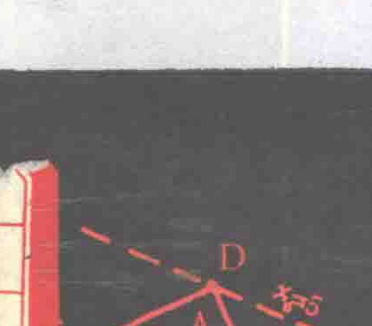
基础部分

经济数学

徐礼人 编著



广西人民出版社

9

经济数学

徐礼人　编著

广西人民出版社

经 济 数 学

徐 礼 人 编著

☆

广 西 人 民 出 版 社 出 版

（南宁市河堤路14号）

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

☆

开本850×1168 1／32 10.875印张 插页2 字数280,000

1983年5月第1版 1983年5月第1次印刷

印 数 1—12,100 册

书号：7113·459 定价：1.30元

编者的话

随着现代科学技术的日益发展，高等数学不断应用到经济工作和经济学科的各个方面，逐渐形成了一门新的科学——经济数学。为了适应经济工作者和大、专院校经济专业教学和学习的需要，我们特出版《经济数学》（基础部分）一书。

全书约20万字分四章：一、线性代数；二、微积分；三、概率；四、计算机初步。并附录有中英文词汇对照表。侧重于研究高等数学在经济工作中的具体运用。详细阐述了“经济数学”的原理和基本知识。由于作者徐礼人老师在撰写过程中广泛征求中国人民大学、中央财政金融学院、长沙国防科技大学、广西大学、上海财经学院、上海外贸学院等高等院校有关数学老师的意见，大大提高书稿的质量。本书可供大、专院校经济专业作数学课本用，也可供在职经济工作干部自学和进修“经济数学”课之用。

编　者

目　录

第一章　线性代数

第一节　集　合

1.1　集合的概念

集合是指具有一定特征的事物的全体，简称集（set）．一个集合里面的每一个事物，称为这个集合的一个元素（Element）．集合是一切数学知识的基础，它和集体、群体、组群等有相同的含义．

集合中的元素必须是确定的，否则无从区别这一集合与那一集合的不同之处。元素可以是数或事物，后者亦可以数字、文字或符号表示之．

现举出集合的例子如下：

1．从1到100所有自然数的集合；

2．一个一元 n 次方程的解的集合；

3．50个国营工业企业会计科目的集合；

4．某班级中40名学生的集合；

5．收款、付款、转帐三种凭证的集合．

将上面5个集合作出分析列表如下：（表见第2页）

集合一般可用大写字母A、B…等表示之，集合的元素一般可用小写字母a、b…等表示之．

以上5个例子，每个集合所含的元素都是有限个．

开头二个例子，元素均是数，后面3个例子中，会计科目有

集合编号	元素			集合记作	元素集合的关系记作
	名称	个数	记作		
1	自然数	100	n	N	$n \in N$
2	方程的解	n	x	E	$x \in E$
3	会计科目	50	a	A	$a \in A$
4	学生	40	s	C	$s \in C$
5	凭证	3	i	I	$i \in I$

50个，可用$a_1, a_2 \cdots\cdots$，a_{50}等表示之。

学生可以学号来表示，例如从01编到40；凭证可以用i_1, i_2，i_3区分之。

符号$\in$（Epsilon）读作“属于”。$n \in N$读作元素n属于集合N，或n是N中的一个元素。

符号$\notin$读作“不属于”。$b=101$则b不是N中的一个元素，记作$b \notin N$，读作b不属于N，或b不是N中的一个元素。

问答题：1．举出一个以数为元素的集合的例子．

2．举出一个以若干种商品为元素的集合的例子．

3．各举一例，说明某一元素属于一个集合，另一元素不属于这一集合．

1.2 集合的表示法

通常有三种不同的表示法：

1．列举法　就是将集合中的元素一一枚举而列出之，这种方法仅能识别集合中的元素是什么但还不能说明它的性质。

例如： $N=\{1, 2, 3, \cdots, 100\}$；

$E=\{x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n\}$；

$A=\{a_i$，i 从 1 到50$\}$；

$C=\{01, 02, 03, \cdots, 40\}$；

$$I=\{i_1,\ i_2,\ i_3\};$$

上例中a_i中的 i 称为a的下标（Subscript），同样，i_1中的 1 称为 i 的下标。

如果集合中含有无限个元素时，例如全部偶数的集合可表示如下：

$$S=\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots 2n\cdots\}$$

2．描述法　就是将集合中的元素特征用语句或关系式描述之。这种方法的缺点是不直观。

例如：　$N=\{a\mid a$是 1—100的自然数$\}$

或　　　$N=\{a:\ a$是 1—100的自然数$\}$

上面$\{\}$中的$\mid$或：表示元素的描述内容

遇到描述解集时可将方程、不等式写在未知元的后面。

例如：　$E=\{y:\ y^2-3y+2<0\}$

意思是：E是不等式$y^2-3y+2<0$的解集；

$$E=\{x\mid ax^2+bx+c=0\}$$

意思是：E是方程$ax^2+bx+c=0$的解集。

又例：　$C=\{s\mid s$是某班级的学生$\}$；

$I=\{i:\ i$是原始凭证$\}$。

3．图形法　这是一种比较直观的表示法，通常用圆域表示某一集合。所谓“圆域”是指一个圆内部的点，连同圆周上的点（图 1）．将点表示一个集合的元素。画一个圆或者一个椭圆都可以看作是圆域。

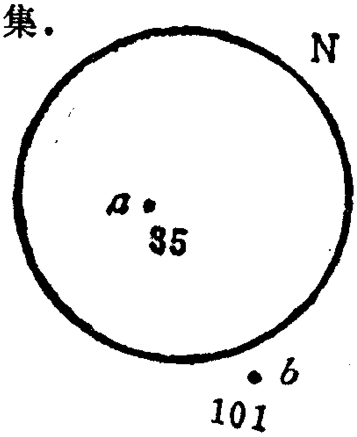


图1

图 1 中　$a=35,\ b=101$．

$$a\in N,\ b\notin N.$$

以上是集合的三种表示法，可根据要求和具体情况适当采用之。

问答题：1．举出一个以若干个质数为元素的集合并分别用

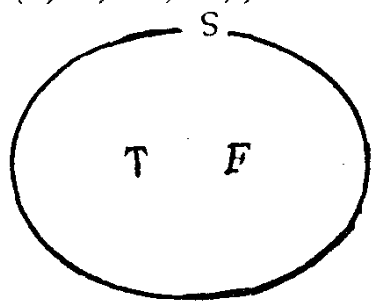
上述三种方法表示之.

2. 对下面给出的集合,用其他二种表示法说明之:

(一) $N=\{a|a$是100以内能被9整除的自然数$\}$;

(二) $D=\{e, s, w, n\}$;

(三)



1.3 子集

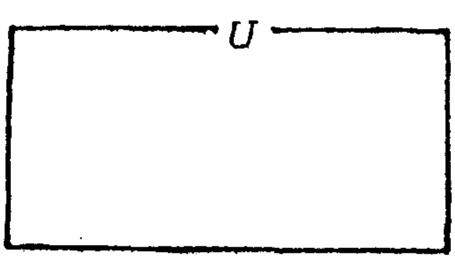


图2

将某一固定的集合称它的全体为全集(Universal set). 全集可用矩形表示之,并记作U。(图2)

在考虑自然数的集合时,如果说N_1为全部自然数的集合(或称自然数集),而N_2为从1到50所有自然数的集合,则N_1称为全集,而N_2是全集的部分集合,可记作:

$$N_2 \subset N_1 \quad 或 \quad N_1 \supset N_2$$

读作N_2包含于N_1,或N_1包含N_2.

可用图形表示如下(图3):

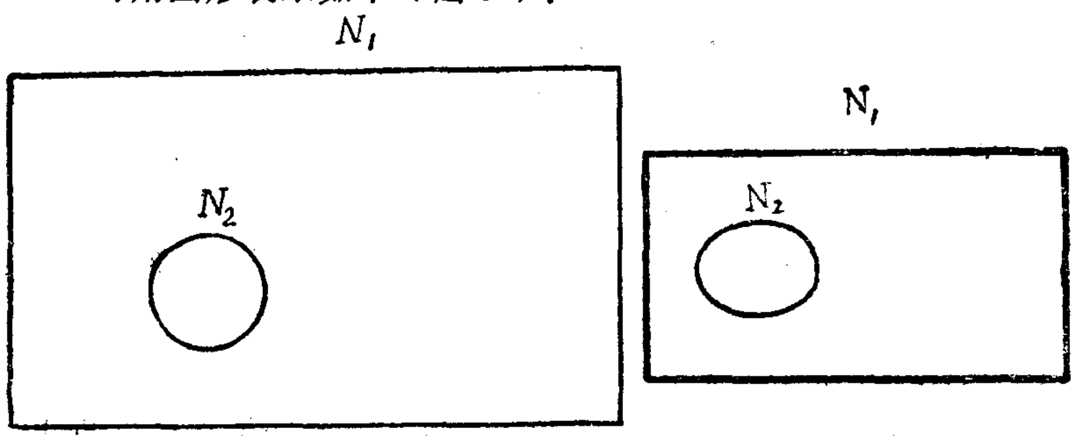


图3

如果$A \subset B$，且$B \subset A$，则$A = B$，称为相等的集合。

例如：$A = \{1, 2, 3\}$，$B = \{3, 1, 2\}$，可验证$A = B$。从图形来看，如果A、B二个集合：$A = B$，则表示圆域A和圆域B重合。（图略）

有二个集合：$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B = \{1, 3, 5\}$集合B中的元素全可在集合A中找出，这样就称B为A的子集，A则称为B的母集。一般地，对于每个$a \in B$，都有$a \in A$，则称B为A的子集（Subset），记作$B \subseteq A$。（这时应称A为B的母集(Superset)）。对于每个$a \in B$，都有$a \in A$，且至少有一个$b \in A$，但$b \notin B$，则称B为A的真子集（Proper Subset），记作$B \subset A$。所以说，上例中，B既是A的子集，也是A的真子集。

例如：给出$I = \{i_1, i_2, i_3\}$。如果$I_1 = \{i_1, i_2\}$，$I_2 = \{i_3\}$则I_1、$I_2 \subset I$，即I_1、I_2是I的真子集（当然也是I的子集）。又$I_3 = \{i_1, i_2, i_3\}$，则$I_3 \subseteq I$，即I_3是I的子集，但不是I的真子集。就是说，集合的本身也是它的子集。

问答题：1．用图形法表示U＝{复数}，R＝{实数}，I＝{整数}。

2．说明上题中三个集合的包含关系。

3．集合的真子集就是子集，或子集就是真子集。这二句话是对的还是错的？试举例回答。

1.4 空集

不包含任何元素的集合称为空集（Null set），记作ϕ（ϕ读作phi）。

例如：$I = \{i_1, i_2, i_3\}$表示三种凭证的集合；$I_4 = \phi$，表示I_4不包含任何凭证，故称I_4为空集。

注意区别0与ϕ。前者是数0，它本身就是一个元素；而后者表示没有任何元素。例如：$x^2 - x = 0$的解集：$S_1 = \{0.1\}$；但$x^2 + 1 = 0$在实数范围内的解集是$S_2 = \phi$。S_1有二个确定的元素，

其中有一个是数 0，而S_2不包含任何元素．故应视作为空集．

下面讨论集合的子集个数

例如将数字表示人民币的面值，组成下面的集合：

B＝{1，2，5，10}即有一元、二元、五元和十元的钞票．如果以B为一个集合，问B有多少个子集，其中有多少个真子集？

答：B应有十六个子集，其中十五个是真子集，而空集ϕ＝{ }视作为真子集．

即：ϕ；

{1}，{2}，{5}，{10}；

{1,2}，{2,5}，{5,10}，{1,5}，{1,10}，{2,10}；

{1，2，5}，{1，2，10}，{2，5，10}，{1，5，10}；

{1，2，5，10}．

根据二项式定理可以验证：有n个元素的集合应有2^n个子集，其中2^n-1个为真子集．例如上题中B有四个元素，故应有$2^4=16$个子集，其中前十五个是真子集．

问答题：1．计算图表1中每个集合的子集和真子集的个数．（图表1见第2页）

2．给出一个收款、付款、转帐三种凭证的集合，问此集合的子集和真子集各有多少个？

练　　习

1．用列举法和描述法来表示下列各集合：

a．全部偶数的集合；

b．从1到99所有奇数的集合；

c．粳米、籼米、糯米和面粉四种粮食的集合；

d．方程$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0$的解的集合．

2．说明下列集合的含义：

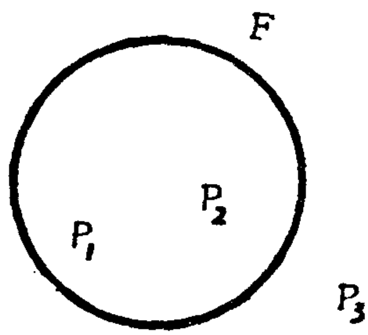
a．$S=\{x\,|\,x^3-7x+6=0\}$；

b．$C=\{x,\ y\,|\,x^2+y^2=r^2\}$；

c.　$L=\{0, 1\}$；

d.　$N=\left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{n}, \cdots\right\}$.

3. 根据下图说明p_1、p_2、p_3与F的关系，并根据此图拟一个以会计科目为元素的集合的实际例子.



4. a.　设$A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

　　问$A\subset B$，$A\subseteq B$各表示什么？

　b.　以下三个集合相等否？为什么？

　　$\{a, b, c\}$，$\{b, c, a\}$，$\{a, a, b, b, b, c\}$.

5. 回答下列各集合的子集个数，并说明其实际意义.

　a.　以我国现通用的铝币．每种一枚组成一集合；

　b.　以下午一时至四时划分为四个单位时间组成一个集合.

思考题：

6. a.　用全集（数集）的图形表示：整数、有理数、实数、复数；

　b.　所有球面上的点$P(x, y, z)$组成的集合用描述法表示之.

1.5　交集

如果集合C中的所有元素既属于集合A，又属于集合B，则集合C称为集合A和集合B的交集（Intersection），记作∩.

$A\cap B=C$，表示A和B的交集是C.

即　$C=A\cap B=\{x\mid x\in A且x\in B\}$.

例如：1.　$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

则　$C=A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$.

左图4中，阴影部分表示

$C=A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$

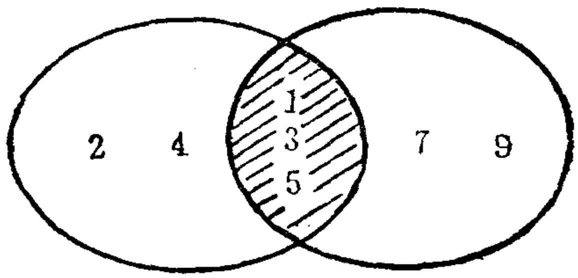


图4

2. P表示每月中双日的集合，Q表示每月中单日的集合，则它们的交集$V=P\cap Q=\phi$.

3. 已知不等式组$\begin{cases} x>-2 \\ x<1. \end{cases}$

则此组的解集S应为：

$S_1=\{x\mid x>-2\}$；　　$S_2=\{x\mid x<1\}$；

$\therefore\quad S=S_1\cap S_2=\{x\mid -2<x<1\}$.

即两个或若干个联立的不等式构成的不等式组的解集是原来两个或若干个不等式的解集的交集.

容易验证　$A\cap B=B\cap A$. 因为它们都含有完全相同的元素.

两个集合的交集有三种不同的情况：（图5）

第一种情形：$A\cap B=C$，$C=\{x\mid x\in A且x\in B\}$，且$C\neq\phi$，$C\neq A$，$C\neq B$.（图5.（1））

第二种情形：$A\cap B=C$，$C=\{x\mid x\in A且x\in B\}$，且$C\neq\phi$，但$C=A$或$C=B$.（图5.（2））

第三种情形：$A\cap B=C$. $C=\{x\mid x\in A且x\in B\}$，且$C=\phi$，$C\neq A$，$C\neq B$.（图5，（3））

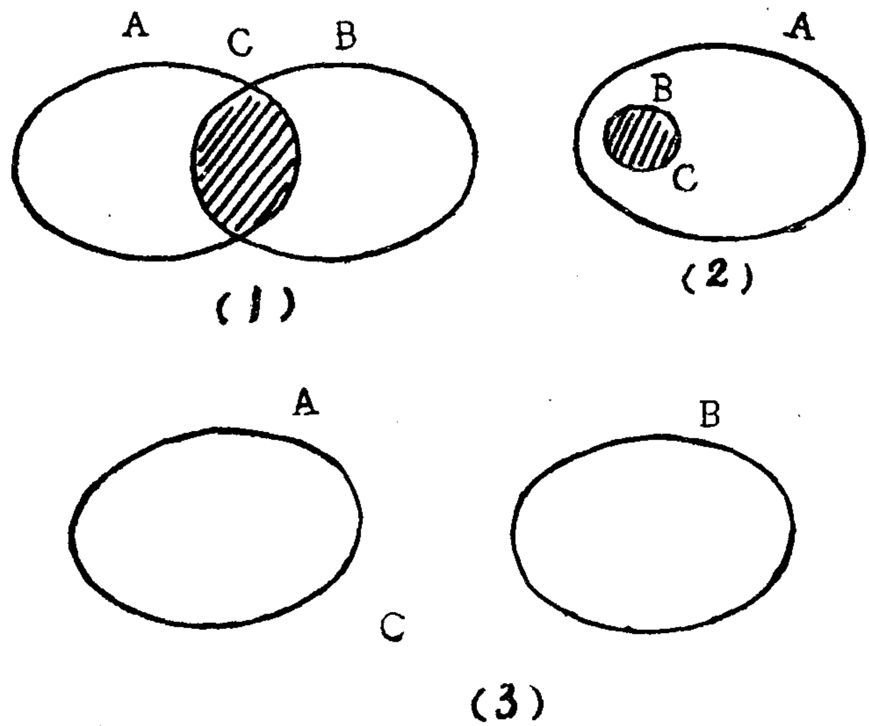


图5

可用交集的三种不同情况来说明几何图形有相交、相含、相离三种不同情况。

1.6 并集

如果集合F既包含集合D的所有元素，又包含集合E的所有元素，则集合F称为集合D和集合E的并集（Union）记作∪.

$D \cup E = F$，表示D和E的并集为F.

又可记作：$F = D \cup E = \{x \mid x \in D \text{或} x \in E\}$

$= \{x \mid x \text{至少属于} D、E \text{中的一个}\}$.

并集F并不包含既不属于D，又不属于E的一些元素.

例如：1. $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. $E = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

则 $F = D \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$.

下图6中，阴影部分表示：

$F = D \cup E = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$.

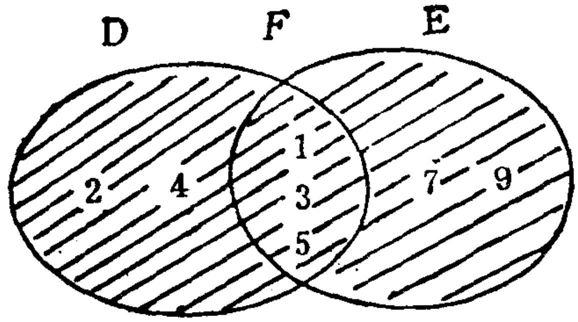


图6

2. P表示所有末尾是单号的伍元钞票集合；

Q表示所有末尾是双号的伍元钞票集合；

则$F=P\cup Q$，F表示所有的伍元钞票集合.

3. 一元二次不等式$x^2-5x+6>0$的解集

$$S=\{x|x^2-5x+6>0\}$$

$$=\{x|(x>3)\cup(x<2)\}.$$

即此不等式的解集为$x>3$与$x<2$二个解集的并集.

容易验证：$A\cup B=B\cup A$，因为它们都含有完全相同的元素.

两个集合的并集也有三种不同的情况，可用图形法表示之.

交集和并集的实际应用例子举出如下：

例：某工厂共有六批产品，按销路区分编号则外销商品$A=\{1, 2, 3\}$，内销商品 $B=\{4, 5, 6\}$；按质量区分编号则一等品 $P=\{1, 2, 4\}$，二等品$Q=\{3, 5\}$，等外品 $R=\{6\}$. 问$A\cup B$，$P\cup Q\cup R$，$A\cap P$，$B\cap Q$，$B\cap R$各表示什么集合？

设$A=\{1, 2, 3\}$，$B=\{4, 5, 6\}$，$P=\{1, 2, 4\}$，

$Q=\{3, 5\}$，$R=\{6\}$

则 $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$P\cup Q\cup R=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

以上均表示某厂所有产品的集合；

又 $A\cap P=\{1, 2\}$ 表示外销一等商品的集合；

$B\cap Q=\{5\}$ 表示内销二等商品的集合；

$B\cap R=\{6\}$ 表示内销等外商品的集合.

前二者为并集，后三者为交集.

问答题：1. 求下列集合的交集和并集：

a. $I_1=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$I_2=\{3, 6, 9, 12\}$

b. $P=\{$班级中所有男同学$\}$，

$Q=\{$班级中所有女同学$\}$.

2. 以产品的原料为元素，举出交集和并集的例子.

1.7 补集

如果在全集U中有一个子集为P，则所有不属于P但属于U的元素组成的集合称为P的补集（Complement），记作$\overline{p}$或$\sim P$. 补集或称余集.

即如果$P\cup\overline{p}=U$，$P\cap\overline{p}=\phi$，则称P与$\overline{p}$为互补；也可称P为$\overline{p}$的补集，或$\overline{p}$为P的补集.

又 P的补集$\overline{p}$的补集仍为P，记作 $\overline{\overline{P}}=P$.

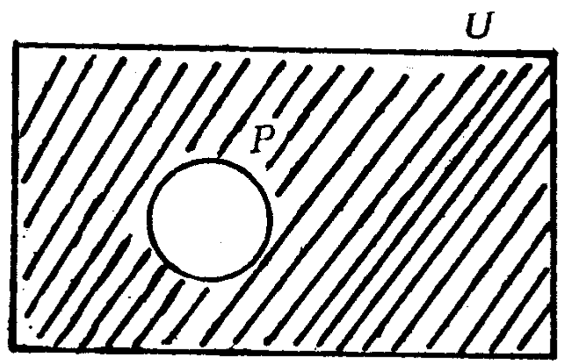


图7

例如：1. $A_1=\{3, 7, 11, 17, 19\}$；

若$A_2=\{3, 11\}$ 则$\overline{A}_2=\{7, 17, 19\}$；

若$A_3=\{19\}$ 则$\overline{A}_3=\{3, 7, 11, 17\}$.

2. $U=\{x|x$为2—100的正整数$\}$；

$P=\{x|x$为100以内的质数$\}$，

则 $\overline{p}=\{x|x$为100以内的合数$\}$.

3. Y = {所有人民币钞票的种类}；

Y_1 = {所有一元人民币}，

则$\overline{Y}_1$ = {除一元人民币外所有钞票的种类}；

Y_2 = {所有角票的种类}，

则$\overline{Y}_2$ = {所有元票、分票的种类}。

4. $\overline{U}=\phi$ 或 $\sim U=\phi$

$\overline{\phi}=U$ 或 $\sim\phi=U$

5. 如果全集U为存款种类，C为活期存款，则$\overline{C}$不能为定期存款F，因为存款种类除活期存款外尚有定期存款F和定活两便存款T等等。（图8）

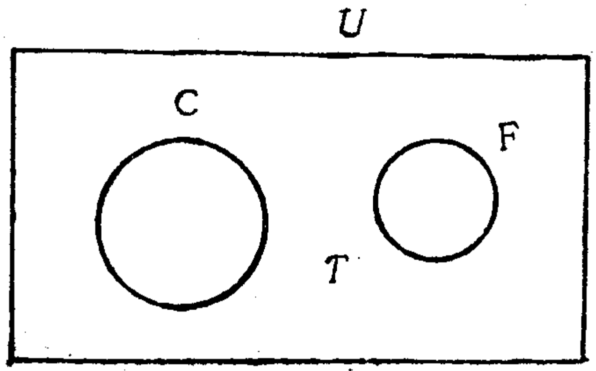


图8

可以验证：任一集合A与空集ϕ有如下的关系：

1. 交集 $A\cap A=A$， $A\cap\phi=\phi$；
2. 并集 $A\cup A=A$， $A\cup\phi=A$；
3. 补集 $A\cup\overline{A}=U$， $A\cap\overline{A}=\phi$。

问答题：1. 已知$A\cup B=\{3, 6, 9, 12, 15\}$且$A\cap B=\phi$；

如果$A=\{3, 15\}$，问$\overline{A}$=？ $\overline{B}$=？

2. 通用铝质硬币共有一分、二分、五分三种。问所有一分硬币集合的补集是什么？所有小于面值为五分硬币集合的补集是什么？

1.8. 映射