



北京工业大学
“211工程”资助出版

响应面方法的改进 及其对工程优化的应用

隋允康 宇慧平 著



科学出版社



北京工业大学
“211工程”资助出版

响应面方法的改进及其对 工程优化的应用

隋允康 宇慧平 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书主要介绍响应面方法的改进及其对工程优化的应用。其中第一章介绍传统响应面方法的基本理论、用于工程优化建立模型的做法和优化算法;第二至第八章为作者研究团队成果的梳理和总结,是本书的主体部分,包括改进试验设计方法,以最有效的试验设计完成响应面拟合;从改进传统的响应面方法入手,提高建立模型的近似精度,得到通过中心展开点的改进响应面模型,包括公式的推导及试验点的确定、运动极限的理性估算;使用重分析近似方法拟合响应面,减少一般响应面方法反复精确分析的计算量,实现响应面方法与组合近似方法的结合、响应面方法与对偶规划的结合;将改进的响应面方法运用到多个工程领域,即叙述改进响应面法在膜结构的截面优化、板壳结构截面优化、二维连续体形状优化、骨架结构频率优化的模型建立和优化求解;将改进的响应面法运用到多学科领域,即介绍直拉单晶体生长、冠状动脉搭桥参数、宇航线式火工装置分离、电磁波导的滤波器等优化设计。

本书可供从事工程优化的研究人员、设计人员及高等院校相关专业的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

响应面方法的改进及其对工程优化的应用 / 隋允康, 宇慧平著. —北京: 科学出版社, 2010

ISBN 978-7-03-029357-2

I. ①响… II. ①隋…②宇… III. ①工程力学 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 209467 号

责任编辑: 童安齐 / 责任校对: 柏连海

责任印制: 吕春珉 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011年2月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2011年2月第一次印刷 印张: 17 1/2

印数: 1—2 000 字数: 333 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(双青))

总 序

“211 工程”是我国建国以来教育领域唯一的国家重点建设工程,面向 21 世纪重点建设一百所高水平大学,使其成为我国培养高层次人才,解决经济建设、社会发展和科技进步重大问题的基地,形成我国高等学校重点学科的整体优势,增强和完善国家科技创新体系,跟上和占领世界高层次人才培养和科技发展的制高点。

中国高等教育发展迅猛,尤其是 1400 所地方高校已经占全国高校总数的 90%,成为我国高等教育实现大众化的重要力量,成为区域经济和社会发展服务的重要生力军。“211 工程”建设对于我校实现跨越式发展、增强服务北京的能力起到了重大的推动作用。

在北京市委市政府的高度重视和大力支持下,1996 年 12 月我校通过了“211 工程”部门预审,成为北京市属高校唯一进入国家“211 工程”重点建设的百所大学之一,2001 年 6 月以优异成绩通过国家“211 工程”一期建设验收,2002 年 10 月顺利通过国家“211 工程”二期建设可行性论证。我校紧紧抓住这一难得的历史性发展机遇,根据首都经济和社会发展的需要,坚持“科学定位,找准目标,发挥优势,办出特色”的办学方针和“立足北京,融入北京,辐射全国,面向世界”的定位指导思想,以学科建设为龙头,师资队伍建设为关键,重点建设了电子信息、新材料、光机电一体化、城市建设与交通、生物医药、环境与能源、经济与管理类学科,积极发展了人文社会科学类学科,加强了基础类学科,形成了规模、层次及布局合理的学科体系,实现了从工科大学向以工为主,理、工、经、管、文、法相结合的多科性大学转变,从教学型大学向教学研究型大学的转变。

我校现有 9 个博士后科研流动站,6 个一级学科博士学位授权点,25 个二级学科博士学位授权点,55 个硕士学位授权点。教师中有院士 6 人,博士生导师 150 人,教授 230 人,专任教师中具有博士学位的教师比例达到 30%。我校年科研经费已达到 23000 万元,年获得国家自然科学基金资助项目近 40 项,材料学科获全国百篇优秀博士学位论文奖,抗震减灾学科与交通学科 2002 年分别获得国家科技进步二等奖,计算机学科 2003 年获得国家科技进步二等奖,光电子学科在新型高效高亮度半导体发光二极管、新医药与生物工程学科在国家 P3 实验室建设和抗 HIV 药物的研制、环境与能源工程学科在奥运绿色建筑标准与大气环境治理、光学学科在大功率激光器研制、管理科学与工程学科在国家中长期能源规划等方面均取得了特色鲜明的科研成果。

为了总结和交流北京工业大学“211 工程”建设的科研成果,学校设立“211 工

程”专项资金,资助出版系列学术专著,这些专著从一个侧面代表了我校教授、学者的学科方向、研究领域、学术成果和教学经验。

展望北工大未来,我们任重而道远。我坚信,只要我们珍惜“211 工程”建设和奥运羽毛球馆建设这两大机遇,构建高层次学科体系,营造优美的大学校园,我校在建设成为国内一流大学的进程中就一定能够为“新北京、新奥运”的宏伟蓝图做出自己应有的贡献。

北京工业大学校长

中国科协副主席

中国工程院院士

左铁镛

2004 年 3 月

前 言

本书希望能够使两个方面的读者受益：一方面是广泛工程领域的技术人员；另一方面是从事工程优化(engineering optimization)工作的人员。对于前者，一些技术问题的解决，常常需要运用数学公式表达出其关注的某个性能与设计变量之间的函数关系，然而在相当多的场合下，很难或几乎不能建立起需要的函数关系，运用响应面方法[response surface methodology, RSM(严格来讲应当翻译成“响应面方法论”)]，基于试验设计，却可以建立近似性能函数，可能技术人员还希望其使用的响应面方法能够有若干改进。对于后者，也许对于运用响应面建立优化模型的方法还不了解，也许他们已经运用响应面方法代替了繁复的灵敏度分析(sensitivity analysis)建立过优化模型，但是他们渴望能够提高运用的技巧和提升使用的效率。

响应面方法中的响应又可以译成灵敏度，响应面因此也可译成灵敏度曲面。根据性能响应试验(有计划的批量实体试验或批量数值试验)回归得到的高维超曲面，确实借用了响应性能对于设计变量变化的灵敏程度，以其为优化设计建立模型时代替灵敏度分析是颇有道理的。

响应面也好，灵敏度曲面也好，它反映了响应能力或灵敏度能力，这使我们联想到另一个英文单词 responsibility，它实际是 response + ability 的复合词，意思是响应能力、响应性或灵敏度，更常用的翻译是责任、责任心、职责、任务、可靠性或可信赖性等，这些都可以很好地诠释响应面的作用。如果将其用在结构优化之中，它担负了一种建模的任务，体现了一种责任。因此，与其说 RSM 是响应面方法，还不如称它为响应面方法论。本书把 RSM 称为响应面方法，是遵从众人习惯的缘故。

作为方法论，未必非得写成数学公式不可，如我们在挑选西瓜时，实际上运用了响应面方法论来识别西瓜的生或熟：轻轻地拍一下，用手感应回弹，用耳聆听回响，这是取一个样本点做一个性能响应试验，通过触觉和听觉同以往的经验比较，实质上，就是用头脑里积累的生或熟对应

的函数(非理性的直觉“函数”)识别刚刚获得的响应面。这种识别还可以再重复若干次,实际上是又取了若干个样本点,得到若干个响应值。如果善于把一系列样本点获得的响应值综合起来考虑,实际上也就做出了一个无形的响应函数曲面,这是一种定性地获得感受或灵敏度,同我们用到的定量的响应面方法论在本质上是一样的。

响应面方法最初的应用是探讨如何在实体试验数据的基础上,合理地建立近似显函数。随着数值技术的发展,计算机数值模拟出现了同实体试验类似的数据处理问题,尽管二者的试验手段不同,但是在同样面对数据上,数值试验与实体试验则具有共性,因此,计算机数值模拟必然可以应用响应面方法。

响应面是借助于最小二乘法推导获取的,而最小二乘法计算得到的近似函数在整体上最接近试验点响应的集合,却不一定通过其中任何一点的响应,这将产生两个问题:①响应面只能接近而不能达到某个样本点的响应值,实际问题在每次使用响应面方法时,如果需要在某个样本点处响应面取值准确无误地等于试验结果的要求,而传统的响应面方法不能满足我们的期望;②无法确定满足一定精度的响应面逼近范围,不能确定响应面在哪里是比较精确的,在哪里是不够精确的,如果在响应面不够精确的位置上使用,则将不符合实际的工程性能。由于高维问题需要大量的样本点,从而产生了第三个问题,即能否提出一个获得数值响应的近似途径,用以代替得到准确响应的昂贵计算量?

针对上述需求,本书完成了传统响应面方法的一些有待改进之处,提高了某些点的精度、估计了使用的范围和减小了计算量,改进后的工作不仅可以使第一方面的读者受益,而且也会使第二方面的读者得到借鉴。后者通常分布在航空、航天、土木、车辆、船舶、机械、石油、化工、水利和材料科学等领域,这些学科对优化设计均有越来越多的需求,总是希望设计的各个参数取值尽量合理,以最小的投入得到保证设计质量的结果,或者在一定的投入下取得最安全的设计。然而,研究者面对的困难常常是:目标函数和约束函数不能表达为设计变量的显式。

为此,研究者们分道扬镳,或采用不建立模型的优化解法如遗传算法等,或采用敏度分析建立近似模型的优化解法如泰勒展开方法等。前者的结构分析次数太多;后者的敏度推导难度较大。响应面方法可以避免敏度公式的推导,只要利用结构或多学科分析的计算结果,通过

合理的试验设计方法解决了建立目标与约束同设计变量之间近似函数问题。因此,把响应面方法引入工程优化中,是计算机数值模拟研究工作自然而然的做法,有利于优化方法在现成的分析程序上的二次开发的进行。响应面方法实质是对实体试验数据或数值模拟数据进行拟合,得到目标和约束关于设计变量的函数的近似表达式。然后,在此基础上就可以进行优化设计,这必然比不建立模型的方法提高了优化的效率,这当然也是一个十分有利的选择。

响应面方法在构造近似函数时无需使用导数信息,因而可以用于解决导数数值难求的问题;响应面方法原理简单、使用方便,无需经过复杂的推导;响应面近似函数的构造不涉及刚度矩阵等,也不涉及分析具体过程,因此具有较强的通用性和独立性,可用于解决各类问题;由于其建立模型的独立性,响应面方法大大减少了程序设计的困难,优化程序的二次开发者只需利用现有的商业程序,就可以得到构造近似模型的数据,而不必了解分析程序的内部数据结构。因此,使用响应面方法,可以方便地同多种商业程序分别结合起来,实现多种优化设计的功能。可见,响应面方法之所以能够得到广泛应用,在于其方便易行的优势。

本书改进了响应面方法并且用于结构和多学科优化方面,把前述对于响应面方法三个方面的改进,用以解决工程优化的许多具体问题:以有效的试验设计完成响应超曲面的拟合,使用近似重分析方法拟合响应面,减少一般响应面方法反复精确分析的计算量;得到通过中心点展开的途径改进响应面模型,按不同需要满足精度;推导出运动极限的理性估算公式,提高了使用响应面方法的合理性;将改进的响应面方法运用到膜结构截面优化、板壳结构截面优化、二维连续体形状优化、骨架结构频率优化以及多学科优化之中。

总之,响应面方法作为统计学技术,是函数逼近的工具之一,实际上是建立数学模型的简易途径。它可以建立性能函数对于设计变量的近似显函数用于工程优化中,则可以显化出本来为隐式的目标函数和约束函数。它可以应用于广泛的工程领域中,不管是否进行优化设计,任一领域只要期望得到几乎不能或很难得到的函数关系,响应面方法均可发挥重要的作用。在本书即将交付印刷之际,作者突破了以往只利用最小二乘法的方法论定势,提出了一种最大离差极小化的方法。

换句话说,将二次模极小化途径推广到无穷模极小化途径,这意味着任意模极小化的响应面方法论是存在的。作者把最新成果作为最后一章呈现给读者,在改进响应面方法及其有关应用于优化设计的研究方面发表了几十篇论文,申请获批 11 项软件著作权,本书作为在这一方面研究工作的总结,希望它能够对于同行提供借鉴。作者诚挚地欢迎读者予以批评指正。

感谢北京工业大学“211 工程”项目基金对于本书的资助,相应地,还要感谢相关项目及部门对本书研究内容的支持:

(1) 国家自然科学基金委员会资助项目(10472003 和 10872012),教育部博士学科点专向科研基金资助项目(63001015200701),北京自然科学基金委员会资助项目(3002002 和 3093019),北京市教育委员会资助项目(KM200410005019 和 KM200710005032),湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室开放基金资助项目(30715002)和大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室基金项目(GZ0819; GZ1008)。

(2) 航天部和北京市有关产业部门等同作者进行了愉快的合作,推动了在响应面方法及其应用的研究工作。

(3) 美国 MSC 等国际著名的计算力学软件公司,对在其软件平台上进行的结构优化二次开发给予了合作和支持,使作者研究成果的软件化工作得以实现。

(4) 北京市和北京工业大学对于作者所在工程力学学科的软、硬件支持,使结构与多学科优化的数值模拟成为主攻方向之一,也成为工程力学学科的研究特色之一。

在响应面方法及其应用的研究工作中,陆续培养了宇慧平、阳志光、张立新、杨红卫、李善坡、焦兵锋、易桂莲 7 名博士研究生和张轩、白海波、李志建、唐乃梅、陈敏、马宝胜、张爱清、岳彩锐、薛贵林、常婧雅、胡晓光、丁力、郑小龙 13 名硕士研究生,他们当中的大多数分别参加了有关章节的研究工作;另外,龙连春教授、叶红玲和杜家政副教授也参加了有关的研究工作,在此作者一并表示衷心感谢!

作 者

2010 年 8 月 3 日

写于北京工业大学

目 录

总序

前言

第一章 绪论	1
1.1 结构优化问题的建模	1
1.2 响应面方法	4
1.2.1 响应面方法的基本理论	4
1.2.2 试验设计	8
1.2.3 矩阵奇异的应对措施	11
1.2.4 响应面建模方法的统计评价指标	12
1.3 工程优化中的响应面方法	14
1.4 响应面建模优化流程	18
1.5 本书中所用的数学规划方法	19
1.5.1 数学规划概述	19
1.5.2 线性规划	20
1.5.3 二次规划	22
第二章 响应面方法的改进	28
2.1 以往响应面方法的缺陷	28
2.2 通过中心展开点的改进响应面模型	29
2.2.1 公式推导	29
2.2.2 中心对称设计和中心扩展设计	31
2.3 运动极限的理性估算	31
2.3.1 运动极限及其作用	31
2.3.2 近似模型中的运动极限	32
2.3.3 运动极限的粗估	33
2.3.4 运动极限的精估	39
2.4 响应面方法与组合近似方法的结合	42
2.4.1 组合近似方法	43
2.4.2 组合近似的精确解	44
2.4.3 组合近似与响应面方法相结合的结构优化	46
2.5 响应面方法与对偶规划的结合	47

2.5.1	混合约束对偶模型	48
2.5.2	程序流程	54
2.5.3	射线系数调整后的响应面拟合	55
2.5.4	算例	56
第三章	改进的响应面法在膜结构截面优化中的应用	60
3.1	膜结构截面优化模型的建立	60
3.2	膜结构优化中射线步的调整和约束的初选	62
3.3	膜结构优化中二次规划算法的实现	64
3.4	膜结构优化的数值算例与分析	66
第四章	改进的响应面法在板壳结构优化中的应用	81
4.1	板壳优化模型的建立	82
4.1.1	设计变量的处理	83
4.1.2	目标函数的处理	83
4.1.3	约束的处理	85
4.2	改进响应面法与以往响应面法的比较	86
4.3	设计变量形式对优化结果的影响	88
4.4	板壳优化的数值算例与分析	91
第五章	改进的响应面法在二维连续体形状优化中的应用	111
5.1	形状描述	113
5.1.1	形状描述和设计变量定义	113
5.1.2	控制函数	114
5.2	网格控制	114
5.2.1	网格的变形	114
5.2.2	关键点和设计单元的定义	115
5.2.3	二级控制的基本原理	116
5.2.4	初始网格映射的建立	116
5.3	形状描述实例	118
5.3.1	初始形状	118
5.3.2	关键点和设计单元	118
5.3.3	设计变量和控制函数	120
5.4	形状优化模型的建立	120
5.4.1	优化问题的近似模型	120
5.4.2	用响应面法建立近似优化模型	122
5.5	形状优化模型的求解与程序实现	125
5.5.1	收敛准则	125

5.5.2 优化流程	128
5.6 形状优化的算例与分析	129
第六章 改进的响应面法在骨架结构频率约束优化中的应用	145
6.1 桁架结构频率优化模型的建立	146
6.1.1 优化模型的建立及转化	146
6.1.2 多种频率约束的处理	148
6.2 桁架结构频率优化的算例与分析	148
6.3 框架结构频率优化	158
6.4 框架结构频率优化的算例与分析	160
第七章 改进的响应面法在多学科中的应用	169
7.1 改进响应面在单晶体生长工艺优化的应用	169
7.1.1 直拉法晶体生长简介	169
7.1.2 直拉法晶体生长数值模拟的分析模型	171
7.1.3 涡量最小为目标的优化模型及分析	175
7.1.4 生长界面氧的浓度最合适为目标的优化模型及分析	181
7.2 改进的响应面法在血管搭桥优化中的应用	184
7.2.1 冠心病及冠状动脉搭桥术简介	184
7.2.2 冠状动脉搭桥术有限元分析	185
7.2.3 冠状动脉搭桥参数优化设计三要素	187
7.2.4 冠状动脉搭桥参数优化模型 I 及其分析	188
7.2.5 冠状动脉搭桥参数优化模型 II 及其分析	191
7.2.6 冠状动脉搭桥参数优化模型 III 及其分析	193
7.2.7 冠状动脉搭桥参数优化讨论	197
7.3 改进的响应面法在电磁波导的滤波器优化中的应用	198
7.3.1 辛体系对波导介质层 PBG 结构的分析计算	199
7.3.2 波导介质层 PBG 结构滤波器的优化设计	202
7.4 改进响应面在宇航线式火工分离装置优化中的应用	205
7.4.1 宇航火工分离装置及有限元分析	206
7.4.2 宇航线式火工分离装置装药腔结构优化	206
7.4.3 宇航线式火工分离装置削弱槽结构优化	212
第八章 其他响应面方法的某些进展	219
8.1 最大离差值极小响应面	219
8.1.1 问题的提出和模型的建立	219
8.1.2 求解方法	220
8.1.3 算例与分析	224

8.2 径向基函数法及其优化应用的策略	228
8.2.1 径向基函数方法简介	228
8.2.2 不同形式近似方法的验证	231
8.2.3 针对增广的径向基函数建模的序列求解算法	245
8.2.4 算例与讨论	247
参考文献	253

第一章 绪 论

脱胎于科学与工程问题所形成的每门理工科学科,总是要遇到一个基本的问题:已知某个性能 f 是 n 元变量 $x \in E^n$ 的函数,如何寻找并且建立出这个函数 $f(x)$? 这种问题在每一学科中通常要多次出现,换句话说,人们关注多个性能与其相关变量的显式函数。

解决这种问题有两条途径:一是在观察和假设的基础上,进行理性的推演得到性能 $f(x)$ 对于变量 x 的函数公式;二是通过大量的试验获得关注性能的一批结果,然后在设想的函数形式上,通过使函数同试验结果偏离最小的途径确定有关参数。后者就是响应面方法的思路,它是求出未知函数 $f(x)$ 近似函数的古老方法,也是一条十分实用的途径。响应面方法是科学与工程问题中较早发展出的建立近似显函数的途径之一。

在电子计算机出现之前,响应面方法就已经出现了,伴随着电子计算机科学与技术的发展,响应面方法像其他数值计算手段一样有了更有力施展作为的平台。电子计算机不仅可以成为理工科学科利用响应面方法显化性能函数的工具,而且对于有优化设计需求的学科,电子计算机在实施优化设计过程中,还可以借助于响应面方法建立优化设计的模型。

作为本书的基础,这一章涉及的内容有三个方面,即响应面方法、用于优化设计的有关数学规划方法和工程优化建模方法。

由于本书围绕工程优化的目标,介绍响应面方法及其进展,以及对于工程优化的应用,所以本章同这一宗旨相应,不是从上述三个方面产生的时间顺序排列,而是由工程优化的本体出发,先从建立优化模型的需求谈起,然后介绍作为建模工具的响应面方法,最后简述求解优化模型所涉及的几个在本书中用到的数学规划方法。

如果读者只想了解响应面方法及其在建立性能函数中的应用,在阅读时可以跳过工程优化和数学规划的内容,我们希望本书能使各方面的读者广泛受益。

1.1 结构优化问题的建模

工程优化设计问题的提法如下:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{求} & \mathbf{x} \in E^n \\ \text{使} & f(\mathbf{x}) \rightarrow \min \\ \text{s. t.} & g_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (i = 1, \dots, n_e) \\ & g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, n_n) \\ & \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \end{array} \right. \quad (1-1)$$

式中: $\mathbf{x}$ ——设计变量向量;

n ——设计变量的个数;

$f(\mathbf{x})$ ——目标函数;

$g(\mathbf{x})$ ——对于设计限制的函数表达式,称为约束函数;

n_e ——等式约束的个数;

n_n ——不等式约束的个数;

$\bar{\mathbf{x}}$ ——设计变量上限向量;

$\underline{\mathbf{x}}$ ——设计变量下限向量;

min ——极小化;

s. t. (subject to) ——受制于即被约束于。

式(1-1)本质上是一个数学规划问题,含有三要素(设计变量,目标函数和约束条件)。求解一个数学规划就是在约束条件限制下使目标函数最小的搜索中,确定设计变量的过程。寻求科学或工程问题的最优解实际上是数学规划解法的应用。在工程优化问题中,结构优化是较早发展的一门学科。对于结构优化问题,目标函数一般取为结构重量;约束函数可包括物理方程、协调方程、静态或动态强度、刚度以及稳定性等;目标函数和约束函数在多数情况下是连续可微的,也有可能是非连续不可微的。对于其他工程问题的优化,同样可以建立类似式(1-1)的公式,只不过目标函数和约束函数的物理含义不同而已。由于工程实际问题的复杂性和不确定性,很难建立目标或约束关于设计变量的精确表达式。

1960年, Schmit^[1]提出将式(1-1)引进结构设计领域进行结构系统综合,即结构优化设计。Schmit的工作是开创性的:第一次用数学规划表述了结构优化问题的基本提法,然而,当时的求解效率并不高。1974年, Schmit与Farshi^[2]提出了结构综合的某些近似概念,从而极大地提高了计算效率,使得结构重分析从原先的几百甚至上千次降到十几次或十次以内就可以收敛。

为什么近似概念有如此大的效力? 尽管设计变量连接(design variable linking)、约束删选(constraint deletion)等都重要,但是显式近似(explicit approximation)却起了关键的作用。

显式近似就是把目标函数和约束条件对于设计变量的隐函数关系揭示为显函数关系,虽然是近似的,但却是显式的,于是优化问题就由优化提法转变成建立优化模型。尽管建立的模型可能很粗糙,但是数学规划的优化算法可以用于求解中,

这是它大幅度提高计算效率的原因。这段历史同时表明:建模工作具有实用意义。

从建立显函数关系的意义上讲,1960 年只是结构优化开始“表模”(表达模型),1974 年才是“建模”(建立模型)阶段的开始。这种说法有助于我们牢牢汲取结构优化发展历程中的宝贵经验,并且予以珍惜。从建立目标函数与约束条件近似显函数入手的“建模”途径,可以避免不必要的迂回乃至走回头路。伴随着数值方法的发展和计算机性能的提高,建立近似显式模型,在求解结构优化问题上也越来越受到优化设计工作者的关注。总之,建立优化数学模型的思想越来越被人们所理解进而运用,尤其是向多学科优化拓展,则更有意义。至于不建立显式模型的做法,虽然避开了敏度分析的困难,但是迭代次数很多,而且不易收敛。

自 Schmit 和 Farshi 提出近似概念以后,建模就成为结构优化中相对独立的研究领域,建模的结构优化不仅要以有限元等数值方法作为结构分析手段,而且还要进一步计算力学性态的导数值。因此,模型化的研究又可以分为两大块:一是探索一种较好的近似函数;二是寻求有效的敏度分析方法。

根据建立近似显式的方式和敏度分析的方法,我们把结构优化建模方法分为四大类(图 1-1)。

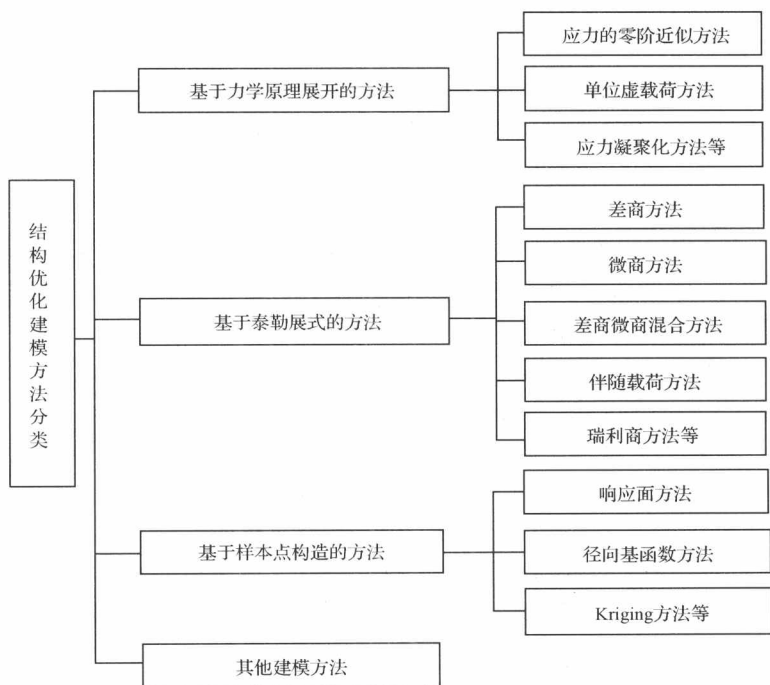


图 1-1 结构优化中建模方法的分类

基于力学原理展开的方法及基于泰勒展式的方法中,除了差分法,其余的有如下不利之处:①大都只针对某一种约束,多种约束的优化问题,需分别处理。②需要进行的敏度分析涉及导数推导,不仅理论复杂,而且编写程序的工作量大。差分法虽然能克服以上不利点,但是它用差商代替导数,变量步长大则导数值不准,变量步长小则引向除法溢出。能否找到具有差分法优点且不存在数值计算两难问题的方法? 响应面方法(response surface methodology, RSM)能够胜任。

1.2 响应面方法

响应面法最初是由 Box 和 Wilson^[3] 于 1951 年提出,主要应用于化工领域,1959 年 Box、Draper 等^[4] 把这种方法定义为“在经验模型构造和开发中应用的一组统计学技术”。1966 年 Hill 和 Hunter^[5] 对 RSM 的回顾,介绍了 RSM 在化学过程中的应用情况,用实例说明了正则分析和多目标优化问题;1975 年 Mead 和 Pike^[6] 对 RSM 进行了总结,介绍了 RSM 在生物学领域的应用,并列举了相关方面的实例;1989 年 Myers 和 Carter^[7] 精辟地总结了从 1966 年到 1988 年 RSM 理论的发展和应用;1995 年,Myers 和 Montgomery^[8] 对响应面法及其应用进行了全面阐述,并把响应面法定义为“一种用于开发、改进、优化的统计和数学方法”。此时的响应面更多是以数理统计面目示人的,研究工作也多为如何在实体试验数据中获得更多信息。如今,响应面方法可以用于优化设计中,即通过合理的试验设计方法解决如何建立目标、约束与设计变量之间的近似函数。其试验设计包含以下两点。

(1) 在某个样本点(高维空间的点,一组设计变量 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$ 为一个样本点)做试验,得到未知性能的一个结果(称为样本值),如今“试验”已由当初的仪器或设备的实体试验拓广到计算机的数值分析上。

(2) 为了得到未知性能相应的函数,一个样本值远远不够,欲取多个样本点,就涉及一组样本点在高维空间中的排放问题——试验设计方法。

根据一组样本点的样本值构造未知性能的逼近函数很自然地称为“函数拟合”,也有文献称其为“回归统计”。后者是统计学中的称呼,意思是根据试验的结果进行统计处理,回归到待求的函数式,也是很有道理的说法。在函数拟合或回归统计中,响应面方法是一种构造近似模型的工具,应用于很难或几乎不能用严格的数学公式表达出目标、约束与设计变量之间函数关系的工业产品设计领域。

1.2.1 响应面方法的基本理论^[8]

假定参数或设计点是 n 维向量 $\mathbf{x} \in E^n$, 它是待求性能函数的自变量,二者存在的函数关系为 $y = y(\mathbf{x})$ 。尽管未知的函数可能找不出准确的表达式,但是,只要