普通物理实验

■ 李 静　厉志明 主编

华南理工大学出版社

普通物理实验

李　静　厉志明　主编

华南理工大学出版社
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

普通物理实验/李静　厉志明　主编．—广州：华南理工大学出版社，1994.8

ISBN　7-5623-0707-5

Ⅰ．普…

Ⅱ．李…

Ⅲ．物理—实验

Ⅳ．O4

华南理工大学出版社出版发行

（广州·五山　邮码 510641）

责任编辑：张巧巧

*

广东省新华书店经销

蓝图科技电脑排版　　广州利达印刷厂印装

*

1994年8月第1版　1994年8月第1次印刷

开本：787×1092　1/16　印张：25.375　字数：610千

印数1—5 000

定价：15.40元

(孙光华)普物实验老师

序

普通物理实验对培养大学生严谨的科学态度、初步掌握科学的实验方法、锻炼实验技能、加深对物理理论的理解都是十分重要的。因此，它既是物理专业的必修基础课，又是一般理工科专业的重要基础课程。

可是，由于过去一度不重视基础实验和经费缺乏，实验的仪器设备不足而又陈旧，教学质量得不到应有的保证。近几年，随着我国经济的持续高速发展和技术的进步，仪器设备得到了扩充和更新，普通物理实验的教学内容、实验方法和教学手段都在改变。因此，急需一部与新内容、新方法、新手段相适应的新教材。由李静和厉志明主编的《普通物理实验》一书正是应这一需要而问世的，这是一件有意义和可喜的事。

该书具有许多显著的特色：首先，该书第一次将双向标量这个新概念引进实验教材中，使得实验原理的叙述简明而严谨。其次，对实验仪器的构造、工作原理、使用方法的描述比较详尽，便于学生深刻了解实验过程和掌握操作方法。再者，书中给出处理实验数据的典型实例和使用微机处理实验数据的方法，帮助学生掌握处理实验数据的科学方法和新手段。此外，该书具有较好的兼容性，对一些专业、各层次都必做的实验课题，编入了不同要求的实验内容，便于按不同需要选用，使该书有较大的适应性。

做为一种新尝试，该书难免存在一些不足之处，希望通过教学实践，不断完善。更希望实验教学第一线的同行专家，编写出更多、更好的实验教材，共同促进高等院校物理实验教学质量的提高。

何宝鹏

1994 年 2 月广州

前 言

本书是根据1988年国家教委制订的高等师范院校物理专业《普通物理实验》教学大纲，结合广东省各校的实际教学情况和仪器设备状况编写的。全书分五章，内容包括：绪论、力学和热学实验、电磁学实验、光学实验、原子物理学实验。全书共有69个实验，其中绝大部分为必做的基本内容，其余部分供选做。为了使教材能够适用于本科物理专业和本科非物理专业，在编写具体实验时采取了下面措施：对于各类专业都要做的实验，按要求较高的专业编写，但实验内容和要求分成若干项，以便于取舍。为了减少篇幅，与偶然误差基本理论有关的内容编在附录B中，仅供进一步学习时参考。本书的特点有：

1. 实验原理的叙述严谨。在叙述原理时注意区分双向标量（有关双向标量的概念，请参阅附录A）和纯标量，参考方向和实际方向（也可简称方向）、矢量的分量和矢量的模，在分析含有双向标量的问题时，都以它们的参考方向作为分析的依据，以增强分析过程的科学性和分析结果的普遍性。从而纠正了一些由于忽视上述区别而造成的错漏。

2. 对仪器的结构原理和使用方法的介绍尽可能详细和具体。便于学生阅读和理解，以利于加强基本技能的训练。

3. 某些实验后面附加数据处理实例。目的在于帮助学生较快地理解和掌握处理数据的方法、步骤和要求，以增强这方面的基本训练。另外，在几个实验中编入了用微机处理数据的程序，让学生使用计算机处理数据。

本书由李静、厉志明主编，参加编写的有李静（绪论、第五章5.1），李明溪（第二章2.1、2.2.1、2.2.3、2.2.8～2.2.14、2.2.21、附录C），麦殿洲（2.2.2、2.2.15、2.2.16），陈南生（2.2.4、2.2.20），罗质华〔2.1.2、2.2.5、2.2.18、2.2.19、（也经幸良樑审阅）第五章5.2.5〕，郑毓通（2.2.6、2.2.7、2.2.22），杨泽贤（2.2.17、2.2.23、5.2.1），厉志明（第三章3.1、3.2.1、3.2.4～3.2.6、3.2.11、3.2.13～3.2.17、3.2.19），王宁星（3.2.2、3.2.18、第四章4.2.1、5.2.2），黄汉邦（3.2.7～3.2.9），李增田（3.2.3、3.2.10、3.2.12），王德秋（3.2.20～3.2.23、4.2.18），黄伟荣（4.1、4.2.4、4.2.5、4.2.7、4.2.13、4.2.14、4.2.17），夏榕（4.2.2、4.2.15、4.2.16），李新中（4.2.3、4.2.11、4.2.12、5.2.3），周和平（4.2.6、4.2.10），吴章量（4.2.8、4.2.9），曹镜波（5.2.4）。此外，附录A由郭木森和陶力沛执笔。

本书由郭木森教授（国家教委电子与信息科学教学指导委员会成员）主审。力、热学、电磁学三个部分的实验原理均经郭木森审阅，光学和原子物理部分的实验原理由龙启钧副教授审阅。

本书编写过程中得到了华南师大物理系、广州师院物理系等领导的大力支持及实验物理教研室全体同志的协助，参阅了兄弟院校的有关教材，在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，错漏在所难免，恳请读者批评指正。

编　者

1994年2月15日

目 录

第一章 绪论

第二章 力学和热学实验

第三章 电磁学实验

第一章　绪　论

1.1　普通物理实验课的目的

物理学是一门以实验为基础的科学。物理实验对物理学概念、原理和定律的建立和发展起过极为重要的作用。

普通物理实验课与物理学课程联系密切，它既是用实验方法加深对物理学规律认识的手段，又是对学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课程。因此，本课程的目的，是使学生在物理实验的基本知识、基本方法和基本技能等方面受到较系统而严格的训练，培养分析问题和解决问题的能力；培养科学的态度和作风，从而为具备一定的科学实验能力和实验素养打下良好基础。

通过本课程的学习和实践，要求达到：

(1) 掌握实验中采用的实验方法和基本的测量方法。

(2) 熟悉常用仪器的结构和工作原理，并熟练进行调整、操作和读数。

(3) 学会观察、分析物理现象，通过实验加深对某些物理概念和规律的认识和理解。

(4) 掌握误差的基本理论，包括：

①计算误差和由误差评价实验结果的方法。

②分析各种误差对实验结果的不同影响以及减小误差的方法。

(5) 能正确运用有效数字，掌握对实验数据的处理方法，如作图法、逐差法（即分组求差法）及一元线性回归法等。

(6) 具有严肃认真、实事求是的科学态度和工作作风以及实验素养。

1.2　普通物理实验课的教学环节与要求

本课程的教学环节包括：1. 预习课，2. 实验课，3. 写实验报告。

1. 预习课

预习课是学生在阅读本教材的基础上，到实验室认识和熟悉仪器装置，并由教师引导讨论实验中的要点和难点。具体要求如下：

(1) 课前要认真钻研本教材，做到：①了解每一次实验的目的和要求；②着重理解实验所依据的理论、方法。

(2) 上课时要仔细阅读有关仪器的使用说明书和实验指导卡，做到：①熟悉仪器的结构、工作原理及使用条件；②对仪器的调整、操作和读数作初步练习；③搞清楚每一个实验步骤的含义和注意事项等。

(3) 写预习报告，预习报告内容包括：

①实验题目；

②绘制原始数据记录表格（原始数据是指实验中直接读取的、未作任何运算的数据）。预习报告内容也可由教师指定。

2. 实验课

这是学生在教师指导下独立操作、观测和记录的实践过程。具体要求如下：

（1）要遵守实验室规章制度，遵守仪器的操作规程（特别是较精密的仪器），爱护仪器设备。

（2）摆设仪器装置要有计划，有条理。做到既便于操作和读数，又便于检查仪器故障。

（3）实验过程中要边认真操作边思考，并注意判断所测数据是否合理。

（4）要如实地将原始数据记录在预制的表格内。做到不管重复测试多少次，始终认真负责。实验完毕，再仔细检查数据，请教师审阅认可后，再收拾仪器。

3. 写实验报告

这是学生对所做实验结果的书面报告。其内容包括：

（1）实验题目、姓名、班级、日期。

（2）实验目的（概括为几点）。

（3）实验仪器（写明仪器的名称、规格）。

（4）实验原理（扼要地叙述实验所依据的原理、定律。说明公式的成立条件，各物理量的意义及测量对象等，并画出原理图）。

（5）数据处理　绘制数据表格，将原始数据转录在其中，进行数据整理和计算（包括误差计算），或绘制图线，求出实验结果。

绘制表格的要求：

①要简单明确表示物理量之间的对应关系。

②在标题栏内要标明各符号所表示的物理量意义及其单位，包括数据的数量级。

③要正确表示所列测量值的有效数字。

（6）讨论　根据每一次实验情况和结果，从以下几方面的问题进行讨论：

①运用本实验原理、方法是否完成了对主要物理量的测量，是否达到了实验的目的和要求？

②对仪器的工作原理、使用方法的掌握熟练程度如何？

③实验过程中观察到哪些物理现象？怎样解释？实验时遇到了什么问题？从中受到了什么启示？

④实验的系统误差表现在哪些方面？采取了什么措施使误差减小或消除？对实验结果有什么样的影响？

⑤实验结果的偶然误差是否在允许误差范围内？用误差分析方法，说明哪些测量的误差对结果影响较大？哪些测量的误差可以略而不计。

⑥实验后的收获和体会或对改进实验的建议（如实验方法、仪器装置等）。

总之，实验教学虽然是在教师指导下进行的，但在实验中由学生独立操作。因此，必须强调学习的自觉性和主动性。有意识地锻炼自己的自学能力和动手能力，积极地思考和探讨问题，主动地获取知识，不断增强自己的实验才能。

1.3 测量与误差

1.3.1 测量及其分类

做物理实验必须对物理量的大小进行测量。所谓测量就是借助计量仪器把待测量的大小表示出来。物理量的单位采用国际单位制（SI 制），此制规定了七个基本计量单位，它们是：长度为米（m），质量为千克（kg），时间为秒（s），电流强度为安培（A），温度为开尔文（K），物质的量为摩尔（mol），发光强度为坎德拉（cd）。由基本计量单位组成的导出单位详见附录 C。

测量可分为两类：一类是用计量仪器直接测量取得的，称为直接测量。例如，用米尺测量某单摆摆线的长度，用天平称衡某物体的质量，用电流表测量通过某导体的电流等等。另一类是不能直接用计量仪器测出待测量的大小，必须通过待测量和某几个直接测量值的函数关系算出待测量的大小，这种测量称为间接测量。例如用单摆测重力加速度 g，先测量摆长 l 和周期 T，再根据周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{1}{g}}$ 算出 g。又如，用伏安法测量某导体的电阻 R，先测量通过导体的电流 I 和导体两端的电压 U，再根据欧姆定律 $R=\frac{U}{I}$ 求出 R 等等。

有些测量，既可以间接测量，也可以直接测量，这主要与测量时所要求的准确度及所采用的测量方法有关。例如，当准确度要求不高时，我们也可以用欧姆表直接测量导体电阻。

按测量条件的异同，测量还分为等精度测量和不等精度测量。若多次测量都是在相同条件（指测量方法、使用的仪器、外界环境和观测者都不变）下进行的，则称为等精度测量。否则，称为不等精度测量。

1.3.2 误差及其分类

1. 误差的定义

设某物理量的测量值为 x，而客观实际值（即真值）为 a，则测量值 x 和真值 a 之差值，称为测量值的误差 ε，即

$$\varepsilon = x - a \tag{1-1}$$

误差 ε 有正、负号，其绝对值 $|\varepsilon|$ 反映了测量值 x 和真值 a 之间的偏离大小，故也称为绝对误差。

在实际测量中，误差的产生是不可避免的。这是由仪器的灵敏度不高和分辨能力不够、实验原理的近似性、环境条件的不稳定性和观测者的能力有限等因素所造成的。为了减少误差，求出在给定实验条件下待测量的最佳值（即最接近于真值的测量值），并估计该最佳值的可靠程度，必须了解误差的性质、起因及其规律。

2. 误差的分类及其规律

根据误差的性质及其来源，可将误差分为两大类，一类是系统误差，另一类是偶然误差。下面分别加以讨论。

（1）系统误差

在相同条件下多次重复测量某物理量时，若各次误差ε的绝对值和符号都相同，或按某确定的规律变化，则这类误差称为系统误差。

系统误差的主要来源有三个方面：

①仪器误差　这是由于仪器装置本身的不完善或没有按规定条件调整和使用而引起的误差。例如天平不等臂引起的误差；仪表的零示值不为零引起的误差；标尺刻度不准确引起的误差等等。

②理论近似性引起的误差　例如用单摆测量重力加速度的理论公式是近似的，因此，在测单摆周期时，摆角 $\theta \approx 0$ 的条件不满足必然带来一定的误差。

③人为误差　这是由于观测者个人的固有习惯、反应的快慢等因素引起的。例如，有的人在读数时总是偏大或偏小；按动秒表计时时总是滞后或提前等等。

由上面讨论可知，第一，我们不能在相同条件下通过多次测量来消除系统误差。第二，由于系统误差一般都有确定的来源，因此，可以采取适当的措施使其尽量减少。例如由于天平不等臂引起的误差，可用复称法来消除（详见第二章2.1中的有关内容）；电表指针不指零引起的误差，可调节零位调节器使指针指零等等。第三，对系统误差的来源的分析与判断，却是一个比较复杂的问题，我们将在某些实验中进行具体分析和讨论。

（2）偶然误差（随机误差）

假设实验中已经消除系统误差，那么，在相同条件下多次重复测量某物理量时，由于某些偶然因素，还会使每次的测量值出现误差，这时，误差ε的绝对值和符号变化不定，即具有随机性，这类误差称为偶然误差（也称为随机误差）。

偶然误差的来源也是多方面的，大致有：

①环境和实验条件的无规则变化，如温度和湿度的变化、电源电压的微小起伏、气流的扰动、以及振动等对仪器的影响而引起的误差等。

②由于观测者的生理分辨能力、感官灵敏度等因素的限制而引起的误差。例如按动秒表时，有时过早，有时过迟，使每次测得的周期互不相同而产生误差等。

由于偶然误差的产生是由上述某些不确定的因素引起的，因此很难找出原因加以消除，但可以根据偶然误差的统计分布规律采取办法使其减小。

如上所述，在相同条件下的多次测量中，由于偶然误差的出现，使每次所测得的测量值均不相同。就其中某一次的测量值而言，误差的绝对值和正、负号是不确定的。但是，当无限增加测量次数时，对所测得一系列测量值而言，误差的绝对值和正、负号的分布将服从一定的统计规律，它就是正态分布规律，也就是高斯分布定律。其特点是：

①绝对值小的误差比大的误差出现的概率大；②绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等；③绝对值很大的误差出现的概率趋近于零。也就是说，误差不会超过一定的极限值。

（3）最佳估算值

设在相同条件下对某物理量 x 测量 n 次，测量值为 x_1、x_2……x_n，其算术平均值为

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_n)/n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1-2}$$

设测量值中无系统误差，则每个测量值的偶然误差为

$$\varepsilon_i = x_i - a$$

其中 a 为真值。将各测量值的误差相加并除以 n，可得

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a) = \bar{x} - a$$

由于各测量值的误差有正有负，相加时有部分将相互抵消，n 越大相互抵消的部分越多，平均值 $\bar{x}$ 的误差 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i$ 就越小，由此可以得出：

①在相同条件下，增加测量次数可以减小测量结果的偶然误差。

②当测量值没有系统误差时，若 $n\to\infty$ 时，则 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\to 0$，即有

$$\bar{x}\to a$$

即算术平均值 $\bar{x}$ 是真值 a 的最佳估计值。所以可取算术平均值作为该待测量的测量结果。

综上所述可知，系统误差和偶然误差的性质不同、来源不同、处理方法也不同。对于系统误差，第一，一般应在实验前对测量仪器、实验装置进行校正。第二，对有些由于实验方法产生的误差应在实验时加以补偿或修正，使其对测量结果准确度的影响尽可能减小。第三，若系统误差的符号和绝对值均已确定，则必须对测量值进行修正；若符号或绝对值尚未确定，则只需分析其对测量结果准确度的影响。对于偶然误差，为了使之减小，一般都要对待测量重复测量多次。但由于实际操作时间有限，有些物理量也不可能重复测量很多次，所以一般只取 4～10 次。对偶然误差的大小，一般都要求予以估计。

1.3.3　直接测量值误差的估计

上节已说明，在相同条件下，多次测量某物理量的最佳值为各个测量值 x_i 的算术平均值 $\bar{x}$。平均值 $\bar{x}$ 虽是最佳值，但并不是真值。设对同一物理量测得两组数据，测量次数相同，算出的平均值 $\bar{x}$ 也相同，但两组数据的分布却不相同，第一组数据比较集中，第二组数据比较分散。如何判断两组数据中哪一组较为可靠呢？对这两组数据进行分析后可以认为，前者的测量精密度较高，而后者的测量精密度低。由此得出，对于相同的测量次数 n 来说，$\bar{x}$ 的可靠程度还取决于各数据的离散情况。下面叙述的标准误差和平均绝对误差，就可以描述数据的离散程度，评价测量值的可靠性。

1. *测量列的标准误差（均方误差）*

测量列就是指一组测量值。对某物理量 x 作 n 次等精度测量时，测量列中任一测量值的标准误差 σ 定义为各测量值误差平方的平均值的平方根。即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2}{n}} \tag{1-3}$$

σ 也称为均方误差。可以看出，用上式计算得出的 σ，不会由于各个测量值 x_i 的偶然误差有正有负而互相抵消，因此能如实反映各个 x_i 偏离真值 a 的程度，亦能反映各数据的离散情况。我国采用均方误差 σ 作为测量精密度的评定标准，故称为"标准误差"。

实际上真值 a 是未知数值，运算时可以用残差 $\nu_i = x_i - \bar{x}$（测量值和算术平均值之差）代替误差 $\varepsilon_i = x_i - a$。由（1－1）、（1－2）和（1－3）式可以证明（参阅附录B），用残差表示标准误差的表示式为

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \tag{1-4}$$

为了区别 σ' 和用（1－3）式表示的 σ，将（1－4）式表示的 σ' 称为标准偏差。

如上所述，标准偏差 σ' 可以用来对测量列的可靠性进行评估。若 σ' 值较小，则测量列的分布比较集中，测量的可靠性就大些，若 σ' 值较大，则测量值较分散，测量就不太可靠。它和误差 ε 的关系可由偶然误差统计理论（见附录B）得出，即测量列的标准偏差为 σ' 时，此测量列中某一测量值 x_i 的实际误差 $\varepsilon_i(=x_i-a)$ 落在 $(-\sigma', +\sigma')$ 区间内的概率为68.3%，换句话说，测量列中某一测量值 x_i 有68.3%的概率落在 $(a-\sigma', a+\sigma')$ 区间之内。由此可知，在测量同一物理量并以相同的测量次数 n 得到几个测量列，在消除了系统误差之后，其 σ' 值小的，其最佳值 $\bar{x}$ 较可靠，σ' 值大的，$\bar{x}$ 不太可靠。

2. 算术平均值的标准误差

由误差统计理论可以证明（详见附录B），若算术平均值 $\bar{x}$ 的标准误差用 $\sigma_{\bar{x}}$ 表示，则它与测量列的标准误差 σ 之间的关系为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1-5}$$

用残差表示则为

$$\sigma'_{\bar{x}} = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-6}$$

上式表明，增加 n 可使 $\sigma_{\bar{x}}$ 减小。但 $\sigma_{\bar{x}}$ 是按 $1/\sqrt{n}$ 规律减小，当 n 较大以后 $\sigma'_{\bar{x}}$ 减小的速率比 n 的增加速率慢得多，故 n 取4～20次之间即可，此时仍可用（1－4）式和（1－6）式近似计算 σ' 和 $\sigma_{\bar{x}}$，以估计偶然误差。

算术平均值的标准偏差是对测量结果 $\bar{x}$ 的可靠性的估计。当平均值的标准偏差为 $\sigma'_{\bar{x}}$ 时，平均值 $\bar{x}$ 的误差 ε（$=\bar{x}-a$）落在（$-\sigma'_{\bar{x}}+\sigma'_{\bar{x}}$）区间内的概率是68.3%。由于 $\sigma'_{\bar{x}}<\sigma'$，可见平均值 $\bar{x}$ 的可靠程度大于任一测量值 x_i。

3. 测量列、算术平均值的平均绝对偏差

测量列的平均绝对偏差 Δx 的表示式为：

$$\Delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}|}{n} \tag{1-7}$$

算术平均值的平均绝对偏差 $\overline{\Delta x}$ 为

$$\overline{\Delta x}=\frac{\Delta x}{\sqrt{n}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}|x_i-\overline{x}|}{n\sqrt{n-1}} \tag{1-8}$$

式中 Δx 和 $\overline{\Delta x}$ 值同样是对测量列和测量结果($\overline{x}$)可靠性的估计。Δx 的大和小分别反映测量列精密度的低和高；$\overline{\Delta x}$ 的大小是对测量结果(x)可靠程度的评价。

实际计算时常用 (1-7) 式求得的 Δx 值来评价测量结果，此时可粗略地认为 $\overline{\Delta x}$ 是平均值 $\overline{x}$ 的最大误差。

实验中是使用标准偏差还是使用平均绝对偏差来评价测量结果，可根据实验内容和要求来定。

4. 测量结果的表达，绝对误差和相对误差

设某测量列的算术平均值及其标准偏差为 $\overline{x}$ 及 $\sigma_{\overline{x}}$，则测量结果表达式为 $x=\overline{x}\pm\sigma_{\overline{x}}$。因 $\sigma_{\overline{x}}$ 值只是对测量结果可靠性的估计，故只取 1 位数，首位是 1 时可取两位，而下一位零以上的数一律进位。例如，算得 $\sigma_{\overline{x}}=0.21$ (cm)，首位是 2，只取一位，将其下一位数 1 进位后便得 $\sigma_{\overline{x}}=0.3$cm；又如算得 $\sigma_{\overline{x}}=0.123$ (s)，首位是 1，可取两位，将第三位数 3 进位后便得 $\sigma_{\overline{x}}=0.13$ (s)。注意对于误差值主要考虑不要估计不足，如前者 $\sigma_{\overline{x}}\neq 0.2$ (cm)，后者 $\sigma_{\overline{x}}\neq 0.12$ (s)。对于测量结果的数值则要考虑它的准确程度，所求平均值 $\overline{x}$ 的取位必须与 $\sigma_{\overline{x}}$ 值的末位对齐，而其下一位数，采取 4 舍 5 入的修约法则。例如算得 $\overline{x}=80.54$ (cm)，$\sigma_{\overline{x}}=0.3$ (cm)，则测量结果表达式为 $\overline{x}\pm\sigma_{\overline{x}}=80.5\pm0.3$ (cm)，$\overline{x}$ 值中的 $5(\frac{5}{10})$ 与 $\sigma_{\overline{x}}$ 值的 $3(\frac{3}{10})$ 对齐，5 的下一位 4 舍去。在实际测量中，有时为了使“舍”和“入”的概率相等，可采取下面规则：若下一位数是 4 或 4 以下的则舍掉，是 6 或 6 以上则进 1，是 5 而且前一位数字是奇数则进 1，前一位数字是偶数则舍弃（“0”视为偶数）。此规则称为“四舍六入五凑偶”法则。

同样，如果计算的是算术平均值的平均绝对偏差 $\overline{\Delta x}$，则结果表达式为 $x=\overline{x}\pm\overline{\Delta x}$。

举例：用米尺测量弦线的长度 L，共测 6 次。测得数据如表 1-1 所示，求其算术平均值及其标准偏差，并写出结果表达式。

表 1-1

n	1	2	3	4	5	6
L (cm)	80.23	80.29	80.19	80.24	80.20	80.24

(1) 求平均值

$$\overline{L}=\frac{1}{n}\sum L_i=\frac{80.23+80.29+80.19+80.24+80.20+80.24}{6}$$
$$=80.232(\text{cm})$$

根据 (1-4) 式和 (1-6) 式计算，测量列的标准偏差

$$\sigma=\sqrt{\frac{0^2+(0.06)^2+(0.04)^2+(0.01)^2+(0.03)^2+(0.01)^2}{6-1}}$$

$$= 0.036(\text{cm})$$

平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{L}}=\frac{0.036}{\sqrt{6}}=0.015\approx 0.02\ (\text{cm})$

所以结果为 $\bar{L}\pm\sigma_{\bar{L}}=80.23\pm 0.02\ (\text{cm})$

或 $\bar{L}\pm\sigma_{\bar{L}}=80.232\pm 0.015\ (\text{cm})$

运算过程中，算术平均值（$\bar{L}$）的取位一般与各测量数据的位数相同，但在计算误差之前，可暂时多取一位，然后根据误差大小，使平均值的位数与误差的末位对齐。

若对同一弦线测得第二组数据(见表1-2)进行同样计算，可得

表1-2

n	1	2	3	4	5	6
L' (cm)	80.16	80.31	80.15	80.29	80.30	80.16

平均值 $\overline{L'}=\frac{1}{n}\sum L_i=80.228\ (\text{cm})$

$$\sigma'=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(L_i'-\overline{L'})^2}{n-1}}=0.079(\text{cm})$$

$$\sigma_{\overline{L'}}=\frac{\sigma'}{\sqrt{n}}=\frac{0.079}{\sqrt{6}}=0.04(\text{cm})$$

结果为 $\overline{L'}\pm\sigma_{\overline{L'}}=80.23\pm 0.04\ (\text{cm})$

由此可见，对同一弦线测得两组数据的平均值相等，即 $\bar{L}=\bar{L}=80.23$ (cm)，但 $\sigma_{\overline{L'}}$是 $\sigma_{\bar{L}}$的2倍，后者的测量精密度低于前者。

设测量两个不同长度的弦线，若它们的结果分别为 $\bar{L}_1\pm\sigma_{\bar{L}_1}=100.00\pm 0.01$ (cm) 和 $\bar{L}_2\pm\sigma_{\bar{L}_2}=10.00\pm 0.01$ (cm)，那么，从 $\sigma_{\bar{L}_1}=\sigma_{\bar{L}_2}=0.01$ (cm) 来看，对两次测量精度的评价是相同的，但前者的误差只占测量结果的0.01%，而后者占0.1%。由此可见，当比较不同测量结果的可靠性时，不能用绝对误差来描述，而应该采用相对误差 E，它的定义为待测量的绝对误差与测量值之比值，即

$$E=\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}\times 100\%\left(\text{或}\frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}}\times 100\%\right) \tag{1-9}$$

相对误差没有单位，常用百分数表示，可取一至两位数字。如上例的相对误差为

$$E=\frac{\sigma_{\bar{L}}}{\bar{L}}\times 100\%=\frac{0.02}{80.23}\times 100\%=0.03\%$$

$$E'=\frac{\sigma_{\bar{L}}}{\overline{L'}}\times 100\%=\frac{0.04}{80.23}\times 100\%=0.05\%$$

当待测量值有公认值（或理论值）$x_{理}$ 时，测量值 x 的相对误差（也称百分误差）为

$$E=\frac{|x-x_{理}|}{x_{理}}\times 100\% \tag{1-10}$$

5. 异常数据的判别和剔除

在一个测量列中，误差超过极限值的数据，称为异常数据。它的出现，往往是由于某

种错误（如观测者读数或记录错误、操作不当等）引起的。判别异常数据，可根据偶然误差的统计理论。现将常用的两种判别准则介绍如下：

（1）3σ 准则（也称拉依达准则）

根据偶然误差的分布规律，当测量列的标准偏差为 σ 时，任一测量值的误差落在（$-\sigma$，$+\sigma$）区间内的概率为 68.3%，落在（-2σ，$+2\sigma$）区间内的概率为 95.5%，落在（-3σ，$+3\sigma$）区间的概率为 99.7%，而落在 $\pm 3\sigma$ 区间外的概率仅为 0.3%。在测量次数 n 有限的测量中，测量值的误差实际不会超过 3σ，故称 3σ 为极限误差。如果在多次重复测量中，某测量值 x_i 的残差的绝对值大于 3σ，即 $|x_i-\bar{x}|>3\sigma$，该测量值 x_i 可判为异常数据，应予以剔除。此准则只有在测量次数无限大时才可靠，故通常采用下面介绍的肖维涅准则。

（2）肖维涅准则

当一测量列的标准偏差为 σ 时，肖维涅准则规定的误差极限值为 $k\sigma$，k 是一个和 n 有关的系数（见表 1-3）。即当 $|x_i-\bar{x}|\ |>k\sigma$ 时，该测量值 x_i 判为异常数据，应予以剔除。由表 1-3 中可见，当 n 较大（接近于 200）时，$k\approx 3$，此准则即为 3σ 准则。

表 1-3

n	k	n	k	n	k
4	1.53	12	2.04	20	2.24
5	1.65	13	2.07	30	2.39
6	1.73	14	2.10	50	2.58
7	1.79	15	2.13	100	2.81
8	1.86	16	2.16	200	3.02
9	1.92	17	2.18	500	3.20
10	1.96	18	2.20		
11	2.00	19	2.22		

$k=|x_i-\bar{x}|/\sigma$

举例：用温度计测定某液体的温度 T，测得数据如表 1-4 所示。判别异常数据，并求出测量结果。

表 1-4

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T（℃）	30.26	30.28	30.29	30.18	30.11	30.22	30.23	30.18	30.25	30.24

温度平均值 $$\bar{T}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}T_i=30.224\ (℃)$$

测量列的标准偏差 $$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i-\bar{T})^2}{n-1}}=0.055\ (℃)$$

误差极限值 $$k\sigma=1.96\times 0.055=0.11\ (℃)$$

审查数据后发现，$|T_5-\bar{T}|=|30.11-30.224|>0.11$（℃），故 $T_5=30.11$（℃）为异常数