

科學圖書大庫

微積分及其應用

譯者 李公國

徐氏基金會出版
世界圖書出版公司重印

科學圖書大庫

微積分及其應用

譯者 李公國

徐氏基金會出版
世界圖書出版公司重印

微积分及其应用
(徐氏基金会: 科学图书大库)
(台) 李公国 译

世界图书出版公司重印
(北京朝内大街137号)
新华书店北京发行所发行
燕胶印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 10.75
1988年5月第一版 1988年5月第一次印刷

ISBN7-5062-0137-2/O·1

定价: 3.90元 元

限国内发行

譯 序

本書譯自英國倫敦大學出版的「高等數學核心叢書」，其中第一部份「微分」、第二部份「積分」、第三部份「向量」及第四部份「作圖」，原來都是獨立成冊的專書，徐氏基金會為提供國內的讀者一本緊緻的（compact）參考性數學用書，特地將以上四本專書合併出版，使讀者省去找書之苦。

在每一部份的開始，都附有該部份原著者的序言，針對每個主題作深入淺出的介紹，以培養讀者們的閱讀興趣和爾後思考時的理路。本書適合作大一的學生修習微積分時的課外讀物，其豐富的例題和具有代表性的習題，極具參考價值。一般的社會人士，若對於微積分欲窺堂奧者，也不妨從本書入手，必不致空手而回。

學習數學的最佳捷徑就是動手做數學（The best way to learn mathematics is to do mathematics.），此為無數前人學習經驗凝鑄的結晶，而本書的最大特色就在於包涵了充份的練習機會，給讀者去演練。書中的例題或習題，大多是英國倫敦大學及其他大學的數學試題，程度由淺入深，都從平易近人處起步，令讀者能領悟漸入佳境之妙趣，而不像讀一般艱澁抽象之數學書，如坐霧中，不知何處。

我僅以這本書獻給始終鼓勵我的摯友——孫書蕙小姐，若沒有她的幫助，我將無法如期完成譯書的工作；當然，也感謝為我悉心校閱的解萬臣先生（東海大學數學系）以及熱心出版的徐氏基金會。本書疏漏之

處，尚祈賢達不吝指教。

李公國

目 錄

譯 序	I
第一篇 微 分	1
原 序	3
第一章 基礎篇	5
1.1 傾斜度	5
1.2 增加量的記號	7
1.3 導 數	8
1.4 微分一般定理	9
1.5 函數的函數	12
1.6 三角函數的導數	15
1.7 指數與對數函數	18
1.8 摘 要	18
第二章 進階篇	20
2.1 隱函數微分	20

2.2	高階導數	22
2.3	參數方程式	25
2.4	指數函數	27
2.5	對數函數	29
2.6	對數微分的應用	29
2.7	反三角函數	32
第三章 應用篇		39
3.1	簡 介	39
3.2	切線與法線方程式	39
3.3	牛頓—拉福生循環求根法	44
3.4	變 率	49
3.5	微增量	54
3.6	誤 差	56
3.7	微分的幾何意義	59
3.8	駐 點	62
3.9	應用問題	66
3.10	二階導數的幾何意義	71
3.11	摘 要	73
習題解答		79
第二篇 積 分		81
原 序		82

第一章	基本定義和公式	83
1.1	定 義	83
1.2	函數的和與差	84
1.3	兩個基本定理	85
1.4	基本積分式的推廣；反三角函數	88
第二章	代換積分法	91
2.1	基本方法	91
2.2	更進一步的代換法	94
2.3	另一種記號	96
第三章	積分與三角函數	98
3.1	標準型	98
3.2	三角等式的運用	99
3.3	其它的漂亮例子	100
第四章	有理代數分式積分法	105
4.1	引 言	105
4.2	分母為一次式	105
4.3	分母為二次式	106
4.4	分母為二次式——特殊狀況(→)	107
4.5	分母為二次式——特殊狀況(□)	109
4.6	分母為高次式	110
第五章	無理代數分式積分法 ($\frac{ax+b}{\sqrt{cx^2+dx+e}}, c < 0$)	111

5.1	狀況 I: $a = 0$	111
5.2	狀況 II: $a \neq 0, c < 0$	111
第六章 部份積分法		113
6.1	引言	113
第七章 定積分		117
7.1	定義	117
7.2	代換法——牽涉上下限的改變	118
第八章 積分的應用		121
8.1	引言	121
8.2	曲線覆蓋的面積	125
8.3	造成面積負值的曲線	129
8.4	參數型曲線覆蓋的面積	134
8.5	體積；旋轉體積	136
8.6	外殼法	141
8.7	平均值	144
8.8	平均方根	146
8.9	面積的第一力矩	146
8.10	中心	150
第九章 定積分的性質		156
9.1	基本性質	156
第十章 積分估計值		162

10.1 引 言	162
10.2 梯形法	162
10.3 辛普森法	165
10.4 級數展開法	169
第十一章 微分方程	172
11.1 引 言	172
11.2 一階可分離變數微分方程式	173
習題解答	176
第三篇 向 量	181
原 序	182
第一章 介紹向量	183
1.1 引 言	183
1.2 向量的定義	188
1.3 向量的代數運算	188
1.4 位置向量	193
第二章 維度與基底	199
2.1 平面上的位移	199
2.2 空間中的位移	201
2.3 空間中的向量	203
2.4 向量代數與分量	203

2.5	方向餘弦	205
第三章 內積		
3.1	兩向量之內積	211
3.2	內積的性質	211
第四章 向量的應用		
4.1	記號	221
4.2	在幾何上的應用	221
4.3	在運動學上的基本應用	231
4.4	在物理學上的基本應用	234
第五章 向量的積分和微分		
5.1	單一純量可決定之向量	242
5.2	對應某純量之向量微分	243
5.3	導數的性質	244
5.4	對應某純量之向量積分	247
第六章 外積		
6.1	向量外積	252
6.2	三角形的面積	254
6.3	力矩	254
6.4	兩直線間之最短距離	256
習題解答		259

第四篇 作圖	263
原序	264
第一章 代數曲線	265
1.1 引言	265
1.2 直線與直線對 (line-pairs)	266
1.3 線性不等式定義的區域	270
1.4 二次函數 $f : x \rightarrow ax^2 + bx + c, x \in \mathbb{R}, a \neq 0$	272
1.5 三次函數 $f : x \rightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d, x \in \mathbb{R}, a \neq 0$	273
1.6 函數的一些性質	276
1.7 作圖的一般步驟	279
1.8 參數表示法	286
1.9 較難之代數曲線的作圖	288
第二章 超越曲線	292
2.1 圓型函數	292
2.2 反圓型函數	294
2.3 曲線的參數型	296
2.4 指數函數	298
2.5 超越函數	300
2.6 對數函數	301
第三章 極座標作圖	308
3.1 極座標	308

3.2 在極座標平面上作圖	310
補充習題 I	316
補充習題 II	323
補充習題 III	325
習題解答	327
英漢名詞對照	329

第一篇 微 分

原 序

高等數學課程會一度經歷內容和取向上的轉變，這要追溯到西元 1960 年代初期的改革，造成了「傳統」與「現代」數學分立的不幸局面。目前的趨勢，由 G C E 委員會所設計和出版的新課程，則分別擷取傳統與現代的精華，加以整合，使它一方面內容精簡便於教學，另一方面題材豐富利於考試，能切合實際的需要。此外，由於許多新的嘗試，高等數學課程的核心部份正在醞釀之中，它們是由純數學裏的技巧和方法構成的，很適合在高等學校中教學。

核心這個名詞的解釋方法很多，其中之一就是上面所談的，我們可以把理論力學、深奧的純數學以及統計學等科目列入核心的課程中。本書稱為高等數學核心書，但是其核心的含義却與上述者不同。這本書討論的許多主題，都是研究高等數學的重點；這些主題透過本書精要的闡釋，能夠將高等數學中任一專門課程的主要內容透露給讀者。

尤其是，當學校或者個人想買幾本範圍廣泛能全般涵蓋某一課程的教科書，而覺得太貴時，不妨選購本書來作參考書，以補充現有教材之不足。那麼，像倫敦、劍橋、A E B 和 J M B G C E 委員會等之最新課程，諸君就能以最少的代價而窺得全豹了。當然，如果整套書都齊備，則任何一項專門課程都可從這其中得到完整的介紹。

本書的旨趣在闡述許多專門課程裏的主題，並且根據作者廣泛的考試經驗提供許多例題和習題，其中也包含了 G C E 過去的考古題。於是

4 微積分及其應用

，不論怎麼用這本書，它都很適合作為補充大量練習題的參考書，因此在針對 G C E 委員會高等數學課程之考試時，這更是一部準備和複習不可或缺的寶典了。

在這本談微積分的書裏，讀者需要具備微積分的基本認識，因此作者談到微積分一些簡單結論和普遍定理時，就不再多加證明，而是希望讀者在了解這些結論與定理之後，藉著模仿書中的例題和自己練習常見的習題，能夠輕鬆地克服 G C E A 級考題。許多大學一年級讀工程、應用科學的學生都認為本書有助於他們對微積分及應用問題的熟練。為了建立良好的解題能力，作者利用各種機會來吸引讀者去注意如何求較快速和較準確的答案。大約有一半的篇幅在談關於微積分的應用。

作者要特別感謝倫敦大學入學和學校測驗委員會（簡稱 L）及聯合考試委員會（簡稱 AEB）這兩個 GCE 考試委員會，允許將過去的 GCE 考題引用於本書內。

C. T. 摩斯

C. 蒲朗頓

譯註：GCE 乃 General Certificate of Education 的簡稱，在英國無此證書則不能進大學。