高等学校教材

大学物理实验

蔡永明　王新生　主编

化学工业出版社
教材出版中心

高 等 学 校 教 材

大学物理实验

蔡永明　王新生　主编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

（京）新登字 039 号

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验/蔡永明，王新生主编．—北京：化学工业出版社，2003.2
高等学校教材
ISBN 7-5025-4256-6

Ⅰ．大…　Ⅱ．①蔡…②王…　Ⅲ．物理学-实验-高等学校-教材　Ⅳ．04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 003286 号

高等学校教材
大学物理实验
蔡永明　王新生　主编
责任编辑：唐旭华
责任校对：陶燕华
封面设计：于　兵
*
化学工业出版社
教材出版中心　出版发行
（北京市朝阳区惠新里 3 号　邮政编码 100029）
发行电话：（010）64982530
http://www.cip.com.cn
*
新华书店北京发行所经销
北京市燕山印刷厂印刷
北京市燕山印刷厂装订
开本 787 毫米×1092 毫米 1/16　印张 11½　字数 280 千字
2003 年 2 月第 1 版　2003 年 2 月北京第 1 次印刷
ISBN 7-5025-4256-6/G·1121
定　价：18.00 元

内 容 提 要

本书是在编者长期使用的自编“大学物理实验讲义”基础上，参考原国家教委的《高等工科院校大学物理实验课程教学基本要求》，结合多年来参加全国及区域性工科物理实验教学会议所取得的经验，针对一般工科院校的教学要求和学生特点而编写的，适用于实验教学时数在50学时左右。

本书分为绪论、力学热学实验、电磁学实验、光学实验及近代及设计性实验，共收录一般工科院校所开设的实验共计35个，较好地满足了教学要求。

本书可作为普通高等工科院校、综合大学及师范类院校非物理专业的大学物理实验教学用书，也可供相关人员参考。

目　　录

大学物理实验学生守则

大学物理实验课是一门基础课，它旨在提高学生的动手能力、分析能力以及初步解决实际问题能力。重视和学好这门课程，对于培养人才起着十分重要的作用。为了保证实验安全顺利进行，培养学生良好的实验习惯和严谨的科学态度，学生必须做到以下几点。

（1）每次实验前必须认真预习，写出预习报告，预习报告达不到要求者，不得进行实验。

（2）准时到实验室上课。不得迟到，无故迟到时间超过 15 分钟者，不得进行实验。每次实验结束之前，不得擅自离开实验室。

（3）不得无故缺课，病假需有医生证明，事假须院（系）级单位批准。

（4）实验过程中，必须听从指导教师和工作人员的指导，遵守纪律，保持肃静，不得脱离实验岗位和互相串位，必须独立进行实验。

（5）实验中如损坏仪器，应如实报告情况，并填写仪器损坏报告，视情节按学校有关规定赔偿或免于赔偿。

（6）实验过程中，应爱护仪器设备，不得擅自调换仪器，如遇仪器故障应及时报告指导教师，不得自行处理。

（7）实验完毕，应将实验记录原始数据送指导教师审阅、签字，并整理复原实验仪器后方可离开实验室。

（8）实验报告必须在规定的时间内独立完成，不得抄袭别人的实验结果。

（9）实验进行时，必须注意人身安全和仪器设备的安全，注意节约水、电，保持实验室的卫生。

绪　论

一、大学物理实验课的作用及目的

科学技术发展，离不开科学实验，任何一种新材料、新技术、新工艺、新产品的发明都必须通过实验才能取得。对于一个工程技术人员来说，没有过硬的实验本领，要想创新是不容易的，有时甚至是不可能的。因而，在大学教学中，必须强调实验能力的培养。物理实验研究最基本最普遍的物质运动，所以物理实验的方法、手段和理论是所有实验中最基本最普遍的方法、手段和理论。物理实验的特点在于它具有普遍性，力、热、声、光、电，样样都有；具有基本性，它是其他实验的基础；具有通用性，适用于广泛领域。对高、精、尖的实验原理进行分析，绝大部分是常数、常见的物理实验的综合。对于一个大学生，不论任何专业，物理实验能力的培养是必不可少的。大学物理实验是学生进入大学后受到系统的实验方法和实验技能训练的开端。

二、大学物理实验课的教学方式

大学物理实验课是一门基础课，旨在训练动手能力、分析能力以及初步的解决实际问题能力。学生应该大胆动手，细心操作，多练，勤练。无论进行何种实验，大体都有以下几个步骤：任务提出，构思设计，仪器安装调试，进行测试取得数据，处理数据，分析结果，写出报告。物理实验课的进行大体与此相似。不过，着重点是严格训练，从而能得到较满意的“成果”。实验课的实验大都是重复前人已有的成功实验，学生在教师指导下通过实验课学习实验的理论与技术，提高动手能力、分析问题及解决问题的能力。实验课一般分 3 个阶段进行。

（1）预习　这是实验的准备阶段，在课前进行。在确知做什么实验之后，对实验讲义进行有目的地预习，了解实验的目的、原理、构思、仪器，以及做出记录数据的表格。实验课中，预习工作需经教师检查通过后方可进行实验。

（2）实验室做实验　一般指导教师首先做启发性讲解，听讲时要特别抓住预习中所没有弄懂的问题和内容。然后学生开始实验，第一步是安装及调试仪器，这一步是实验成败的关键。安装调试过程要时时开动脑筋，为了使仪器达到最佳工作状态，调试阶段会花去很多时间，必须耐心，细心，切忌急躁，仪器完全调好后，进行测试就比较容易了。测试必须记录原始数据，不允许只记录经过运算后的数据，更不能编造数据。最后，数据需由指导教师审阅签字后方能离开实验室。

(3) 写实验报告　这一步在课后完成。实验报告是实验工作的总结。编写实验报告也是实验能力的一个方面，实验报告是“正式文件”必须用学校统一印制的实验报告纸。

三、实验报告

实验报告的内容大致包括下列几方面。

（1）实验题目及实验目的——做什么实验，为什么做这个实验。

实验目的指的是本次实验所希望达到的结果。而不是指实验课的目的，后者是通过做实验，培养学生实验能力。所以，也就是大学生的学习目的之一部分。

（2）原理或主要公式——根据什么来做实验。

原理或主要公式是实验的理论根据。在电学实验中，要求画出原理的示意图和实验电路；在光学实验中，则要求画出光路图和装置的简图。对直接应用的主要公式，必须说明公式中每个物理量的物理意义。

(3) 仪器装置和材料——用什么来做实验。

仪器应说明型号、规格、等级度和量程，有时还要写出仪器编号。

(4) 环境——在什么条件下做实验。

环境是指实验的地点、时间、温度、大气压和湿度等。

(5) 怎样做实验——步骤或做法。

步骤或做法是指实验的进行，哪些量是待测量的，哪些量是直接测量的，哪些量是间接测量的，都必须周密考虑，合理安排，按合理的顺序先后进行实验。

(6) 数据、计算、误差分析和实验结果——得出什么实验结果。

这是实验报告最重要的部分。数据必须详细，有原始数据，表明单位，数据记录要求列成表格，运算过程必须写出最主要的几步。针对结果，做出合理的误差分析和评价，学会用不确定度表示实验测量的结果。

(7) 讨论和解决了什么问题——哪些问题等待解决。

四、测量和误差

测量就是将待测量与选作为计量标准单位的同类物理量进行比较的过程。将待测量直接与标准量进行比较，直接读出测量值的测量，称为直接测量，相应的测得量称为直接测得量。有些物理量无法与标准量直接进行比较、直接读数，但能够找到这些量与可以直接测量的量的函数关系，通过函数关系的测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测得量。

物理实验离不开对物理量进行测量。由于测量仪器、实验条件以及种种因素的局限，测量是不能无限精确的，测量结果与客观存在的真值之间总有一定差异，也就是说总存在着测量误差。测量结果误差的大小反映了人们的认识接近于客观真实的程度。

1. 测量误差的基本知识

误差存在于一切测量之中，而且贯穿测量过程的始终。每使用一种仪器，进行一次测量，都会引进误差。测量所根据的方法和理论越繁多，所用的仪器装置越复杂，所经历的时间越长，引进误差的机会和可能就越多。

(1) 几种常用误差名称

① 绝对误差　在某一时刻和某一位置或状态下，某量的效应体现出的客观值或实际值叫做真值。测量时，被观测的量的测得值与真值之差叫绝对误差或简称误差。

② 相对误差

$$\text{相对误差}=\frac{\text{误差}}{\text{真值}}$$

当误差较小时

$$\text{相对误差}\approx\frac{\text{误差}}{\text{测得值}}$$

相对误差亦常用百分误差表示

$$\text{百分误差}=\text{相对误差}\times 100\%$$

③ 装置误差　为确定被测量值所必须的计量器具和辅助设备的总体，称为测量装置，由他们所引起的测量误差叫装置误差。

④ 环境误差　由于各种环境因素与要求的标准状态不一致，及其在空间上的梯度与随时间的变化引起的测量装置和被测量本身的变化，机构失灵、相互位置改变等引起的误差，为环境误差。

⑤ 人员误差　测量者生理上的最小分辨力，感觉器官的生理变化、反应速度和固有习惯引起的误差。

⑥ 方法误差　由于测量方法或计算方法不完善而引起的误差。

⑦ 系统误差　由整个实验、测量系统（包括装置、环境、人员、方法等）在实验测量及数据处理的过程中引入的误差，称系统误差。

按对系统误差的了解、掌握情况的程度又可分为已定系统误差（误差的方向、绝对值已知，属可修正或可消除的系统误差），和未定系统误差（误差的方向、绝对值未知，呈现随机性，又称半系统误差）。

⑧ 随机误差　在实验测量过程中，多次测量同一量时，误差的绝对值和符号时大时小，时正时负，以不可预定的方式变化着，这类误差称为随机误差。

⑨ 粗大误差　凡是用测量时的客观条件不能合理解释的那些突出的误差，均可称为粗大误差。

（2）处理误差的方法

① 已定系统误差，找出其产生的原因；采取一定的方法消除它的影响或对测量结果进行修正。

② 未定系统误差。这种随机性的系统误差，主要体现在测量仪器存在的误差及整个实验装置存在的误差上，一般处理时往往把它归为仪器误差 $\Delta X_{仪}$，和其他误差，而且把后者归入随机误差。合格的仪器出厂时是符合一定标准。通常提供仪器的误差限 $\Delta X_{仪}$，亦有简单的公式可以计算 $\Delta X_{仪}$，后面有具体介绍。

③ 粗大误差是由于观测者不正确地使用仪器，观察错误或记录错误等不正常情况下引起的误差。它会明显地歪曲客观现象，在数据处理中应将其剔除。

④ 随机误差。大量测量（相当于 $n\to\infty$）结果随机误差的估计

根据误差定义

$$\Delta X_i = X_i - X_0 \tag{0-1}$$

式中　X_0 为某一物理量的真值；X_i 为这一物理量在某一定条件下的第 i 个测量值；ΔX_i 为测量值对真值的误差。在实际操作中，因为真值无法得到，所以具体计算时用测量值的算术平均值来替代真值。大量的重复测量表明，误差的大小与正负虽是随机的，但就总体而言，误差符合一定的统计分布规律。对大多数的测量而言，分布规律属正态分布。评定误差范围的方法以标准偏差法最常用。

设某一大量测量（相当于 $n\to\infty$）结果的随机误差统计分布属正态分布，对大量（相当于 $n\to\infty$）观测中的标准偏差用 σ_x 表示

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\infty}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \tag{0-2}$$

σ_x 的含义是，随机取 n 个观测值中的任意一个观测值 X_i，被测值的真值落在 $X_i - \sigma_x$ 到 $X_i + \sigma_x$ 范围中的可能性有 68%。

通过多次重复测量同一物理量，获得一组数据，并把求得的算术平均值 $\bar{X}$ 作为这组测量

的结果，如果在相同的条件下再重复测量该物理量时，由于随机误差的影响，不一定能得到完全相同的另一个 $\bar{X}$。理论证明每组数据的算术平均值 $\bar{X}_i$ 所形成的一系列数值也具有数列的正态分布特征，算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$，可证明为

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n(n-1)}}=\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \tag{0-3}$$

$\sigma_{\bar{x}}$的含义是，真值落在 $\bar{X}-\sigma_{\bar{x}}$到 $\bar{X}+\sigma_{\bar{x}}$范围内的可能性为 68.3%。

由式（0-3）可见，$\sigma_{\bar{x}}$是测量次数 n 的函数，测量次数越多，算术平均值的标准偏差越小。所以多次测量提高了测量的精度，但也不是测量次数越多越好。因为 n 增大只对随机误差减小有作用，对系统误差则无影响。而测量误差是系统误差与随机误差的综合表现。所以增加测量次数对减小测量误差的价值是有限的。另外，$\sigma_{\bar{x}}$与测量次数 n 的平方根成反比，当 n 增到一定程度后，n 对$\sigma_{\bar{x}}$的影响越来越小。再则，测量次数过多，客观条件的不稳定还有可能增加随机误差。

计算表明，真值落在 $\bar{X}-2\sigma_{\bar{x}}$到 $\bar{X}+2\sigma_{\bar{x}}$范围内的可能性为 95%；同样，计算表明真值落在 $\bar{X}\pm3\sigma_{\bar{x}}$范围内的可能性为 99.7%。亦可说成在置信区间 $\bar{X}\pm3\sigma_{\bar{x}}$内的置信概率为 99.7%。据此，可写成一般的表示式

$$X=\bar{X}\pm C_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$$

意为真值落在 $\bar{X}-C_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$到 $\bar{X}+C_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$范围内的可能性为 ξ，C_{ξ} 为一系数，它与置信水平 ξ 及重复测量次数 n 有关（其数值有表可查）。

当重复测量次数较少（大学物理实验即属此类）时，用上述数学用表则不适当。研究表明，它遵从所谓 t 分布（或学生分布）。因此一般的表示式写为

$$X=\bar{X}\pm t_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$$

意为真值落在 $\bar{X}-t_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$到 $\bar{X}+t_{\xi}\sigma_{\bar{x}}$范围内的可能性为 ξ，t_{ξ} 为一系数，它与置信水平 ξ 及重复测量次数 n 有关（其数值亦有表可查）。

2. 测量结果的表达方法

（1）直接测量结果的表达

为了估计测量结果的可靠程度，我们把测量结果写成如下形式

$$X=\bar{X}\pm\Delta X \tag{0-4}$$

式中　X 代表待测物理量，$\bar{X}$既可以是经已定系统误差修正的单次直接测量值，也可以是相同条件下多次直接测量的算术平均值。ΔX 是个恒正的量，称为不确定度，代表测量值 X 不确定的程度，也是对测量误差可能数值的测度，或者是对待测值的真值可能范围的估计。

上述式（0-4）的含义是，测量结果是一个范围［$\bar{X}-\Delta X$，$\bar{X}+\Delta X$］，而真值落在这个范围内可能性有多大？这是必须了解的问题。

由前面的误差知识可知，大量重复测量（相当于 $n\to\infty$）的误差在一定区间内存在有一定的概率。对不确定度来说亦是如此。现在把用统计方法估算出的标准差来代表不确定度的 A 类分量，用符号 ΔX_A 表示；把用其他方法（非统计方法）评定的不确定度的另一类分量

称为不确定度的 B 类分量（如测量仪器的仪器误差限等），用符号 ΔX_B 表示。

对于直接测量结果的不确定度应综合 ΔX_A 和 ΔX_B 来评定，即不确定度的合成。中国计量部门已应用的广义方和根法符合国际计量局的推荐，所以本物理实验采用广义方和根法。直接测量结果的综合不确定度为

$$\Delta X=\sqrt{\Delta X_A^2+\Delta X_B^2} \tag{0-5}$$

式中 ΔX_A 与 ΔX_B 必须是互相独立的。

由标准差知识可知，ΔX_A 包含着两个内容：一是置信区间；二是置信概率。相同置信概率的置信区间方可综合评定，所以评定时要求 ΔX_B 也应有与 ΔX_A 相同的置信概率。以仪器的误差限为例，$\Delta X_{仪}$ 一般应为仪器的极限误差，即在极限误差的置信区间内的置信概率非常接近于 100%。这样它就可以和前面所给出的标准差算法中 $3\sigma_{\bar{x}}$所对应的置信区间（置信概率 99.7%）综合评定。至于置信概率为 68% 或 95% 等，ΔX_B 与 $\Delta X_{仪}$ 之间应有个因子联系。这要由 $\Delta X_{仪}$ 的分布规律决定。例如，若仪器误差为平均分布，则与置信概率 68% 对应的 $\Delta X_B=\dfrac{\Delta X_{仪}}{\sqrt{3}}$。一般而言，$\Delta X_B$ 与 $\Delta X_{仪}$ 的关系为 $\Delta X_B=\dfrac{\Delta X_{仪}}{C}$，$C$ 为置信系数。

由上可见，在谈论不确定度时，不仅要指出置信范围的大小，而且同时必须表明它的置信概率。如某一长度直接测量的结果表为

$$l=(3.286\pm0.023)\text{mm} \qquad (p=68\%) \tag{0-6}$$

它表明被测长度 l 的真值落在 3.263～3.309mm 范围内的可能性为 68%。但是，国内外有关的统计方法标准规定，置信限在不注明置信水平时，便理解其置信概率为 0.95，使用其他置信水平时，则必须注明置信水平值。本物理实验在表达不确定度时亦用此规定。

（2）直接测量结果的不确定度的简化评定

① 结果表示中一律采用综合不确定度 ΔX 用于测量结果的报告。$X=\bar{X}\pm\Delta X$ 式表示测量物理量的量值位于区间（$X-\Delta X$，$X+\Delta X$）内的可能性（概率）约等于或大于 0.95。

② ΔX 分为两类分量：（多次测量时）用统计学方法计算的 A 类分量 ΔX_A；用其他方法（非统计学方法）评定的 B 类分量 ΔX_B。它们用方和根法合成 $\Delta X=\sqrt{\Delta X_A^2+\Delta X_B^2}$。

③ ΔX_A 由标准偏差 σ_x 乘以因子 $t_{0.95}/\sqrt{n}$来求得：$\Delta X_A=\dfrac{t_{0.95}}{\sqrt{n}}\sigma_x$。测量次数确定后，因子 $t_{0.95}/\sqrt{n}$可由下表查出

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
因子 $t_{0.95}/\sqrt{n}$	9.09	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.83	0.77	0.71	0.55	0.47	$1.96/\sqrt{n}$

多数物理实验取 $5<n\leqslant10$ 时，因子 $t_{0.95}/\sqrt{n}\approx1$，所以 $\Delta X_A\approx\sigma_x$。

④ ΔX_B 的值有时由实验室给出，在多数直接测量中 ΔX_B 近似取仪器的误差限值 $\Delta X_{仪}$。所以物理教学实验中一般用下式计算 ΔX

$$\Delta X=\sqrt{\sigma_x^2+\Delta X_{仪}^2} \tag{0-7}$$

由上述简化过程可知式（0-7）所得的不确定度常常偏于保守，但比较保险可靠。这个

简化的最主要目的在于简单易记又不失原则。

⑤ 只测一次的测量结果表达。有时因条件所限，不可能进行多次测量（如地震波的强度）；或者由于仪器精度太低，随机误差很小，多次测量读数相同；或者对测量的精确度要求不高，这时也不必多次测量，只测一次就够了。这时 ΔX_A 项可略，所以不确定度可取 $\Delta X = \Delta X_{仪}$。

(3) 间接测量结果的表达

间接测量的量是由直接测量的量代入公式计算而得到的，直接测量存在不确定度，因此间接测量也存在不确定度。

① 一般函数传递分析　设

$$Y = Y(X_1, X_2, \cdots, X_n)$$

式中　$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 分别为独立进行的多次直接测量量。可以证明，Y 的标准差为：

$$\sigma_{\overline{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)^2 \sigma_{\overline{x}_1}^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)^2 \sigma_{\overline{x}_2}^2 + \cdots + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_n}\right)^2 \sigma_{\overline{x}_n}^2} \tag{0-8}$$

② 间接测量不确定度的传递（合成）　设 Y 为间接测量值，X_1，X_2，…，X_n 为直接测量值，仿式（0-8）可以得到近似式

$$\Delta Y = \sqrt{\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + \cdots + \left(\frac{\partial Y}{\partial X_n}\right)^2 \Delta X_n^2} \tag{0-9}$$

式中　ΔY 为间接测量值 Y 的总不确定度；$\Delta X_1, \Delta X_2, \cdots, \Delta X_n$ 分别为各直接测量值的综合不确定度。所以间接测量结果可写成

$$Y = \overline{Y} \pm \Delta Y \tag{0-10}$$

其置信概率与直接测量值的置信概率一致。

在间接测量中，当函数 $Y(X_i)$ 中各量间是乘除关系时，用式(0-9)计算不太方便，宜改用相对不确定度的传递(合成)公式

$$E_Y = \frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial \ln Y}{\partial X_k}\right)^2 \Delta X_k^2} \tag{0-11}$$

归纳起来，求间接测量结果的步骤为：

首先求出各直接测量值 X_k 的平均值 $\overline{X}_k = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{X_{ki}}{n}$，及不确定度（简化表示式）$\Delta X_k = \sqrt{\sigma_x^2 + \Delta X_{仪}^2}$；再据函数关系 $Y = Y(X_k)$，求出 $\overline{Y} = Y(\overline{X}_k)$，求出总不确定度传递（合成）的近似式

$$\Delta Y = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial Y}{\partial X_k}\right)^2 \Delta X_k^2}$$

或

$$E_Y = \frac{\Delta Y}{\overline{Y}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial \ln Y}{\partial X_k}\right)^2 \Delta X_k^2}$$

最后，写出间接测量计算的结果

$$Y = \overline{Y} \pm \Delta Y$$

【应用示例】

实 验 报 告

题目：长度的测量

【实验目的】 测定长方形平板面积。

【实验原理】 平板面积 $Y = X_a X_b$。式中 X_a 是平板的长度，X_b 是平板的宽度。

【实验仪器】 游标卡尺（允许误差 0.02mm），螺旋测微计（允许误差 0.004mm）。

【实验步骤】 用游标卡尺测量平板的长度，在不同的部位测 10 次；用螺旋测微计测量平板的宽度，同样测 10 次。把实验的原始数据填入表中。

【数据表格】

平板的长度 X_a' 与宽度 X_b' 的数据表

N	X_a'/cm	$\Delta X_{ai}^2 \times 10^{-4}$/cm^2	X_b'/cm	$\Delta X_{bi}^2 \times 10^{-8}$/cm^2
1	10.014	4.41	1.0151	25
2	10.034	0.01	1.0157	1
3	10.038	0.09	1.0165	81
4	10.030	0.25	1.0141	225
5	10.056	4.41	1.0161	25
6	10.044	0.81	1.0141	225
7	10.036	0.01	1.0170	196
8	10.032	0.09	1.0155	9
9	10.040	0.25	1.0155	1
10	10.024	1.21	1.0154	4
	$\bar{X}_a' = 10.035$	$\sigma_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} \Delta X_{ai}^2}{9} = 1.22$	$\bar{X}_b' = 1.0156$	$\sigma_b^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} \Delta X_{bi}^2}{9} = 88$

游标卡尺零点校正 $\Delta_0 = 0.004$cm；

螺旋测微计零点校正 $\Delta_0 = -0.004$cm；

$$\bar{X}_a = \bar{X}_a' - \Delta_0 = 10.035 - 0.004 = 10.031\text{cm}$$

$$\bar{X}_b = \bar{X}_b' - \Delta_0 = 1.0156 - (-0.004) = 1.0160\text{cm}$$

【数据处理和不确定度分析】

$$\bar{Y} = \bar{X}_a \cdot \bar{X}_b = 10.031 \times 1.0160 = 10.190\text{cm}^2$$

$$\Delta X_a = \sqrt{\sigma_a^2 + \Delta X_{a仪}^2} = \sqrt{1.22 \times 10^{-4} + (0.002)^2} = \sqrt{1.26 \times 10^{-4}} = 1.1 \times 10^{-2}\text{cm}$$

$$\Delta X_b = \sqrt{\sigma_b^2 + \Delta X_{b仪}^2} = \sqrt{88 \times 10^{-8} + (0.0004)^2} = \sqrt{104 \times 10^{-8}} = 10.2 \times 10^{-4}\text{cm}$$

$$E = \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta X_a}{\bar{X}_a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_b}{\bar{X}_b}\right)^2}$$

$$\Delta Y = \bar{Y}\cdot\sqrt{\left(\frac{\Delta X_a}{\bar{X}_a}\right)^2+\left(\frac{\Delta X_b}{\bar{X}_b}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\Delta X_a^2\cdot\bar{X}_b^2+\Delta X_b^2\cdot\bar{X}_a^2}=\sqrt{1.26\times10^{-4}\times1.0160^2+104\times10^{-8}\times10.030^2}=1.5\times10^{-2}\mathrm{cm}^2$$

测量结果

$$Y=\bar{Y}\pm\Delta Y=10.190\pm0.015\mathrm{cm}^2$$

五、有效数字

1. 什么是有效数字

在对被测物理量所做的观测过程中，在进行数据处理和数值计算过程中，在表示最后的实验结果时，为了能合理地、恰如其分地以数表量，必须引入有效数字概念。

凡能合理地、恰如其分地表示量值、运算结果或实验结果的数字，称为有效数字，一般说来，它由若干位准确数字和一位欠准数字组成。

设想对某物长度 x 进行多次重复测量，取得

$$\bar{x}=15.3542\mathrm{cm},\ \Delta x=0.045\mathrm{cm}$$

注意不确定度（误差项）的第一位非零数“4”已影响到 $\bar{x}$ 的第四位数“5”，这表明“5”不可靠，因此是欠准数字，首位欠准数后面的“4”更不可靠，但常常保留着以修正首位欠准数，它是第二位准数。欠准数“4”后面的数字通常不再保留，因为它们是无意义数字。首位欠准数前面的数字是准确数字。这样，在 $\bar{x}=15.3542$ 中，头三位 1 ,5,3 是准确数；5 ,4 是欠准数，末位 2 是无意义数，可表示为

$$x=15.354\pm0.045 \tag{0-12}$$

或

$$x=15.35\pm0.05 \tag{0-13}$$

注意误差项通常保留两个数字或一个数字。一般情况下，不允许超过两位数。在任何情况下，绝不允许超过三位数，因为那样做是不合理的。

注意在式（0-12）和式（0-13）中，x 均有四位有效数字，不要错误地认为式（0-12）中的 x 有五位有效数。

还需注意，在不加任何说明的情况下，x 的最后示值中只应保留一位欠准数字。

2. 量值的有效数字

（1）刻度式仪表　如米尺、秒表、温度计以及指针式电表等，均属刻度式仪表。这类仪表都有一定的最小分度值，通常称为精度值。这类仪表的量值通常可以估读到分度位的下一位。

例如分度值为 1mm 的米尺，在观测条件良好时可估读到 0.1mm，如 0.43cm，5.37cm，12.50cm 等。

再举毫安表为例，设量程为 3mA，有 75 分格，可以估读到 0.1 格，相当于$\frac{3}{75}\times0.1=$ 0.004mA，当指针指示 1.6 格，13.4 格和 71.5 格时，相应的量值应为 0.064mA，0.536mA 和 2.860mA 等。

对于分度线间距甚小者，如秒表、水银温度计之类的仪器，线间距往往不足 0.5mm，对于这类仪器，估计位可以按 0.2 分格或 0.5 分格估读，例如 0.01s 精度的秒表，可以读出 11.350，11.355，11.360，11.365，…（s）等，最后一位取“0”或“5”。

（2）游标尺　许多仪器如游标卡尺、角度分度盘、电位差计的分度盘等，常使用游标卡

尺来帮助估读最后一位数字。这类仪器通常只能估读到游标尺的精度位，例如0.02mm的游标卡尺可以读出如1.230，1.234，…（cm）等。

（3）步进式仪表　如电阻箱、电桥等，一般是读到最后一个步进位。

（4）数字式仪器　如数字计时器、数字温度计和数字电压表等，一般也是读到最后一位。

量值的最后一位数字称估计位，它是估计数字，其余的称为直读数字。注意估计数字一定是欠准数，而直读数字则不一定全部都是准确数。

3. 科学记数法

在十进制中，有效数字的位数与小数点的位置或单位换算无关，如某物长度为50.20mm、亦可记做5.020cm、还可记做0.05020m。以上三个数都是四位有效数字。又如某物长度为3.420m，能否记做3420.0mm，显然不能。这两个数字代表着各自精度不同的尺子测量的结果，前者最小分度值为cm，后者最小分度值为mm。为了避免因单位换算带来了错误，用科学记数法来表示有效数字，即把数据小数点前面只留一位非零数，后面再乘以10的方幂的形式。如 $3.420\text{m} = 3.420 \times 10^{-3}\text{km} = 3.420 \times 10^{2}\text{cm} = 3.420 \times 10^{3}\text{mm}$。

4. 有效数字的舍入规则

在处理测量数据时，经常要涉及到数据尾数的舍入问题。一般通用的舍入规则是：四舍六入五凑偶。即小于五者舍，大于五者入，等于五者则把尾数凑成偶数，这种舍入原则的出发点是使尾数舍与入的概率相等。

如，将4.5276，0.073421，72.4501，14.65，14.55等都化为三位有效数字。结果为

$4.5276 \longrightarrow 4.53$　　（入，$7>5$）

$0.073421 \longrightarrow 0.0734$　　（舍，$2<5$）

$72.4501 \longrightarrow 72.5$　　（入，$501>500$）

$14.65 \longrightarrow 14.6$　　（舍，$5=5$ 凑偶）

$14.55 \longrightarrow 14.6$　　（入，$5=5$ 凑偶）

下面介绍测量结果中，测量值与不确定度的取位与舍入规则。

（1）不确定度一般取一位有效数字，当首位非零数是1或2时，可取两位数字，相对不确定度的取位也采用相同规则。

对于不确定度主要考虑的是不要估计不足，因此，对其尾数一律采用只入不舍。如，不确定度为0.44可以化为0.5或0.312可以写为0.32。

（2）表示测量值最后结果的有效数字尾数应与不确定度的尾数对齐，测量值的尾数舍入仍遵从上述规则。

5. 有效数字的运算规则

当用直接测得量计算间接测量值时，间接测量值的有效数字位数，只要求出间接测量值的总不确定度后，就可以根据上述取位规则确定下来。在有些场合下不要求不确定度时，怎样确定计算结果的有效数字呢？可按下述方法粗略确定。其原则是：欠准数字与准确数字相加减或相乘除，其结果仍是欠准数字。在最后的结果中只保留一位欠准数字，其后的数字是无意义的，应按舍入规则截去。

如，加减法运算中（为了清楚，在欠准数字上方加一横线）

$$4.3\bar{2} + 0.24\bar{8} = 4.5\bar{6}\,\bar{8} = 4.5\bar{6}$$

$$86.4\bar{6} - 6.\bar{2} = 80.\bar{2}\,\bar{6} = 80.\bar{3}$$

可见和差运算的结果欠准数字的位置与参与加减各量中欠准数字量值位置最大的一个相同。

又如，乘除运算中

$$8.34\bar{5}\times 23.\bar{9}=19\bar{9}.\bar{4}\bar{4}\bar{5}\bar{5}=1.9\bar{9}\times 10^{2}$$

$$3764.\bar{3}\div 21.\bar{7}=17\bar{3}.\bar{4}\bar{7}\bar{0}\cdots=1.7\bar{3}\times 10^{2}$$

可见积或商的有效数字位数与参与运算各量中有效数字位数最少的相同。很显然，乘方或开方运算结果的有效数字位数与其底的有效数字位数相同。

至于指数、对数、三角函数运算结果的有效位数，可由改变量确定，如计算 lg7.356 的结果。因为

$$\lg 7.356=0.86664172\cdots$$

$$\lg 7.357=0.86670076\cdots$$

可见两运算结果在小数点后第四位产生了差别，因此 $\lg 7.356=0.8666$，最后一位 6 是欠准数字。

以上的运算规则适用于不要求进一步做误差分析和计算的情况，若作为中间运算，则应当多保留一位数字，以免进行最后评定时发现位数不够而不得不重新运算。

六、仪器误差

1. 仪器误差及其性质

仪器误差的性质十分复杂，一般说来，不仅包含系统误差和半系统误差，还包含随机误差。在实际应用中，多数情况下是把它当做半系统误差来处理的，而在传递分析过程中，却必须注意随机性与系统性的不同处理方法。

以伏特表为例，零点未调准引起的偏差是可以修正的，因此属系统误差；指针在偏转时受到的摩擦阻力矩时大时小，无规可循，引起的误差属随机误差。而在实际应用中，把半系统误差和随机误差的综合效应所产生的极限偏差作为仪器最大允许误差，并把它看做半系统误差。

2. 仪器误差表示方法

常见的仪器和量具的误差表示方式有以下几种

（1）相对误差有实际相对误差 $\delta_{实}$ 和标称相对误差 $\delta_{标}$ 两种表示方式，定义

$$\delta_{实}=\frac{\Delta x}{x_0} \tag{0-14}$$

其中 x_0 为实际值，Δx 为仪器示值或器件标称值的绝对值误差；

$$\delta_{标}=\frac{\Delta x}{x} \tag{0-15}$$

其中 Δx 同上，x 为仪器或器件的示值或标称值。若未加说明，则可理解为标称相对误差。

例如，某碳膜电阻标称值为 100Ω，额定相对误差为 5%，那么应该把 5%理解为标称相对误差，即

$$\delta_{标}=\frac{\Delta x}{x}=5\%$$

其中 $x=100\Omega$，故允许误差为

$$\Delta x=x\cdot\delta_{标}=100\times 5\%=5\Omega$$

（2）用绝对误差表示，某些量具如游标卡尺和螺旋测微计等，采用绝对误差来表示量具