普通高等学校电子信息类"十二五"规划教材

数字电路与逻辑设计学习指导及习题详解

SHUZI DIANLU YU LUOJI SHEJI XUEXI ZHIDAO JI XITI XIANGJIE

主　编　李民权
副主编　许耀华　程　鸿　李晓辉

国防工業出版社
National Defense Industry Press

普通高等学校电子信息类“十二五”规划教材

数字电路与逻辑设计学习指导及习题详解

主　编　李民权

副主编　许耀华　程　鸿　李晓辉

国防工業出版社

·北京·

内容简介

“数字电路与逻辑设计”是高等学校理工科通信、电子信息、自动化及计算机专业的基础课程。本书是《数字电路与逻辑设计》（李晓辉主编，国防工业出版社出版）的配套习题指导书。本书配合教材内容，给出每章的重点内容及难点内容，重点讨论逻辑电路的分析、设计和解题方法。全书共10章，内容包括数制与码制、逻辑函数及其化简、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、可编程逻辑器件、脉冲波形的产生和整形、数模和模数转换器。每章均包含知识点解析、重点及难点、典型题解、习题解答四部分。本书还包含研究生入学考试全真试题及答案，是研究生入学考试的辅导教材。本书可以作为学生的学习辅导用书，也可作为教师教学及有关技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计学习指导及习题详解/李民权主编. —北京：国防工业出版社，2014.6

普通高等学校电子信息类“十二五”规划教材

ISBN 978-7-118-09386-5

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①李…　Ⅲ.①数字电路－逻辑设计－高等学校－教学参考资料　Ⅳ.①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第100053号

※

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路23号　邮政编码100048）

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092　1/16　**印张** $14\frac{3}{4}$　**字数** 341千字

2014年6月第1版第1次印刷　**印数** 1—3500册　**定价** 36.00元

国防书店：(010)88540777　　发行邮购：(010)88540776

发行传真：(010)88540755　　发行业务：(010)88540717

前　　言

“数字电路与逻辑设计”课程是高等院校理工科一门重要的专业基础课程。要学好这门课程，做好每一道习题是一个不可缺少的环节。通过完成习题，可以起到巩固概念、启发思考、加深理解及融会贯通的作用。事实证明，一本适宜的辅导教材及习题指导书可以使学生入门更快，基础扎实，提升学生分析问题、解决问题的能力。

本书根据本课程教学实践和课程教学的基本要求，针对学生在数字电路与逻辑设计学习中对基本概念、基本方法的深入理解和灵活运用上存在的一些问题，对教材内容进行归纳、总结、提炼和解答。希望通过本书的学习能够帮助学生把握好课程内容的重点，深入理解基本概念，并正确掌握解题的基本方法和技巧。

本书共分10章，包括数制及码制、逻辑函数及其化简、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、半导体存储器、可编程逻辑器件、脉冲波形的产生和整形、数模和模数转换器等内容。每章包括四方面内容：① 知识点解析。简要介绍本章的基本概念、基本原理，总结了本章的知识点及学习要点。② 重点难点。指出本章的重点和难点内容，并进行详细分析，加强学生对重点、难点内容的理解。③ 典型题解。以典型电路和典型问题讲解每章的相关知识和分析方法，帮助学生深入了解知识点，使学生能够掌握重点，理解难点，学会解题方法和解题技巧。④ 习题解答。对教材的所有习题进行解答，每个习题都有详细的解题过程和结果，为使用本教材的教师带来教学上的方便，也满足学生学习的要求，使之能够比较顺利地完成教学和学习任务。本书的最后给出了部分高校历年考研试题及解答，对于希望继续深造的学生有一定的帮助。

本书由李民权主编，许耀华、程鸿、李晓辉为副主编。其中许耀华编写第二章、第三章、第四章答案；李晓辉编写第一章和第五章答案；李民权编写第六章答案；程鸿编写第七章、第八章、第九章及第十章答案。全书由李民权统稿。对于给予指导和帮助的有关专家及参与部分习题解答工作的研究生，在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免存在不妥及错误之处，恳切希望读者批评指正。

编者

2013年12月

目　　录

第一章 数制与码制

一、知识点解析

1. 数字信号与数字电路

数字量:在时间上和数量上不连续(离散)的物理量,其数值的变化是某一最小数量单位的整数倍。二进制的数字量采用0、1两种数字表示。

2. 数制

按进位规则进行计数的方法称为进位计数制,简称数制。数制的三要素是基数、数符和位权。最常用的数制有十进制、二进制、八进制和十六进制,还有十二进制、二十四进制和六十进制等。任何一个数制的数都可以用多项式表示法来表示。

3. 数制间转换

1)任意进制数与十进制数的转换方法

(1)任意进制数转换为十进制数,根据多项式表示法按位权值展开,即可得到十进制数。设任意进制(R)数 N 的整数部分位数为 n,小数部分位数为 m,则按照位权展开为

$$(N)_R = (a_{n-1}\cdots a_1 a_0 . a_{-1} a_2 \cdots a_{-m})_R$$

$$= a_{n-1} \times R^{n-1} + \cdots + a_1 \times R^1 + a_0 \times R^0 + a_{-1} \times R^{-1} + \cdots + a_{-m} \times R^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times R^i$$

(2)十进制数转换为任意进制数,采用基数乘除法,即整数采用基数除法,小数采用基数乘法分别转换。然后用小数点合起来便可得任意进制数。

① 将给定的十进制数除以 R,余数作为 R 进制数的最低位。

② 将前一步的商再除以 R,余数作为次低位。

③ 重复步骤②,记下余数,直到最后商为零或达到一定精度。最后的余数即为 R 进制的最高位。

2)二进制数与十六进制数的转换方法

整数由小数点向左每4位为一组,最后不足4位者补0。小数则由小数点向右每4位一组,最后不足4位者补0。然后将每一组4位二进制数用相应的十六进制数代替即实现转换。

3)转换精度

将十进制数转换为二进制数或其他任意进制数时,有时会出现除不尽的情况,这时应依据转换精度的要求来确定转换位数。因为转换精度由二进制数的小数位数确定,所以应根据转换精度的要求来确定小数的位数。

4. 码制

BCD码:用二进制数码表示1位十进制数(0~9)称为二—十进制编码,简称BCD

码。常用的 BCD 码包括有权码(8421BCD、2421BCD、5431BCD 等),无权码(余 3 码、余 3 循环码、右移码等)。

二进制编码:用二进制数码表示一个特定对象,例如字符、人名、校名等称为二进制编码。若被编码的特定对象增多,则需增加二进制数码的位数。常用的二进制编码有二进制码、格雷码等。

二、重点及难点

(1) 数制的基数和位权的概念。二进制数、十进制数、十六进制数之间的互换方法。

(2) 二 - 十进制代码(BCD 码)中的各种代码代表十进制数的特点。用 BCD 码表示多位十进制数的方法。

(3) 带小数十进制数转化为二进制数时的运算规则。

三、典型题解

[例 1 - 1] 试说明单位间距码的特点。

答:单位间距码又称格雷码。它是一种具有某些特殊规律的编码,其特点如下:

(1) 每组码与其相邻一组码之间彼此只有一位不同,通常把两个码组中码元不相同的位数称为码距。单位间距码就是因为任一对相邻的码组之间只有一位不同,因间距为 1 而得名。此特性称"相邻性"(两个码组的码距为 1 时称这两码组相邻)。

在模拟量转换成数字量时由于模拟量是连续变化量,那么转换成数字量的二 - 十进制代码的各位变动情况,就因代码的不同而有很大的区别。例如,模拟量从 7 变到 8 时,对 8421BCD 码来讲,代码是由 0111 变到 1000,即 4 位同时改变。这种改变由数字电路实现时,由于每位所对应的电路的特性不能做到完全一致,每位从"0"变"1",或从"1"变"0"的时间不可能是同时(称"同步")的,这就可能出现很多种过渡状态。如 0111 变到 1000 时,假设第 1 位的"1"变"0"比第 2 位的"1"变到"0"要慢点,这时就会先出现 1001 $[9]_{10}$,然后再出现 1000$[8]_{10}$状态。显然这是不可靠的。但是格雷码不会出现这种情况,由 7 变到 8 时,即其代码是由 0100 变到 1100,只有第 4 位变化,没有过渡态,所以可靠,出错机会要少很多。

(2) 单位间距码共有 4 位,它实际上共有 16 组码。当 $N=0$ 时格雷码为 0000,$N=15$ 时则为 1000,即首尾两组码的码距也为 1,是相邻的,因此其相邻性是循环的。每一位代码自上而下的排列都是以固定周期进行循环。格雷码又称循环码,它具有码循环和位循环特性。在 4 位循环码组的第 7 组与第 8 组码之间画一分界线,可以看出表的上半部分与下半部分有对称特点。第 3 位至第 1 位均按镜像对称形式排列,第 4 位则以反码形式排列。这就是反射特性,故又称反射码。

[例 1 - 2] 将$(51.49)_{10}$转换为二进制数,要求转换精度为 1%。

答:将十进制数转换为二进制数时,可能会出现有限的二进制数不能完全表示十进制数的情况,即转换存在误差,称为截断误差(剩余误差)。截断误差由二进制数小数的位数决定。因此,应依据精度要求先确定小数的位数。设转化为二进制数小数部分的位数

为 m，即 m 应依据精度要求确定。令 $2^{-m} \leqslant 1\%$，则可得：$m\lg2 \geqslant \lg100$，求得 $m \geqslant 6.66$，因此取 $m=7$。

2	51		
2	25	1	L
2	12	1	
2	6	0	
2	3	0	
2	1	1	
	0	1	H

$0.49 \times 2 = 0.98 \quad a_{-1} = 0$

$0.98 \times 2 = 1.96 \quad a_{-2} = 1$

$0.96 \times 2 = 1.92 \quad a_{-3} = 1$

$0.92 \times 2 = 1.84 \quad a_{-4} = 1$

$0.84 \times 2 = 1.68 \quad a_{-5} = 1$

$0.68 \times 2 = 1.36 \quad a_{-6} = 1$

$0.36 \times 2 = 0.72 \quad a_{-7} = 0$

所以，$(51.49)_{10} = (110011.0111110)_2$

［例 1－3］ 将下列数进行进制转换：$(3FCA.8)_{16} = (\quad)_{10} = (\quad)_{8421BCD} = (\quad)_{余3码}$。

答：$(3FCA.1)_{16} = 3 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} = (16330.5)_{10}$

$(3FCA.8)_{16} = (16330.5)_{10} = (0001\ 0110\ 0011\ 0011\ 0000.0101)_{8421BCD}$

$(3FCA.8)_{16} = (0001\ 0110\ 0011\ 0011\ 0000.0101)_{8421BCD}$

$= (0100\ 1001\ 0110\ 0110\ 0011.1000)_{余3码}$

［例 1－4］ $[01100011]_{8421BCD} + [001001001001]_{B421BCD}$。

答：这是两个二－十进制数码进行相加，但它们不能直接用二进制数的算术运算法则来进行相加。应该先将两数转换成十进制数，然后相加得出十进制数的结果（“和”），再将此结果（“和”）转换成 8421BCD 码。

$[01100011]_{8421BCD} + [001001001001]_{B421BCD}$

$= [63]_{10} + [249]_{10} = [312]_{10}$

$= [001100010010]_{8421BCD}$

四、习题解答

1－1 将下列二进制数转换成十进制数。

（1）101101 （2）11011101 （3）0.11 （4）1010101.0011

答：（1）45 （2）221 （3）0.75 （4）85.1875

1－2 将下列十进制数转换成二进制数（小数部分取 4 位有效数字）。

（1）37 （2）0.75 （3）12.34 （4）19.65

答：（1）100101 （2）0.1100 （3）1100.0101 （4）10011.1010

1－3 将下列二进制数转换成十六进制数。

（1）0011 （2）10101111 （3）1001.0101 （4）101010.001101

答：（1）3 （2）AF （3）9.5 （4）2A.34

1－4 将下列十六进制数转换成二进制数。

（1）2A （2）123 （3）7F.FF （4）432.B7

答：（1）101010（2）100100011（3）1111111.11111111（4）10000110010.10110111

1－5 将下列十进制数转换成十六进制数（小数部分取一位有效数字）。

(1) 43　(2) 36.8　(3) 6.73　(4) 174.5

答:(1) 2B　(2) 24.C　(3) 6.B　(4) AE.8

1-6　将下列十六进制数转换成十进制数。

(1) 56　(2) 4F.12　(3) 2B.C1　(4) AB.CD

答:(1) 86　(2) 79.0703125　(3) 43.75390625　(4) 171.80078125

1-7　完成下列各数的转换。

(1) $(24.36)_{10}=(00100100.00110110)_{8421BCD}$

(2) $(64.27)_{10}=(10010111.01011010)_{余3BCD}$

(3) $(01011000)_{8421BCD}=(58)_{10}$

(4) $(10110011.1011)_{2421BCD}=(53.5)_{10}$

1-8　写出下列带符号位二进制数所表示的十进制数。

(1) 0101　(2) 1011　(3) 10101　(4) 11100

答:(1) +5　(2) -3　(3) -5　(4) -12

1-9　试写出下列十进制数的二进制原码、反码和补码(码长为8)。

(1) +37　(2) -102　(3) +10.5　(4) -38

答:(1) $[+37]_{原}=00100101$, $[+37]_{反}=00100101$, $[+37]_{补}=00100101$

(2) $[-102]_{原}=11100110$, $[-102]_{反}=10011001$, $[-102]_{补}=10011010$

(3) $[+10.5]_{原}=0001010.1$, $[+10.5]_{反}=0001010.1$, $[+10.5]_{补}=0001010.1$

(4) $[-38]_{原}=10100110$, $[-38]_{反}=11011001$, $[-38]_{补}=11011010$

第二章　逻辑函数及其化简

一、知识点解析

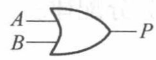
1. 三种基本逻辑关系及其表示方法

(1) 逻辑与(·),表达式 $F=A\cdot B=AB$,逻辑符号

$0\cdot 0=0$　　$0\cdot 1=0$　　$1\cdot 0=0$　　$1\cdot 1=1$

$0\cdot A=0$　　$1\cdot A=A$　　$A\cdot 1=A$　　$A\cdot A=A$

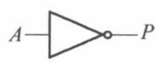
(2) 逻辑或(+),表达式 $F=A+B$,逻辑符号



$0+0=0$　　$0+1=1$　　$1+0=1$　　$1+1=1$

$A+0=A$　　$1+A=1$　　$A+1=1$　　$A+A=A$

(3) 逻辑非(－),表达式 $F=\overline{A}$,逻辑符号



$\overline{0}=1$　　$\overline{1}=0$

2. 复合逻辑运算及其规则

(1) 与非逻辑,表达式 $F=\overline{A\cdot B}$

(2) 或非逻辑,表达式 $F=\overline{A+B}$

(3) 与或非逻辑,表达式 $F=\overline{A\cdot B+C\cdot D}$

(4) 异或逻辑(⊕),表达式为 $F=A\oplus B=A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B$

$0\oplus 0=0$　　$0\oplus 1=1$　　$1\oplus 0=1$　　$1\oplus 1=0$

$A\oplus 1=\overline{A}$　　$A\oplus 0=A$　　$A\oplus\overline{A}=1$　　$A\oplus A=0$

(5) 同或逻辑(⊙),表达式为 $F=A\odot B=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B$

$0\odot 0=1$　　$0\odot 1=0$　　$1\odot 0=0$　　$1\odot 1=1$

$A\odot 0=\overline{A}$　　$A\odot 1=A$　　$A\odot\overline{A}=0$　　$A\odot A=1$

$A\odot B=\overline{A\oplus B}$　　　$A\oplus B=\overline{A\odot B}$

3. 逻辑代数基本运算公式、基本定律及基本规则

1) 变量和常量的运算公式

$A+0=A$　　　$A\cdot 1=A$

$A+1=1$　　　$A\cdot 0=0$

$A+\overline{A}=1$　　　$A\cdot\overline{A}=0$

$A\odot 0=\overline{A}$　　　$A\oplus 1=\overline{A}$

$A\odot 1=A$　　　$A\oplus 0=A$

$A\odot\overline{A}=0$　　　$A\oplus\overline{A}=1$

2）基本定律

（1）交换律：

$$A + B = B + A$$
$$A \cdot B = B \cdot A$$
$$A \odot B = B \odot A$$
$$A \oplus B = B \oplus A$$

（2）结合律：

$$A + B + C = (A + B) + C$$
$$ABC = (AB)C$$
$$A \odot B \odot C = (A \odot B) \odot C$$
$$A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C$$

（3）分配律：

$$A(B + C) = AB + AC$$
$$A + BC = (A + B)(A + C)$$
$$A(B \oplus C) = AB \oplus AC$$
$$A + (B \odot C) = (A + B) \odot (A + C)$$

（4）重叠律：

$$A + A = A$$
$$A \cdot A = A$$
$$A \odot A = 1$$
$$A \oplus A = 0$$

（5）反演律：

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$
$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$
$$\overline{A \odot B} = A \oplus B$$
$$\overline{A \oplus B} = A \odot B$$

3）基本定律

（1）代入规则：任何一个含有变量 A 的逻辑函数式中，如果将函数式中所有出现 A 的位置，都代之以一个逻辑函数或变量，则等式仍然成立，这个规则称为代入规则。代入规则扩大了等式的应用范围。必须注意，在使用代入规则时，一定要把所有出现被代替变量的地方都代之以同一函数或同一变量，否则不正确。

（2）反演规则：设 F 是一个逻辑函数表达式，如果将 F 中所有的“·”变为“+”，“+”变为“·”，“1”变为“0”，“0”变为“1”，原变量变为反变量，反变量变为原变量，运算顺序保持不变，这样得到的新函数式称为原函数 F 的反函数 $\overline{F}$。这就是反演规则。利用反演规则可以很方便地求得一个逻辑函数的反函数。

（3）对偶规则：设 F 是一个逻辑函数表达式，如果将 F 中所有的“·”变为“+”，

“+”变为“·”，“1”变为“0”，“0”变为“1”，则可得到一个新的函数表达式 F^*，F^* 称为 F 的对偶式。

如果 F^* 是 F 的对偶式，那么 F 也是 F^* 的对偶式，即函数是互为对偶的。若有两个函数相等，即 $F_1=F_2$，则它们的对偶式也相等：$F_1^*=F_2^*$。

4. 逻辑函数的标准表达式

1）标准与或式

在逻辑函数的与或表达式中，函数的展开式中的每一项都是由函数的全部变量组成的与项。逻辑函数的全部变量以原变量或反变量的形式出现，且仅出现一次，所组成的与项称为逻辑函数的最小项。全部由最小项之和组成的与或式称为标准与或式，又称标准积之和式或最小项表达式。

2）标准或与式

由逻辑函数的全部变量以原变量或反变量的形式出现，且仅出现一次所组成的或项称为函数的最大项。全部由最大项之积组成的函数式称为标准或与式，又称标准和之积式，或称最大项表达式。

5. 逻辑函数的化简

逻辑函数可以用逻辑电路实现，所以逻辑函数表达式越简单则实现它的逻辑电路也就越简单。逻辑函数的化简就是将一个复杂的函数通过等值变换求出最简表达式。最简逻辑函数表达式的标准如下：

（1）若逻辑函数为与或式，则要求与项最少；逻辑函数为或与式，则要求或项最少。

（2）在满足条件(1)的基础上，要求每个与项(或项)所含变量数最少。

1）公式化简法(代数法)

（1）并项法：利用公式 $AB+A\overline{B}=A$ 将两项合并成一项，消去一个变量。

（2）吸收法：利用公式 $A+AB=A$，$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$，消去多余项。

（3）消因子法：利用公式 $A+\overline{A}B=A+B$，消去多余因子。

（4）配项法：常用将某项乘以$(A+\overline{A})$，或利用 $AB+\overline{A}C=AB+\overline{A}C+BC$ 增加 BC 项，再与其他项合并，以消去更多的与项。

2）卡诺图化简法

（1）卡诺图结构及表示法：卡诺图中变量的排列应符合循环码规则。每一个最小项用一个方格表示。对于 n 变量卡诺图，任何一个最小项都有 n 个相邻最小项。在寻找相邻最小项时，除了几何位置相邻者之外，必须注意同纵、横轴对称的最小项也是相邻最小项。可采用逻辑函数标准型法及观察法填卡诺图。其中，灵活运用观察法可以使填图过程简便。

（2）卡诺图的化简方法：

① 2^n 个相邻项包括在一个卡诺圈中，合并后可以消去 n 个相同的变量。在逻辑函数 F 的卡诺图上对 1 画合并圈，可得 F 的最简与或式，每一个合并圈就是一个与项。与项的构成方法是：若变量为 0，则取其反变量；若变量为 1，则取其原变量。所有与项之或便构成最简与或式。

② 在逻辑函数 F 的卡诺图上对 0 画合并圈，可得 F 的最简或与式，每一个合并圈就

是一个或项。或项的构成方法是:若变量为0,则取其原变量;若变量为1,则取其反变量。所有或项之与便构成最简或与式。

③ 在逻辑函数 F 的卡诺图上对0画合并圈,可得$\overline{F}$的最简与或式,由此便可得到 F 的与或非表达式。

④ 化简准则:在覆盖全部1(或0)的条件下,合并圈最少,每个合并圈最大。在含有任意项“×”的卡诺图中,则应充分利用任意项“×”的随意态特性,若任意项对化简有帮助,则认为其值为1,否则为0,这样使得化简结果最佳。

二、重点及难点

重点:

(1) 基本逻辑关系、复合逻辑关系的表达式、真值表、逻辑符号和运算法则。

(2) 逻辑代数的基本公式、定律及规则。

(3) 将非标准逻辑函数转变成标准与或表达式的方法。

(4) 卡诺图化简逻辑函数的方法。

(5) 逻辑函数的4种表示方法(真值表、逻辑表达式、卡诺图及逻辑符号)及其相互转换。

难点:

(1)逻辑函数公式化简法。

(2) 具有约束项的逻辑函数化简。

三、典型题解

[例2-1] 判断下列命题是否正确。

(1) 若 $A+B=A+C$,则 $B=C$;

(2) 若 $A+B=AB$,则 $A=B$;

(3) 若 $AB=AC$,则 $B=C$;

(4) 若 $1+A=B$,则 $1+A+AB=B$。

答:(1) 此命题错误,因为当 $A=1$,$B\neq C$ 时,等式依然成立。

(2) 此命题正确,因为当 $A=0$ 时,$B=0$;当 $A=1$ 时,$B=1$,所以 $A=B$。

(3) 此命题错误,因为在 $A=0$ 时,$B\neq C$,等式也成立。

(4) 此命题正确,因为当 $A=0$ 时,$B=1$,等式成立;在 $A=1$ 时,$B=1$,等式也成立,所以此命题正确。

[例2-2] 求函数 $F=\overline{A}\cdot\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}C+AB\overline{C}$的反函数和对偶函数。

答:反函数 $\overline{F}=(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

对偶函数 $F^*=(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(A+B+\overline{C})$

也可以将函数 F 用最小项表示为 $F=\sum m(1,2,5,6)$

则反函数为$\overline{F} = \sum m(0,3,4,7)$

对偶函数为 $F^* = \sum m(0,3,4,7)$

在求由最小项表示的函数的反函数时，函数 F 中包含的最小项将不会在反函数$\overline{F}$中出现。函数 F 中没有出现的最小项将在其反函数$\overline{F}$中出现。在求对偶函数时，对偶函数中的最小项个数等于反函数的最小项个数。对于 3 变量的函数，反函数的最小项 m_i 与对偶函数的最小项 m_j，其下标 $i+j=7$；对于 4 变量函数，$i+j=15$。

［例 2－3］ 用公式证明下列等式。

(1) $A\overline{B}+BD+\overline{A}D+CD=A\overline{B}+D$

(2) $A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}C=\overline{A}B+\overline{B}C+A\overline{C}$

证明：(1) $A\overline{B}+BD+\overline{A}D+CD=A\overline{B}+BD+AD+\overline{A}D+CD$

$=A\overline{B}+D(B+A+\overline{A}+C)=A\overline{B}+D$

(2) $A\overline{B}+B\overline{C}+\overline{A}C=A\overline{B}+B\overline{C}+A\overline{C}+\overline{A}C+B\overline{C}+\overline{A}B+\overline{B}C$

$=\cancel{A\overline{B}}+\cancel{B\overline{C}}+A\overline{C}+\cancel{\overline{A}C}+\overline{A}B+\overline{B}C=\overline{A}B+\overline{B}C+A\overline{C}$

［例 2－4］ 用代数法化简函数 $F=A\overline{B}(C+D)+B\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}C+BC+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

答：$F=A\overline{B}(C+D)+B\overline{C}+\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}C+BC+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$

$=A\overline{B}(C+D)+B\overline{C}+BC+\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}C+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

$=A\overline{B}(C+D)+B+\overline{A}\,\overline{B}+\overline{A}C+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

$=A(C+D)+B+\overline{A}+\overline{A}C+\overline{C}\,\overline{D}$

$=A(\overline{\overline{C+D}})+B+\overline{A}+\overline{C}\,\overline{D}$

$=A(\overline{\overline{C}\,\overline{D}})+B+\overline{A}+\overline{C}\,\overline{D}=A+B+\overline{A}+\overline{C}\,\overline{D}=1$

［例 2－5］ 用卡诺图将具有约束条件 $AB+A\overline{D}=0$ 的逻辑函数 $F=\sum m(0,2,3,4,6,7,9)$ 分别化简为最简与或式及最简或与式。

答：对于约束条件 $AB+A\overline{D}=0$，将其化成最小项表达式，则有

$AB(C+\overline{C})(D+\overline{D})+A\overline{D}(B+\overline{B})(C+\overline{C})=0$

即：$AB\overline{C}\cdot\overline{D}+AB\overline{C}D+ABC\overline{D}+ABCD+A\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+A\overline{B}C\overline{D}=\sum m(8,10,12,13,14,15)=0$

所以，这些恒为 0 的最小项作任意项处理，加入函数之中不会改变其值。于是，本题函数的最小项表达式为 $F=\sum_m(0,2,3,4,6,7,9)+\sum d(8,10,12,13,14,15)$。

卡诺图及卡诺圈如图 2－1 所示。

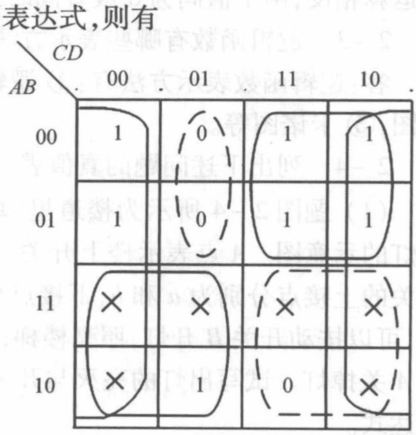


图 2－1 化简卡诺图

圈 1 得最简与或式为 $F=\overline{D}+\overline{A}C+A\overline{C}$

圈 0 得最简或与式为 $F=(\overline{A}+\overline{C})(A+C+\overline{D})$

四、习题解答

2-1　什么叫与、或、非逻辑？试列举几种相关的实例，并列写出 3 种逻辑运算的表达式。

答：(1) 只有当决定某一事件的条件全部具备时，这一事件才会发生。这种因果关系称为与逻辑关系。当任一条件具备时结果就会发生，这种因果关系称为或逻辑关系。当条件不具备时，事件发生，这种因果关系称为非逻辑关系。

(2) 两个开关和灯泡三者串联，它们都闭合，灯才会亮，两个开关是与的关系。两个开关并联后再和灯泡串联，两个开关只要有一个闭合，灯就会亮，两个开关是或的关系。开关和灯泡并联，开关不闭合灯亮，开关闭合灯亮的结果就不会发生，灯亮和开关闭合是非的关系。

(3) 与逻辑表达式：$F=A\cdot B$；

或逻辑表达式：$F=A+B$；

非逻辑表达式：$F=\overline{A}$。

2-2　根据真值表判断异或和同或的逻辑关系是什么？

答：表 2-1、表 2-2 是异或和同或运算的真值表。

表 2-1　异或逻辑真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

表 2-2　同或逻辑真值表

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

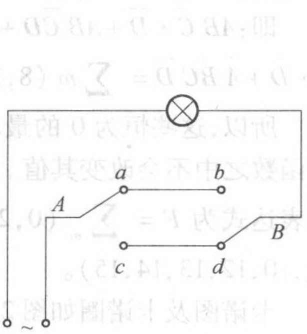
可以看出：一个值为 0 和另外一个值为 1 的两个量进行异或运算，输出才为 1。而同或运算相反，两个值同为 0 或者同时为 1 进行同或运算，输出才为 1。

2-3　逻辑函数有哪些表示方法？

答：逻辑函数表示方法有：① 逻辑函数表达式；② 逻辑真值表；③ 逻辑符号图；④ 波形图；⑤ 卡诺图等。

2-4　列出下述问题的真值表，并写出逻辑表达式：

(1) 题图 2-4 所示为楼道里"单刀双掷"开关控制楼道灯的示意图。A 点表示楼上开关，B 表示楼下开关，两个开关的上接点分别为 a 和 b，下接点分别为 c 和 d。在楼下时，可以按动开关 B 开灯，照亮楼梯；到楼上后，可以按动开关 A 关掉灯。试写出灯的亮灭与开关 A、B 的真值表和逻辑表达式。



题 2-4 图

答：假设两个开关拨至 a、b 为 1，拨至 c、d 为 0。变量 F

代表灯的工作状态,灯亮为1,灯灭为0,真值表如表2-3所列。

(2) 有3个温度探测器,当探测的温度超过60℃时,输出控制信号1;如果探测的温度低于60℃时,输出控制信号为0。当有2个或者2个以上的温度探测器输出1信号时,总控制器输出1信号,自动控制调控设备,使温度降低到60℃以下。假设有3个温度探测器,试写出总控制器的真值表和逻辑表达式。

答:假设三个温度探测器分别是A、B、C,F代表总控制器的工作状态。则可以列出真值表,如表2-4所列。

表2-3 习题2-4(1) 真值表

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F=\overline{A}\cdot\overline{B}+A\cdot B=A\odot B$$

表2-4 习题2-4(2) 真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F=\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$$

2-5 用公式法和真值表两种方法证明下列各等式:

(1) $(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})=A\overline{C}+\overline{B}$

证明:公式法

左边 $=A\overline{A}+A\overline{B}+A\overline{C}+\overline{B}\overline{A}+\overline{B}\overline{B}+\overline{B}\overline{C}=0+A\overline{B}+A\overline{C}+(\overline{B}\overline{A}+\overline{B}+\overline{B}\overline{C})$

$=A\overline{B}+A\overline{C}+\overline{B}=A\overline{C}+\overline{B}=$ 右边

真值表

表2-5 习题2-5(1) 真值表

A	B	C	左边 $(A+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$	右边 $A\overline{C}+\overline{B}$
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0