各类成人高等学校招生考试复习丛书

数学

上册

SHUXUE

人民教育出版社

各类成人高等学校招生考试复习丛书

数 学

上 册

人民教育出版社

各类成人高等学校招生考试复习丛书

数　学

上　册

人民教育出版社数学室编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

自贡新华印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 4.5 字数 90.000

1984年12月第1版　　1984年12月第3次印刷

印数 1,100,001—1,560,000

书号 7012·0807　　定价 0.45 元

说　明

为了帮助报考各类成人高等学校(包括广播电视大学、职工高等学校,农民高等学校,管理干部学院,教育学院和教师进修学院,独立设置的函授学院,普通高等学校举办的干部专修科、函授部、夜大学等)的考生系统复习中学课程,我们根据教育部制定的《一九八五年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》规定的复习范围和要求,参考全日制普通中学通用教材,职工高中统编教材和推荐教材,以及部分地方自编教材,编写了这套“各类成人高等学校招生考试复习丛书”.

这套丛书,按照《复习大纲》的十个部分,分别编成《政治》、《语文》(上、下册)、《数学》(上、下册)、《物理》、《化学》、《历史》、《地理》、《英语》、《俄语》和《日语》等十种共十二册.

《数学》上册文史类和理工农医类通用,下册仅供理工农医类使用.

本书系《数学》上册,包括函数、三角函数两章.各章分为若干个单元,每个单元包括内容提要、例题和习题三部分.内容提要概括地介绍了本单元的基础知识,例题为基础知识的运用作出了示范,习题供复习时选用.其中标有“*”号的内容(包括例题、习题),仅供理工农医类考生复习用.

本书除供各类成人高等学校考生复习用外,也可供成人高中学员、教师和教研人员学习、参考.

本书由我社数学室编写．参加编写工作的有袁明德、饶汉昌，责任编辑是蔡上鹤．全书由吕学礼校订．

由于编写时间匆促，本书难免存在缺点、错误，欢迎读者批评指正．

人民教育出版社

一九八四年九月

目　　录

第一章　函　　数

I　集　　合

【内容提要】

一、集合的基本概念

集合：把一些确定的对象看成一个整体就形成了一个集合．一般用大写字母表示集合．

元素：集合里的各个对象叫做集合的元素．一般用小写字母表示集合的元素．

有限集合：含有有限个元素的集合．

无限集合：含有无限个元素的集合．

单元素集合：只含有一个元素的集合．

空集：不含任何元素的集合，记作$\varnothing$．

$a\in A$：表示a是集合A的元素，读作“a属于A”．

$a\notin A$：表示a不是集合A的元素，读作“a不属于A”．

二、集合的表示法

列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，如$\{a, b, c, d\}$．

描述法：把集合中的元素的共同特性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，如$\{x \mid x^2-3x+2=0\}$．

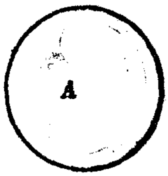


图　1-1

有时也用图示法表示集合，如图 1-1．

常见的几种数集：

N：表示自然数集.

Z(或J)：表示整数集.

Q：表示有理数集(Q^+表示正有理数集，Q^-表示负有理数集).

R：表示实数集(R^+表示正实数集，R^-表示负实数集).

三、集合与集合的关系

1. 子集：

对于两个集合A与B，如果集合B的任何一个元素都是集合A的元素，那么集合B叫做集合A的子集，记作

$$B\subseteq A\text{或}A\supseteq B.$$

真子集：如果B是A的子集，并且A中至少有一个元素不属于B，那么集合B叫做集合A的真子集，记作

$$B\subset A\text{或}A\supset B.$$

集合相等：对于两个集合A与B，如果$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，那么集合A与集合B相等，记作

$$A=B.$$

关于子集的性质：

$$A\subseteq A,$$

$$\varnothing\subseteq A;$$

如果$A\supseteq B$，$B\supseteq C$，那么$A\supseteq C$.

2. 交集：

由集合A与集合B的所有公共元素所组成的集合，叫做A与B的交集(如图 1-2)，记作

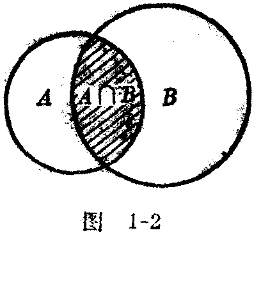


图 1-2

$$A \cap B.$$

性质:

$$A \cap A = A,$$

$$A \cap \varnothing = \varnothing.$$

3. 并集:

把集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集．记作

$$A \cup B.$$

性质:

$$A \cup A = A,$$

$$A \cup \varnothing = A.$$

4. 补集:

全集：在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常都是某一个给定的集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号 I 表示.

补集：已知全集 I，集合 $A \subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集，记作

$$\overline{A}.$$

性质:

$$A \cup \overline{A} = I,$$

$$A \cap \overline{A} = \varnothing.$$

【例题】

例 1　已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, 求 $A \cup B$, $A \cap C$.

解: $\because$ $A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,

$B=\{1, 2, 4, 8, 16\}$,

$C=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$,

$\therefore$ $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16\}$,

$A\cap C=\{1, 2, 3, 6\}$.

注意 集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。所以，在求并集时，不能写成$A\cup B=\{1, 1, 2, 2, \cdots\}$的形式。

例 2 用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$)填空:

(1) 1 __$\in$__ N;　　(2) 0 __$\notin$__ N;

(3) $\varnothing$ __$\subset$__ N;　　(4) Z __$\supset$__ N;

(5) $\{1\}$ __$\subset$__ $\{1, 2, 3\}$;　　(6) 1 __$\in$__ $\{1, 2, 3\}$;

(7) $\{1, 2, 3\}$ ____ $\{3, 2, 1\}$.

解: (1) $1\in N$;

(2) $0\notin N$;

(3) $\varnothing\subset N$;

(4) $Z\supset N$;

(5) $\{1\}\subset\{1, 2, 3\}$;

(6) $1\in\{1, 2, 3\}$;

(7) $\{1, 2, 3\}=\{3, 2, 1\}$.

注意 (1) $\in$(属于)与$\notin$(不属于)符号是用来表示元素与集合的关系的，因此，有$1\in N$, $0\notin N$等;

(2) 符号$\subset$与$\supset$是表示集合与集合间的关系的，因此，有$\varnothing\subset N$, $Z\supset N$等;

(3) 一般地，a表示一个元素，而$\{a\}$表示只有一个元素a

的一个集合，不要将$\{a\}$与a混淆，因此，有 $\{1\}\subset\{1, 2, 3\}$，$1\in\{1, 2, 3\}$，一定不要写成$\{1\}\in\{1, 2, 3\}$，$1\subset\{1, 2, 3\}$；

（4）用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序，因此，有$\{1, 2, 3\}=\{3, 2, 1\}$.

例 3 通过$A=\{1, 2, 3, 6\}$，$B=\{1, 2, 5, 10\}$，$C=\{1, 3, 5, 15\}$验证：

（1）$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

（2）$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

分析：可先分别用列举法表示出 $B\cup C$，$A\cap B$，$A\cap C$ 等，然后再表示出$A\cap(B\cup C)$，$(A\cap B)\cup(A\cap C)$等，进行验证.

证明：（1）$\because$ $A=\{1, 2, 3, 6\}$，

$B=\{1, 2, 5, 10\}$，

$C=\{1, 3, 5, 15\}$，

$\therefore$ $B\cup C=\{1, 2, 3, 5, 10, 15\}$，

$A\cap B=\{1, 2\}$，

$A\cap C=\{1, 3\}$，

因此，

$$A\cap(B\cup C)=\{1, 2, 3\},$$

$$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{1, 2, 3\},$$

$\therefore$ $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；

（2）$\because$ $B\cap C=\{1, 5\}$，

$A\cup B=\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$，

$A\cup C=\{1, 2, 3, 5, 6, 15\}$，

$\therefore$ $A\cup(B\cap C)=\{1, 2, 3, 5, 6\}$，

$(A\cup B)\cap(A\cup C)=\{1, 2, 3, 5, 6\}$,

$\therefore\quad A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

【习题一】

1. 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x|x^2-3x+2=0\}$;

(2) $\{x|0\leqslant x<4$, 且 x 为整数$\}$;

(3) $\{(x, y)|x+2y=7$, 且x, y 为自然数$\}$.

2. 用适当的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\supset$, $\subset$)填空:

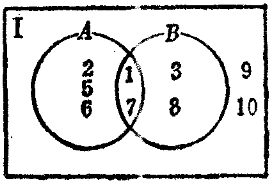
(1) 1____$\{1\}$;　　(2) $\varnothing$____$\{0\}$;

(3) a____$\{a, b, c\}$;　　(4) $\{a\}$____$\{a, b, c\}$;

(5) $\{a, b\}$____$\{a, b, c\}$;　　(6) $\{c, b, a\}$____$\{a, b\}$;

(7) $\{c, b, a\}$____$\{a, b, c\}$;　　(8) 0____$\{1, 2, 3\}$.

3. 全集I, 集合A, B如图所示, 用列举法表示A, B, $\bar{A}$, $\bar{B}$.



(第 3 题)

4. 写出集合$\{a, b, c\}$的所有子集, 并指出其中有几个非空真子集.

5. 设$A=\{x|x<5\}$, $B=\{x|x\geqslant 0\}$, 求$A\cap B$.

6. 设$A=\{(x, y)|3x+2y=1\}$, $B=\{(x, y)|x-y=2\}$, $C=\{(x, y)|2x-2y=3\}$, $D=\{(x, y)|6x+4y=2\}$, 求$A\cap B$,

$B\cap C$, $A\cap D$.

7. 设$A=\{x|x>-2\}$, $B=\{x|x\geqslant 3\}$, 求 $A\cup B$.

8. 设$A=\{$直角三角形$\}$, $B=\{$斜三角形$\}$, 求$A\cup B$.

9. 设全集$I=\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10\}$, 其子集$A=\{1,2, 5, 6, 10\}$, $B=\{1, 3, 6, 7\}$, 求:

(1) $A\cup B$;

(2) $A\cap B$;

(3) $\overline{A}\cup A$;

(4) $\overline{A}\cup B$.

10. 设全集$I=\{x|x\in N$且$x\leqslant 10\}$, 其子集$A=\{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B=\{4, 6, 7, 8, 10\}$, $C=\{3, 5, 7\}$, 求 $A\cap B$, $A\cup B$, $\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A}\cup\overline{B}$, $(A\cap B)\cap C$, $(A\cup B)\cup C$.

11. 设

$$I=\{a, b, c, d, e, f\},$$
$$A=\{a, c, d\},$$
$$B=\{b, d, e\},$$

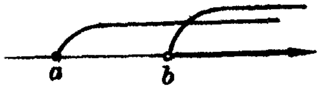
求$\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{A}\cap\overline{B}$, $\overline{A}\cup\overline{B}$, $\overline{A\cap B}$, $\overline{A\cup B}$, 并将后四个集合中相等的集合指出来.

II 不等式与不等式组

【内容提要】

一、一元一次不等式组

由两个一元一次不等式组成的一元一次不等式组，其解集情况可以归结为以下四种基本类型:

类型(设$a<b$)	解　　集	数轴表示
$\begin{cases} x>a \\ x>b \end{cases}$	$x>b$	
$\begin{cases} x<a \\ x<b \end{cases}$	$x<a$	
$\begin{cases} x>a \\ x<b \end{cases}$	$a<x<b$	
$\begin{cases} x<a \\ x>b \end{cases}$	空集	

二、一元二次不等式

一元二次不等式可以归结为以下两种基本类型:

$$ax^2+bx+c>0\quad(a>0),$$

$$ax^2+bx+c<0\quad(a>0).$$

(首项系数为负数时,只要将不等式两边同乘以-1,并把不等号改变方向,就可化为以上类型.)

如果ax^2+bx+c容易分解因式,可以将ax^2+bx+c分解因式,然后化为一元一次不等式组求解.

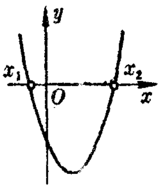
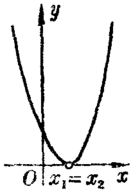
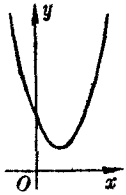
一般的一元二次不等式则可利用一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0$$

与二次函数

$$y=ax^2+bx+c$$

求解，具体见下表：

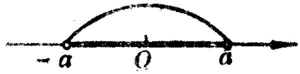
判别式 $\Delta=b^2-4ac$		$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$的图象				
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$的根		有两个不等的实根 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(x_1<x_2)$	有两个相等的实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	没有实根
一元二次不等式的解集	$ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$	$x<x_1$ 或 $x>x_2$	不等于$-\dfrac{b}{2a}$的所有实数x	全体实数
	$ax^2+bx+c<0$ $(a>0)$	$x_1<x<x_2$	空　集	空　集

*三❶、绝对值不等式

绝对值不等式的解集情况可以归结为以下两种基本类型：

---

❶ 凡标有"*"号的内容（包括例题、习题），仅供理科考生复习用，不属于文科考试范围。

类型（设$a>0$）	解　　集	数轴表示
$\|x\|<a$	$-a<x<a$	
$\|x\|>a$	$x>a$或$x<-a$	

附：关于区间的概念

设a，b是两个实数，并且$a<b$，那么：

（1）用不等式$a<x<b$表示的实数x的集合叫做开区间，表示为(a, b)；

（2）用不等式$a\leqslant x\leqslant b$表示的实数x的集合叫做闭区间，表示为$[a, b]$；

（3）用不等式$a\leqslant x<b$，$a<x\leqslant b$表示的实数x的集合，都叫做半开半闭区间，分别表示为$[a, b)$，$(a, b]$。

特别地，全体实数的集合R表示为$(-\infty, +\infty)$，“∞”读作“无穷大”，“$-\infty$”读作“负无穷大”，“$+\infty$”读作“正无穷大”。注意“∞”是一个记号，而不是一个数。相应地，用不等式$x\geqslant a$，$x>a$，$x\leqslant b$，$x<b$表示的实数x的集合，可分别表示为$[a, +\infty)$，$(a, +\infty)$，$(-\infty, b]$，$(-\infty, b)$。

不等式的解集和函数的定义域、值域等，也可以用区间来表示。

【例题】

例1　解不等式组

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3} > 1 - \dfrac{4x+3}{2}, & (1) \\ (x-1)^2 > (x+1)^2 - 4, & (2) \end{cases}$$

并在数轴上表示它的解集.

解: 由不等式(1), 得 $x > -\dfrac{1}{16}$.

由不等式(2), 得 $x < 1$.

所以原不等式组化成

$$\begin{cases} x > -\dfrac{1}{16}, \\ x < 1, \end{cases}$$

即原不等式组的解集为

$$-\frac{1}{16} < x < 1.$$

在数轴上表示, 如图 1-3 所示.

图 1-3

例 2 解不等式组

$$\begin{cases} x-2>0, \\ x-5>0, \\ x-8<0. \end{cases}$$

分析: 由三个一元一次不等式组成的不等式组, 经过整理后, 至少有两个不等式的不等号是同向的, 因此, 在求它们的解集的交集时, 可先将这两个不等式化成一个不等式.

解: 经过整理, 得