

中学数学解题分析

(高考复习及教学参考资料)

北京市海淀区教师进修学校

16
8

测绘出版社

G 633.6

B 368

中学数学解题分析

(高考复习及教学参考资料)

北京市海淀区教师进修学校

测绘出版社

前 言

关于中学数学的解题问题

本资料的编写目的，是供高考复习及教学参考，并希望有助于教研活动的开展。为此，先谈谈对解题研究的看法；这包括三个方面：

- (一) 为什么要研究解题；
- (二) 怎样进行解题研究；
- (三) 解题研究和学科教育科学研究。

(一) 为什么要研究解题

这要从解题在中学数学教学和学习中的地位，解题的目的和解题的要求三方面来探讨。

解题的地位的重要性是无可置疑的：学生在学习中的绝大多数时间是用于解题；通过考试和高考都靠解题；教师在备课、讲课、批作业中要出题，讲题，改题，为此而自己先要解大量的题；至于学生进入社会，教师进行教研，则又要运用各人通过过去解题培养出的能力，来解决实际和研究中的问题。总之，解题既是教学和学习的手段，又是它们的目的。不过作为目的，好象是很容易明确的；作为手段，如何使用才能取得更好的教学和学习效果，(包括培养解题能力本身)，却是值得研究的。为参加高考，沉浮于“题海”而考分却不能提高，是最引人注目的例子；但五年中把解题单纯

的作为目的，形式地完成作业，却未能用它巩固知识，特别是未能化知识为能力，正是更应引起普遍注意的问题；至于教师由于自己未解透题，因而也难以出好、讲好、改好题，是否也是使教学流于注入式的原因之一，也很值得探讨。

解题之所以要研究，主要是因为，作为手段，它还必须明确本身之外的目的；以及如何进行解题，才能达到这些目的。由于题目的性质不同，又用于各种教学环节，这是一个很广大的问题。本资料为供五年级师生复习和教研参考，着重研究在复习中，解带有综合性习题的目的和要求，以及如何达到这些目的和要求。

（二） 怎样进行解题研究

编写本资料，汇集了几位教师过去实践的经验，这是准备工作，是第一步；在更多的师生中使用它，研究如何收到预期效果，是第二步；在使用中不断改进它，并引起更深入的探讨，则是进行研究的经常持续方式。也就是说，要通过实践、理论、再实践的方式，进行有组织的，师生结合的、群众性的研究。

作为准备工作，本资料体现一些看法，提供一些素材，也接触到一些问题，这都为供研究参考。

这些看法是：（1）解综合题是复习中的一个重要学习手段，要通过它来联系、贯通所学知识、方法和技能，培养综合运用能力，并全面提高数学水平，其目的不限于学会解题。（2）解一个综合题，一般要经过审题、设想、突破、表述、检查、消化六个层次；要注意在每一层次中用到哪些知识、方法和技能，以及它们是怎样单独或联合起作用的。

(3)解一组题的收获,应多于分别解各个题的收获;作完各题后要进行分析比较,在更大的范围中和更高的程度上进行概括,得到原则性的认识。(4)解题要质、量并重:能力的增长,常是靠大量练习中的潜移默化;但也可以通过对一定量典型例题的深入学习,充分消化而自觉地培养;兼顾两方,处理好质、量关系,会收效更大。

提供的素材有:(1)《例题》部份,解出四十七个有代表性的综合题;每例一般有“分析”(包括审题、设想、突破),“解或证”(包括表述、检查),“讨论或说明”(着重于消化)等三个组成部份;因题而有所侧重。对每一小组、大组题,则进行比较、分析,从而概括出一般方法或应注意之点。(2)《习题》部份,包括选编的三百多个带有综合性的题目,与《例题》构成质、量配合。(3)《提示或答案》部份,供解《习题》参考。

材料中接触到的问题很多,读者会随时遇到,可以选取研究;这里只提出两个方面的问题。(1)对六个层次中的每个,主要有哪些处理方法?如审题方法,资料中提到几种,还有哪些?(2)综合解题能力,是以在各学科学习中所获得的能力为基础;从现行大纲中的各科内容,都应培养出哪些能力?如代数中是否可举数的运算,式的变形,参数取值范围的讨论,以及从实际问题中概括出概念和关系(如函数、方程、不等式等)等几种能力;还有哪些?在其它学科中呢?

(三) 解题研究和学科教育科学研究

解题研究,只是学科教育科学研究中的一个课题;当然由于种种原因,它常常成为比较易于引起重视的一个课题。

既如上述，对它的研究，最好是不限于少数人编写资料，而是在广大师生的教学和学习中，进行群众性的，理论和实践相结合的研究；做到有观点，有资料，有实验结果，这只有在学科教研被看作教师份内之事，列入工作量，因而得到广泛开展时才有可能。

至于学科教育科学研究，其内容极其广泛；包括教法、教材、教育等各个方面。目前教学中面临的许多问题，从如何提高课堂教学，使用并修改教材，及如何培养学生热爱科学等重大问题，到每个大问题中的许多细目、细节，都是极须研究，才能提高师资水平和教学质量的。为使教学适应四个现代化的需要，必须大力展开学科教研，把它提高到教育科学研究的高度来看待，并为之创造必要的条件。

本资料的编写，除为供五年级复习参考外，也是想从一个比较易于引起重视的问题开始进行研究，取得经验，以期引起各方面对学科教育科学研究的注意。

参加编写本资料的有一二三中杨宏敏、立新中学任光辉、京工附中关民乐、钢院附中陈楚言、一七四中陈葵茂、清华附中孔令颐、四十七中王健民等位老师和进修学校的赵大悌、张士充老师；任光辉老师并对全部《习题》和《答案或提示》进行了核对，关民乐老师并绘制了全部图形。因多数老师的大部份时间是从业余挤出，编写比较仓促，又限于水平，必有很多缺点以至错误；但仍希望能有助于复习，并引起研究而得到补充、修正。

海淀区教师进修学校

一九七九年十月

目 录

前 言	(i)
例题部分	(1)
习题部分	(95)
提示或答案部分	(136)

例 题 部 分

例 1. 将 60cm 长的钢条截成 2cm 长和 3cm 长的钢条各若干段：3cm 长的段数要多于 2cm 长的段数，但要少于 2cm 长的段数的两倍。问须截取两种长度的钢条各多少段。

分析：题中给出了一个等量关系和两个不等关系，联系着两个未知数：须截取的两种长度的钢条数。所以，经过审题，确定这是将含两个未知数的一个方程和两个不等式联立起来，求正整数解的问题。

解：设 2cm 长的钢条段数为 x ，3cm 长的为 y ，则有

$$(I): \begin{cases} 2x + 3y = 60, & (1) \\ x < y, & (2) \\ y < 2x, & (3) \end{cases}$$

由 (1) 解出 $2x = 3(20 - y)$ ，代入 (2)、(3) 消去 x ，得 $y > 12$ ， $y < 15$ ；

即有

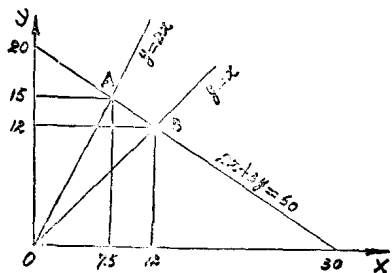
$$(II): \begin{cases} 2x + 3y = 60, & (1) \\ 12 < y < 15; & (4) \end{cases}$$

〔同样也可化到

$$(III): \begin{cases} 2x + 3y = 60, & (1) \\ 7.5 < x < 12; & (5) \end{cases}$$

求解。]今从 (II) 由 (4) 知 y 只能取正整数 13, 14; 但由 (1) 又知只当 y 为 14 时, x 才能取正整数, 即取 9。故知须截取 3cm 长的钢条 14 段, 2cm 长的钢条 9 段。

讨论: 1°. 从图形上看, 本题是找直线 $2x+3y=60$ 截于直线 $y=2x$ 和 $y=x$ 间的线段 AB 上, 端点除外的, 有正整数坐标的点。若用坐标纸进行较精确的作图, 即可由图上直接看出, 或得到估计值而代入试算。前面解题时将式组 (I) 转化为 (II) 或 (III), 相当于用平行 x 或 y 轴的一对直线定出 AB 线



(图 1-1)

段; 这种转化给出了 y 或 x 的可取值范围。2°. 上面先从 (II) 考虑 y 的取值, 因它只有两个可能; 若先从 (III) 考虑, 则 x 有四个可能; 不过若当由 (1) 解出 $2x=3(20-y)$ 时, 注意到 x 必为 3 的倍数, 则可从 (III) 先定出 $x=9$ 再得 $y=14$ 。此外, 是否也能看出 y 必为偶数? 所以作题时随处留心观察, 可得简捷解法, 要将各种解法相互印证, 各法解得结论相互校正。3°. 在找不等式所划出的区域时, 要取相关等式为边界, 当边界为斜线时, 要会判断区域在界线的哪一侧; 要注意边界线是否属于区域: 如上题若段数可以相等, 则多一解 $y=12, x=12$ 。4°. 以上的讨论说明, 作完题后要充分消化, 才能达到学习目的。

例 2. 试证: 不可能找到两个和与积都是整数的分数。

分析：要直接证明是困难的，故采用反证法；同时，看到条件中提及两数的和与积为整数，自然联想到整系数二次方程；此外，要证关于分数的命题，常是先化为既约分数。

证明：首先假定：有两个既约分数 $\frac{n_1}{m_1}, \frac{n_2}{m_2}$ 满足 $\frac{n_1}{m_1} + \frac{n_2}{m_2} = p, \frac{n_1}{m_1} \cdot \frac{n_2}{m_2} = q$ ； p, q 均为整数。

由此推得： $\frac{n_1}{m_1}, \frac{n_2}{m_2}$ 为方程 $x^2 - px + q = 0$ 的两根，即有 $\left(\frac{n_1}{m_1}\right)^2 - p\left(\frac{n_1}{m_1}\right) + q = 0$ 及 $\left(\frac{n_2}{m_2}\right)^2 - p\left(\frac{n_2}{m_2}\right) + q = 0$ ；再由其中任一式，如前一式推出

$$\frac{n_1^2}{m_1} - pn_1 + qm_1 = 0, \text{ 即 } \frac{n_1^2}{m_1} = pn_1 - qm_1.$$

引出矛盾：上式右端为整数而左端为既约分数，这是不可能的；这说明前面所作假设不能成立；而原命题（不可能找到两个和与积都是整数的分数）是正确的。

说明：1° 反证法的论证过程中要包含四层意思：作出与求证结论相反的假定；用正确推理得出某种结论；由此结论引出矛盾驳倒所作假定；从而证明求证结论正确。上面的表达格式中采用：“首先假定”，“由此推得”，“引出矛盾”三段；在第三段中包含末后两层意思。当然也可以用四段表述，每段一层意思。2° 为掌握反证法要理解“四种命题”及其相互关系。

例 3. 求复数 Z ，满足：(1) $Z + \frac{4}{Z}$ 为实数；(2) $|Z - 2| = 2$ 。

分析：要确定一复数，即确定其实部及虚部中的两实数；这可设想将题中两条件，加于此两未知实数而求解。

解: 设 $Z=x+yi$, 则由

$$Z + \frac{4}{Z} = x + yi + \frac{4}{x + yi} = \left(x + \frac{4x}{x^2 + y^2}\right) + y\left(1 - \frac{4}{x^2 + y^2}\right)i$$

为实数得:

$$y\left(1 - \frac{4}{x^2 + y^2}\right) = 0, \quad \text{即 } y=0, \quad \text{或 } x^2 + y^2 = 4.$$

$$\text{再由 } |Z-2|=2, \quad \text{即 } |(x-2) + yi| = 2,$$

$$\text{得 } (x-2)^2 + y^2 = 4.$$

于是从

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4, \\ y = 0; \end{cases} \quad \text{得} \quad (1) \begin{cases} x = 0, \\ y = 0; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 4, \\ y = 0; \end{cases}$$

但由 $Z + \frac{4}{Z}$ 为实数知 $Z \neq 0$, (1) 须舍去, 故 $Z = 4$.

再从

$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4, \\ x^2 + y^2 = 4; \end{cases} \quad \text{得} \quad (3) \begin{cases} x = 1, \\ y = \sqrt{3}; \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x = 1, \\ y = -\sqrt{3}; \end{cases}$$

故 $Z = 1 \pm \sqrt{3}i$.

所求复数 Z 为: $4, 1 \pm \sqrt{3}i$.

说明: 1° 要正确审明题意: 实数属于复数, 故 4 是解; 有潜在条件 $Z \neq 0$, 故 $Z = 0$ 须舍去. 2° 条件和未知数个数相等, 是否解就应当是唯一的, 为什么?

例 4. 求证: $\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, 其中 $a > 0$, $b > 0$.

证(1) 用分析法:

若要 $\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, 其中 $a > 0, b > 0$;

即

$$\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b},$$

只需

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a};$$

移项、分解因式知只需 $(a-b)(\sqrt{a}-\sqrt{b}) \geq 0$,

亦即 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ 。此式显然成立; 问题得到证明。

证(2) 用综合法:

$$\because (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0, \quad \text{又 } a > 0, b > 0, \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0,$$

$$\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0;$$

即

$$a\sqrt{a} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq 0,$$

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} \geq a\sqrt{b} + b\sqrt{a};$$

两端除以 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} > 0$, 得到 $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$;

$$\therefore \left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

证(3) 用比较法:

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} - \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} \cdot (a\sqrt{a} + b\sqrt{b} - a\sqrt{b} - b\sqrt{a})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} (\sqrt{a} - \sqrt{b})(a - b)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

$$\because a > 0, b > 0, (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0.$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \geq 0,$$

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{a} - \sqrt{b} \geq 0;$$

即得
$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

说明: 1° 这里涉及证明不等式常用的三种方法; 它们也常用于证明其他类型题目。2° 用“分析法”时, 一般采用“若要, 只需”的表达形式。中间可插入“即, 亦即”字样, 或证明所用的可逆变形如“移项, 分解因式”等。总之, 要表明推理是可逆的。3° 证明除要注意推理形式外, 也靠对数学中的一些常用基本事实(基本解析式、基本图形等)的熟悉。如证明不等式时常用的有: 实数平方非负; $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ($a > 0, b > 0$); $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, (a, b 同号); $a - b > 0 \leftrightarrow a > b$; $\sin x < x$ ($x > 0$) 等。

* * *

以上一组四题, 在知识方面联系到数、式、方程、不等式等概念, 它们的性质, 以及它们之间的关系; 在方法方面用到几种基本论证方法, 以及它们各自的表述形式; 在解题步骤方面着重提示了审题、设想, 表述、消化四步中的应注意之点。从这三个方面分析概括, 有助于消化一组题, 达到分别解各个题所不能达到的目的。

* * *

例 5. 已知 $f(e^x) = x$, 求 $f(2)$ 。

分析 1. 这虽是一个求函数值的题; 但关键在于先明确“ f ”在这里代表什么函数关系: 由“ $x \rightarrow e^x$ ”是指数函数关系, 知“ $e^x \rightarrow x$ ”当是其反函数——对数函数关系。所以, “ f ”在

这里表示“取以 e 为底的对数”。

怎样用数学形式把上述推理过程表示出来呢？回想证明 $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$ 等公式的情况，想到可设辅助变数：这是数学中常用的一种重要方法，也可用于把函数关系由正到逆地进行变换。

解法 1. 设 $e^x = y$ ，则 $x = \ln y$ ；于是 $f(e^x) = x$
可以变为 $f(y) = \ln y$ ； $\therefore f(2) = \ln 2$ 。

分析 2. 如果更直接把“ f ”看成是“ $e^x \rightarrow x$ ”这种对应关系，那么本题即是求当 $e^x = 2$ 时 $x = ?$

解法 2. $\because f(e^x) = x$ ；令 $e^x = 2$ ，则 $x = \ln 2$ ；
 $\therefore f(2) = \ln 2$ 。

说明：1° 解本题需要对 $y = f(x)$ 中的符号“ f ”以及反函数的概念认识清楚。2° 面对概念性题目时，常会感到“似乎明白，却无从下手”；所以还要会用数学语言表达概念思维和推理。对解法 1、2 中的每一步，要能说明它的意义，表达哪些思维、推理。3° 做出适当“假设”，常是将概念思维用数学语言表述的起点；它是以概念为根据，为适应推理需要而作出的。如设“成等差数列的三或四个数”的形式为 $a-d, a, a+d$ ；或 $a-3d, a-d, a+d, a+3d$ ；为解方程 $(x^2+2) + 2\sqrt{x^2+2} - 3 = 0$ 而设辅助未知数 $y = \sqrt{x^2+2}$ ；为解题而设定直线方程的形式为 $y = kx + b$ ；或其他形式等等。为体会做出假设的意义，试解以下两题

(1) 求 $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ (提示：设该式为 x)

(2) 解方程 $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - \sqrt{x^2-1} = x$ (提示：因

有三个相互联系的根式，可设 $\sqrt{x+1}=u$ ， $\sqrt{x-1}=v$ ，化成含 u, v, x 的方程组去解)

4° 本题 $f(e^x)=x$ 的一般意义为：若 $f[\varphi(x)]=x$ ，则“ f ”与“ φ ”为互逆的函数关系。依此，试从 $f(\sin x)=x$ 求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 。再进一步试从已知 $f(e^x)=\sin x$ 求 $f(2)$ 。(提示：仿解法1，设 $e^x=y$ ，则 $f(y)=\sin \ln y$)。作题后，将题意从具体到一般的推广思考，将获益很多。

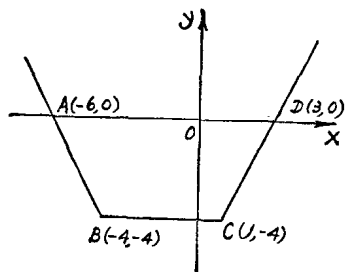
例6. 画出函数 $y=\sqrt{(x-1)^2}+|x+4|-9$ 的图象，并求它与 x 轴所围成的封闭区域的面积。

分析：作函数图象，除不得已而用描点法外，总是从最熟悉的解析式进行讨论，为此常要将原式化成熟知的较简的形式。本题式中既有含 x 的根式又有含 x 的绝对值；而据 $\sqrt{a^2}=|a|$ ，则可化简为只有含 x 的绝对值的式子；再据绝对值函数的定义，以其零点划分定义域为各部分来进行讨论和作图。

解：由于 $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$ ，原式可化为

$$(I): \quad y = |x-1| + |x+4| - 9,$$

当 $x=1$ ， $|x-1|=0$ ； $x=-4$ ， $|x+4|=0$ ，故由 $x=1$ ， -4 将定义域分为三部分：



(图 1-2)

$$\text{当 } -\infty < x < -4, y = -(x-1) - (x+4) - 9 = -2x-12;$$

$$\text{当 } -4 \leq x < 1, y = -(x-1) + (x+4) - 9 = -4;$$

$$\text{当 } 1 \leq x < +\infty, y = (x-1) + (x+4) - 9 = 2x-6;$$

即

$$(II): y = \begin{cases} -2x-12, & -\infty < x < -4; \\ -4, & -4 \leq x < 1; \\ 2x-6, & 1 \leq x < +\infty. \end{cases}$$

其图象为一折线，与 x 轴围成梯形 $ABCD$ ；其面积为

$$S = \frac{1}{2}(9+5) \cdot 4 = 28.$$

说明：1° 本题又是用概念，定义解题的一例；同时也加深对函数的解析表示法的理解：一个函数关系，可以有几种解析式，如本题的原式、(I) 式和 (II) 式。前两者的优点是采用单一等式，但缺点是式中所含运算关系复杂，不便于看出函数的定义域，性质和图象；最后一式虽要分成三个部份区域表示，却能明确示出定义域及各部分区域上都是线性的，且便于作图和计算。

2° 为化去绝对值，除用绝对值定义外，还可用 $|a|^2 = a^2$ 。本题为何不用后一方法？试联系到其他涉及绝对值的问题（如解含绝对值的方程，不等式；求函数定义域；以及解析几何中求点到直线距离的问题等），考虑各处该用何种方法化去绝对值。

3° 试将本题改成解方程 $\sqrt{(x-1)^2} + |x+4| - 9 = 0$ ，或解不等式 $\sqrt{(x-1)^2} + |x+4| - 9 > 0$ 而作出；从数、形两方面思考“函数、方程和不等式”三者间的关系，以及怎样利用有关

三者间的相互转化，而求得方便解法。

例 7. 已知数列的通项为 $a_n = \lg(10^5 \cdot 5^{1-n})$ ，求此数列的前多少项的和为最大 ($\lg 2 = 0.3010$)。

分析 1. 数列的通项 a_n 和前 n 项和 S_n ，都可看作自变量 n 的函数，故可求出 S_n 的表示式，按一般求函数最大值的方法求解；但要注意 n 只取正整数值这个特点。为求 S_n 的表示式，要首先尽可能地把 a_n 化简，以便于求和。

解法 1. 由于 $a_n = \lg(10^5 \cdot 5^{1-n}) = 5 - (n-1)\lg 5$ ，知它是一个公差 $d = -\lg 5$ 的等差数列；

$$\begin{aligned}\therefore S_n &= \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{5 + 5 - (n-1)\lg 5}{2} \cdot n \\ &= -\frac{\lg 5}{2} n^2 + \left(5 + \frac{\lg 5}{2}\right) \cdot n.\end{aligned}$$

是 n 的二次函数，且 n^2 的系数 $-\frac{\lg 5}{2} < 0$ ，所以若 S_n 取极大值则

$$n = -\frac{5 + \frac{\lg 5}{2}}{2\left(-\frac{\lg 5}{2}\right)} = \frac{5}{1 - \lg 2} + \frac{1}{2} \approx 7.6$$

但 n 必须取正整数，所以要考虑

$$S_7 = -\frac{\lg 5}{2} \cdot 7^2 + \left(5 + \frac{\lg 5}{2}\right) \cdot 7 = 35 - 21\lg 5 = 20.321$$

$$S_8 = -\frac{\lg 5}{2} \cdot 8^2 + \left(5 + \frac{\lg 5}{2}\right) \cdot 8 = 40 - 28\lg 5 = 20.428$$

并由于 $S_8 > S_7$ 知前 8 项的和最大。

分析 2. 若不从函数观点考察，也可从数列本身的性质