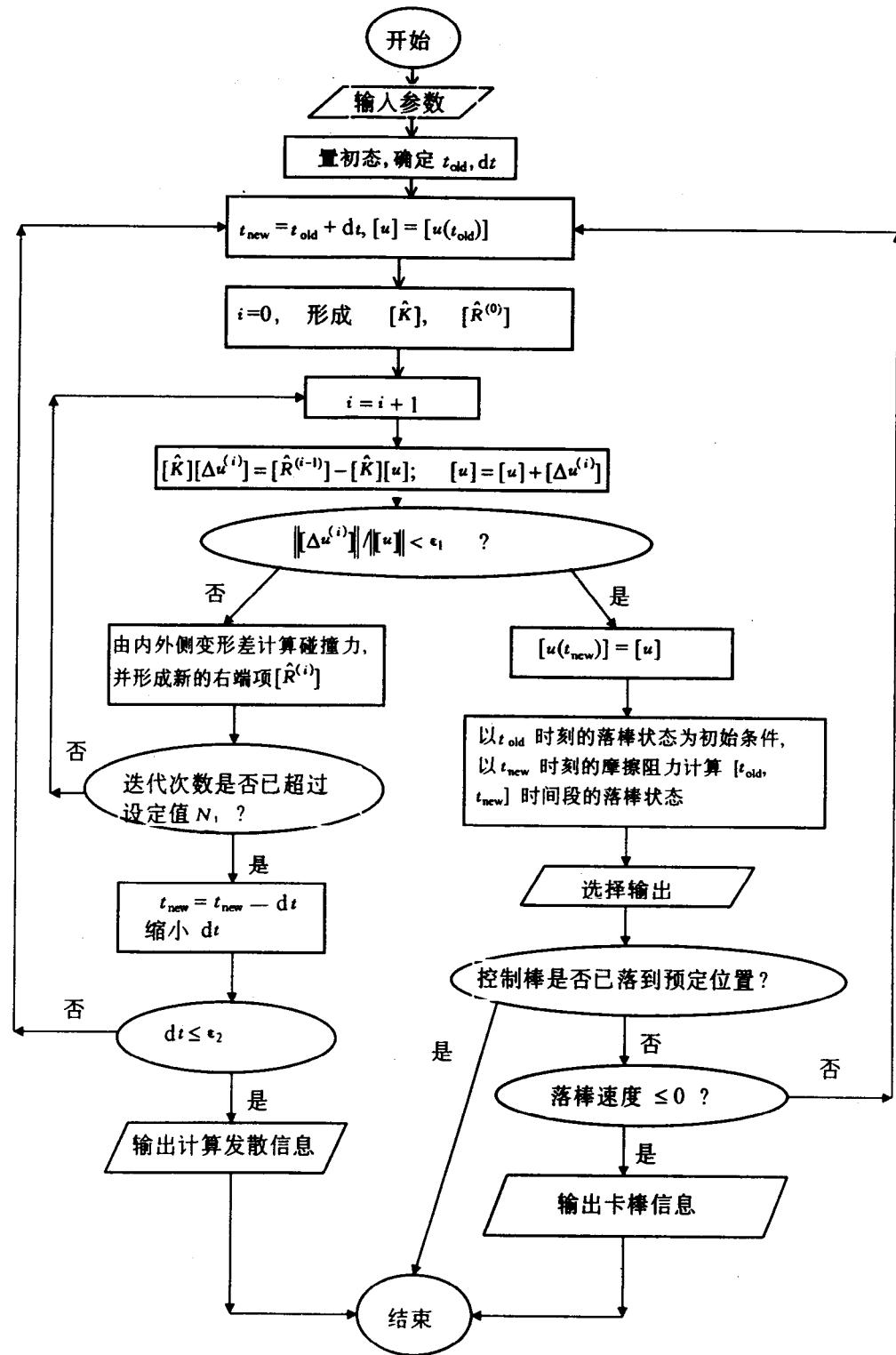


图 5 SCRAM 程序流程图

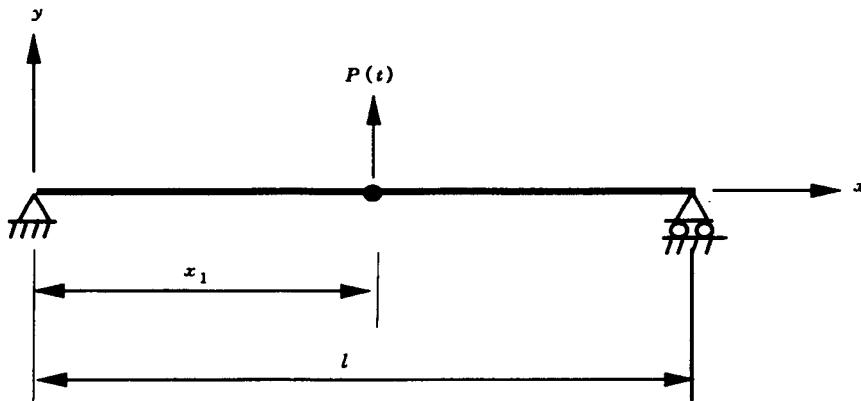


图 6 受强迫振动的简支梁

$$y(x,t) = \frac{2\bar{P}l^3}{m\pi^4 a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{l}{i^4} \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{i\pi x_1}{l}\right) [\sin(\omega t) - \frac{\omega l^2}{i^2 \pi^2 a} \sin(p_i t)] \beta_i \right\} \quad (19)$$

其中  $\beta_i = \frac{l}{l - \omega^2/p_i^2}$ , 若作用点  $x_1 = l/2$ ,  $\omega$  等于梁基本频率的一半  $\omega = p_1/2$ , 则

$$y(x,t) = \frac{2\bar{P}l^3}{m\pi^4 a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right)}{a^2(i^4 - \frac{1}{4})} [\sin\left(\frac{\pi^2}{2l^2}at\right) - \frac{1}{2i^2} \sin\left(\frac{i^2\pi^2}{l^2}at\right)] \right\} \quad (20)$$

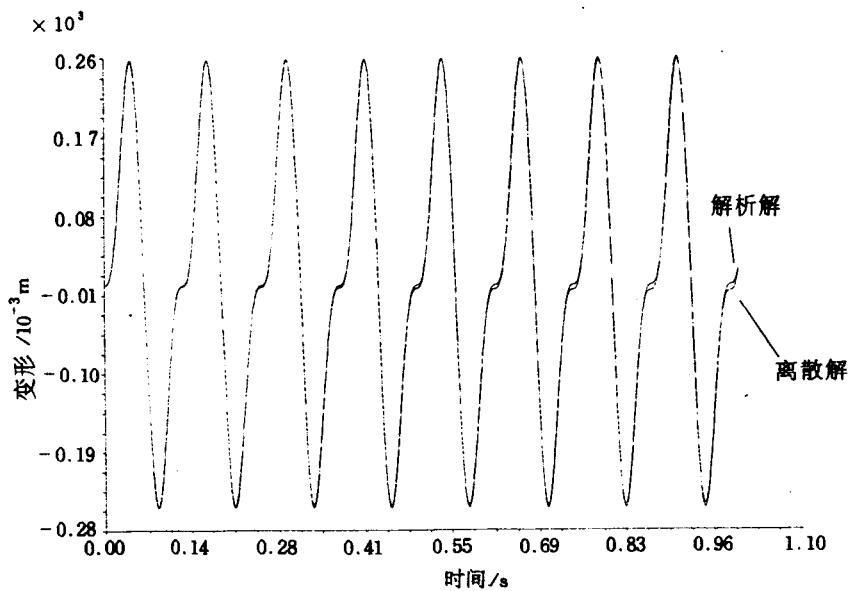


图 7 梁中点变形的时间历程——离散解与解析解的比较 ( $N=2000$ )

取时间步长  $\Delta t=4 \times 10^{-4}$  s,  $\theta=1.4$ , 用 SCRAM 程序计算上述强迫振动问题, 以验证差分格式及 Wilson- $\theta$  法的收敛性。计算表明, 随着差分网格密度的提高, 离散解趋于精确解。图 7 表示在差分网格等分数为 2000 时梁中点变形反应的时间历程, 两条基本重合的曲线中一条是由式 (20) 计算所得的精确解; 另一条是由 Wilson- $\theta$  法所得的离散解。两者之间仅在零点附近相对误差稍大, 总体结果令人满意。

例二: 文献 [8] 描述了反应堆驱动机构抗震试验的部分结果。该试验在地震台上模拟了控制棒驱动线各部件在地震载荷下的动态反应和落棒特性, 主要分为无地震输入的静态落棒性能试验以及在 OBE 及 SSE 地震条件下的落棒性能试验。地震输入载荷以压力容器顶盖部位的加速度反应谱, 经适当拓宽后作为试验用的要求反应谱 (RRS)。利用该试验的部分结果来验证 SCRAM 程序的正确性。为了与试验条件保持一致, 计算采用控制棒驱动轴-驱动机构-导向筒模型, 结构参数的确定以模型的实际尺寸为依据。加速度输入点位于驱动机构中部, 载荷则以实际测量值为依据。表 1 分别给出静态、OBE、SSE 等条件下各时刻落棒位置的试验值与计算值的比较, 其中棒从最高位置 2.8 m 处开始下落, 直至堆芯缓冲段入口处 (约 0.48 m 处)。其中计算采用的落棒加速度衰减系数取为  $\alpha=3.8 \text{ s}^{-1}$ 。从表 1 可以看出计算所得静态的落棒时程与试验值非常接近, 这说明落棒加速度衰减系数  $\alpha$  的取值较好地反映了无地震输入时落棒的真实情况, 可以此为基础进一步作地震条件下的落棒

计算。从表 1 可以看出, 在 OBE 和 SSE 条件下计算值与试验值总的来说比较接近, 如 OBE 条件下落棒至缓冲段入口处的所用时间试验值是 1.44 s, 计算值是 1.426 s; 在 SSE 条件下计算值与试验值相比, 变化趋势相同, 数值略有差异, 例如, 落棒至缓冲段入口处的所用时间试验值是 1.507 s, 计算值是 1.608 s, 差值大于 0.1 s, 计算值略偏于保守, 这可能与 SSE 载荷水平较高而引起部件之间较强的非线性碰撞, 进而使分析的非线性程度更甚有关。图 8 给出计算所得到的 SSE 条件下的落棒速度时程曲线, 该曲线上多处剧烈抖动反映了落棒过程中驱动线内、外侧部件间的碰撞, 这种碰撞的直接后果是使落棒速度变缓, 落棒时间延长。总体来说, 本例的计算结果能够说明分析程序的有效性和可靠性。

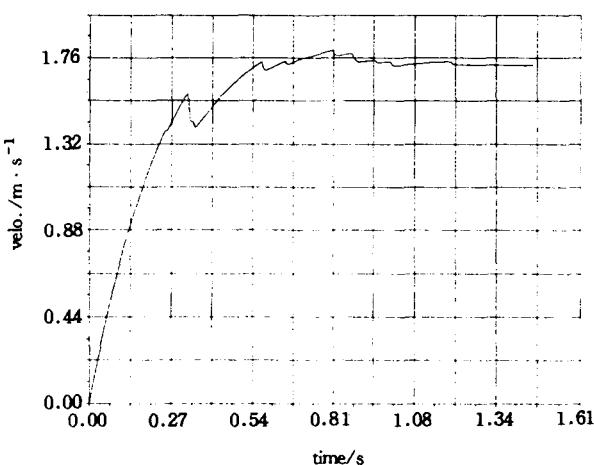


图 8 计算所得 SSE 条件下的落棒速度时程曲线

动线内、外侧部件间的碰撞, 这种碰撞的直接后果是使落棒速度变缓, 落棒时间延长。总体来说, 本例的计算结果能够说明分析程序的有效性和可靠性。

#### 4 结 论

本文以非线性碰撞模型与落棒运动模型相结合给出分析反应堆控制棒落棒时间的方法, 并同时给出根据该方法对求解方程所作的数值化处理过程, 介绍所编制的计算程序 SCRAM。计算所得的结果与相关试验结果以及与有理论解的分析结果的对比表明, 分析模型是合理的, 程序是适用、可靠的。它为反应堆控制棒驱动线部件的分析法设计和安全分析提供了有效的手段。

表 1 静态及地震条件下的落棒计算结果与相应的试验值的比较

静态落棒			OBE 条件下的落棒			SSE 条件下的落棒		
时刻/s	棒位/m		时刻/s	棒位/m		时刻/s	棒位/m	
	试验值	计算值		试验值	计算值		试验值	计算值
0.043	2.80	2.80	0.060	2.80	2.80	0.570	2.80	2.80
0.223	2.73	2.68	0.253	2.73	2.68	0.250	2.73	2.70
0.283	2.66	2.60	0.316	2.66	2.61	0.320	2.66	2.62
0.323	2.59	2.54	0.363	2.59	2.54	0.380	2.59	2.55
0.367	2.52	2.47	0.410	2.52	2.47	0.410	2.52	2.50
0.403	2.45	2.40	0.446	2.45	2.41	0.470	2.45	2.42
0.443	2.38	2.33	0.490	2.38	2.34	0.510	2.38	2.36
0.480	2.31	2.26	0.530	2.31	2.27	0.553	2.31	2.29
0.513	2.24	2.20	0.573	2.24	2.20	0.597	2.24	2.22
0.550	2.17	2.13	0.613	2.17	2.12	0.643	2.17	2.15
0.583	2.10	2.07	0.650	2.10	2.05	0.683	2.10	2.08
0.617	2.03	2.00	0.723	1.96	1.92	0.717	2.03	2.02
0.650	1.96	1.93	0.763	1.89	1.84	0.757	1.96	1.96
0.683	1.89	1.86	0.800	1.82	1.77	0.797	1.89	1.89
0.717	1.82	1.79	0.833	1.75	1.70	0.833	1.82	1.83
0.750	1.75	1.72	0.870	1.68	1.63	0.867	1.75	1.77
0.783	1.68	1.66	0.906	1.61	1.55	0.907	1.68	1.70
0.813	1.61	1.59	0.943	1.54	1.48	0.943	1.61	1.64
0.847	1.54	1.52	0.976	1.47	1.41	0.987	1.54	1.56
0.880	1.47	1.45	1.010	1.40	1.34	1.020	1.47	1.51
0.910	1.40	1.39	1.043	1.33	1.28	1.053	1.40	1.45
0.943	1.33	1.32	1.076	1.26	1.21	1.087	1.33	1.39
0.977	1.26	1.24	1.110	1.19	1.14	1.123	1.26	1.33
1.007	1.19	1.18	1.140	1.12	1.08	1.160	1.19	1.27
1.040	1.12	1.04	1.173	1.05	1.01	1.197	1.12	1.20
1.103	0.98	0.97	1.203	0.98	0.94	1.257	0.98	1.10
1.133	0.91	0.91	1.233	0.91	0.88	1.297	0.91	1.03
1.167	0.84	0.83	1.270	0.84	0.81	1.330	0.84	0.97
1.197	0.77	0.77	1.303	0.77	0.74	1.363	0.77	0.91
1.230	0.70	0.70	1.343	0.70	0.65	1.397	0.70	0.85
1.260	0.63	0.63	1.376	0.63	0.59	1.430	0.63	0.79
1.293	0.56	0.56	1.406	0.56	0.52	1.467	0.56	0.73
1.323	0.49	0.50	1.426	...	0.48	1.507	0.49	0.66
...	...	...	1.440	0.49	...	1.608	...	0.48

### 参 考 文 献

- Morrone A. Scram and nonlinear reactor system seismic analysis for a liquid metal fast reactor. Proc. 3rd SMiRT K 8/4. London 1975
- 藤田胜久等. 地震时压水堆控制棒的插入特性, 日本机械学会论文集(C篇). Vol. 53 (日文), 1987, 5
- Castoldi A, Casirati M, Zola M. Problems of Experimental Seismic Test of a Safety Rod Mechanism (MAB). Proc. 6th SMiRT. K11/4 Paris, 1981
- Castoldi A, Franchioni G, Zola M. Experimental Demonstration of the PEC Fast Reactor Scramability in the Case of Earthquake. Proc. 8th SMiRT. EK 2/7. Brussels, 1985

- 5 Borsoi L, Canteneur C, Berthevas G. Computation of control rod drop under seismic conditions. Proc. 14th SMiRT J07/1. Lyon, 1997
- 6 Dou Y, Yao W, Jiang N, et al. A scram analysis under accident conditions for a reactor control rod system. Proc. 14th SMiRT J07/7. Lyon, 1997
- 7 Timoshenko S, D. H. Young , W. Weaver, Jr. Vibration Problem in Engineering, 4th ed. John Wiley & Sons, Inc. , 1974
- 8 Yang R, Lu L, Shao Y, et al. Seismic qualification test report for CRDM of PC project. SNERDI Technical Report. 1996