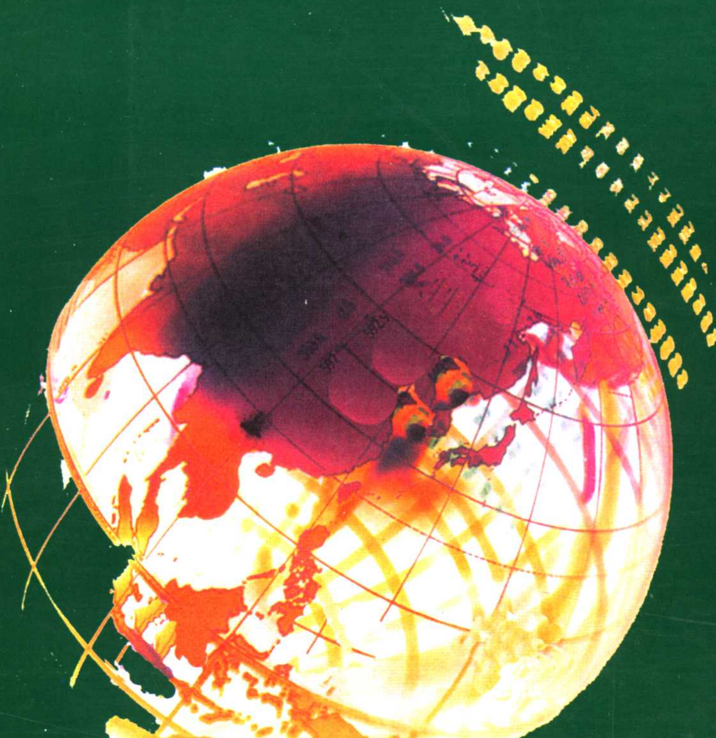
物理竞赛教程

总主编 张大同

·高一年级·

本册编著 彭大斌



华东师范大学出版社

总主编 张大同

物理竞赛教程

·高一年级·

本册主编 彭大斌

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理竞赛教程．高一年级/彭大斌主编．—上海:华东师范大学出版社,2001.12
ISBN 7-5617-2812-3

Ⅰ.物...　Ⅱ.彭...　Ⅲ.物理课-高中-教学参考资料　Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 076565 号

物理竞赛教程

.高一年级·

总 主 编　张大同
策划组稿　倪　明　郑国雄
本册主编　彭大斌
特约编辑　石国通
封面设计　高　山
版式设计　蒋　克

出版发行　华东师范大学出版社
市场部　电话 021-62865537
传真 021-62860410
http://www.ecnupress.com.cn
社　　址　上海市中山北路 3663 号
邮编 200062
印 刷 者　华东师范大学印刷厂
开　　本　890×1240　32 开
印　　张　10.25
字　　数　287 千字
版　　次　2001 年 12 月第一版
印　　次　2003 年 9 月第五次
印　　数　49 001—55 000
书　　号　ISBN 7-5617-2812-3/G·1379
定　　价　11.00 元

出 版 人　朱杰人

彭大斌，1964年毕业于湖南师范学院物理系，长沙市第一中学特级教师，现担任长沙市物理学会理事长、湖南省物理学会常务理事、湖南省政协委员等。获“全国模范教师”、“湖南省优秀专业技术工作者”等荣誉称号，4次获“湖南省神箭英才导师奖”，连续7次获湖南省奥林匹克“园丁奖”。所教学生在历年高考和各类物理竞赛中均列湖南省乃至全国之前茅，先后有13人代表湖南省参加全国物理竞赛决赛，在决赛中获得过全国第1、3、4名，其中3人先后入选国家代表队，在第21、24、27届国际物理奥林匹克竞赛中获得一块金牌，两块铜牌。先后发表有“引导学生在成功的道路上前进”等教学教研论文五十余篇，编著有《中学物理解题典型方法例谈》等教学专著十余种计200多万字。

目　录

第一讲 运 动 学

一、知识要点和基本方法

1. 描述质点运动的基本物理量

为描述一个质点的运动，首先必须选定一个参照物，不同的参照物对同一运动的描述一般说来是不同的。为表述的方便，我们还假想一个坐标系与参照物相固结，这个坐标系便为我们的参照系。通常我们所选用的参照系是固结于地球上的坐标系，即与地球无相对运动的坐标系。

描述质点运动的基本物理量有位置、位移、路程、速度(包括平均速度和瞬时速度)、速率和加速度等。它们在中学物理教材中已有明确的叙述，这里不再一一叙述。

值得注意的是，位移、速度、加速度都是矢量，因此在描述它们时，既要指出其大小，又要指出其方向。在研究它们的变化时，既要考虑其大小的变化，也要考虑其方向的变化。

2. 运动的合成和分解

质点运动时，若同时受到几个互相独立因素的作用，而这几个因素独立作用于质点时都可以使质点产生一个相应的运动，则此质点的运动可以看成是由这几个独立进行的运动叠加而成的，这就是运动的独立性原理或称为运动的叠加原理。这几个独立的运动称为分运动，而它们的叠加结果就称为合运动。例如，平抛运动中有两个独立的因素：一是质点具有的水平初速度，二是质点受重力的作用。显然，如果仅有初速度而没有重力作用，则质点将沿水平方向作匀速直线运动；而如果仅受重力作用而没有水平初速度，则质点将作自由落体运动。实际上，平抛运动是这两个因素同时作用的结果，故平抛运

动是上述两分运动叠加而成的合运动。

合运动的位移、速度、加速度都是由各分运动对应的位移、速度、加速度叠加而成的。这里应该注意时间上的同一性，例如，是由同一时刻各分运动速度叠加而得到这一时刻合运动的速度。

由各已知的分运动可以确定它们的合运动，反之，由合运动也可以确定它的分运动，这就是运动的合成和分解。由于位移、速度、加速度都是矢量，故它们的合成和分解都应当用矢量运算的运算法则即平行四边形定则来进行。

3. 抛体运动

通常指质点被抛出后仅受恒定重力作用的运动，包括平抛、斜上抛、斜下抛和竖直上抛运动。

处理抛体运动的方法，通常是把它分解为水平方向上的分运动和竖直方向上的分运动，作为两个分运动来处理。例如斜上抛运动便可看成是由水平方向的匀速直线运动和竖直方向上的竖直上抛运动所组成的合运动。但这不是唯一的处理方法，有时为了方便，也可以将抛体运动看成是由别的方向上的分运动组合而成的合运动。如前述的斜上抛运动也可以看成是沿初速度方向的匀速直线运动和自由落体运动两分运动组成的合运动。这一思路的来历是：只考虑初速度而不考虑重力作用时，质点将沿初速度方向作匀速直线运动，只考虑重力而不考虑初速度时，质点将作自由落体运动。

4. 圆周运动

质点运动的轨迹为圆周（或圆周的一部分）时，质点的运动称为圆周运动。圆周运动中，质点的速度方向沿圆周切线方向，其大小为

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t},$$

Δs 为质点在时间 Δt 内通过的弧长。

一般情况下作圆周运动的质点的加速度 a 可分解为沿半径指向圆心的分量 a_n 和沿圆周切线方向的分量 a_τ，如图 1-1 所示。其中 a_n 称为法向加速度（又叫向心加速度），它使速度的方向发生改变，a_τ 称为

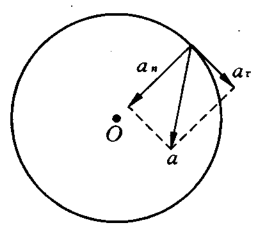


图 1-1

切向加速度，它使速度的大小发生改变。

对于匀速圆周运动，由于其运动速率不变，则 $a_\tau = 0$，故有

$$a = a_n = \frac{v^2}{R}。$$

对于一般的曲线运动，同样可将其加速度分解为 a_n 和 a_τ，其中

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}。$$

上式中的 ρ 为质点所在处曲线的曲率半径。

5. 相对运动

如前所述，同一运动在不同的参照系中，其描述是不同的，这就是运动的相对性。同一运动在不同参照系中的描述可以互相转换。以速度为例，这种转换有以下的两个基本关系，即

$$\vec{v}_{A对B} = -\vec{v}_{B对A},$$

$$\vec{v}_{A对C} = \vec{v}_{A对B} + \vec{v}_{B对C}。$$

上面的 $\vec{v}_{A对B}$ 表示 A 物体相对于 B 物体的速度，即以 B 物体为参照物时所得到的 A 的运动速度。对于位移和加速度，上述转换关系照样成立。

我们通过以下例子来说明上述转换关系的应用。例如在速度为 20 m/s 匀速行驶的火车上，有一人在车厢内以速度 1 m/s 朝车前进方向走动。这里，火车速度是指车对地的速度，即 $v_{车对地}$，而人走动的速度为人相对于车厢的速度，即 $v_{人对车}$，故在地面上看，人的速度应为

$$v_{人对地} = v_{人对车} + v_{车对地} = 21\ \text{m/s}。$$

又如，在旷野里有风速为 3 m/s 的北风，当一人在风中以 3 m/s 的速度向正西方走去时，由于 $v_{地对人} = -v_{人对地}$，故得此时 $v_{人对地}$、$v_{地对人}$、$v_{风对地}$、$v_{风对人}$ 这几个速度矢量的关系如图 1-2 所示。由图可见，此时

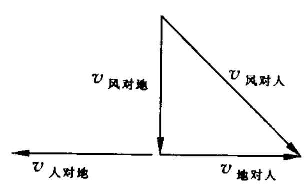


图 1-2

$$v_{风对人} = \sqrt{v_{风对地}^2 + v_{地对人}^2} = 3\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}。$$

$v_{风对人}$的方向是东偏南 45°，$v_{风对人}$就是此时人感到的风速，故此时人感到的风是从西北方向吹来的。

灵活地选用参照物，利用相对运动的转换关系，有时可使某些运动学问题的求解过程变得简捷。例如一个有代表性的问题是：一小船在河中逆流而上，某刻，船上的一球掉入河中而后在河水中随波逐流，历时 t_0 后，船上的人发觉球丢了，便立即掉转船头向下游驶去寻找丢失的球。问船掉头后要历时多久才能追上球？设河水流速恒定，船相对于水的速度也不变。此题若按常规思路取地球为参照物来求解则计算较繁。如取河水为参照物(由于球和流水是相对静止的，故也相当于取球为参照物)，则相当于球不动，自球掉下船至发现掉了球这一段时间内是船远离球而去，而船返回追球的这段时间内则为船向球靠拢，两阶段中两者间的相对速度大小不变。显然应有前后两段时间相等，故知船返回追上球的时间也为 t_0。

二、例题精讲

例 1 在地球赤道上的 A 处静止放置一个小物体。现在设想地球对小物体的万有引力突然消失，则在数小时内，小物体相对于 A 点的地面来说，将(　　)。

A. 水平向东飞去

B. 原地不动，物体对地面的压力消失

C. 向上并逐渐偏向西方飞去

D. 向上并逐渐偏向东方飞去

E. 一直竖直向上飞去

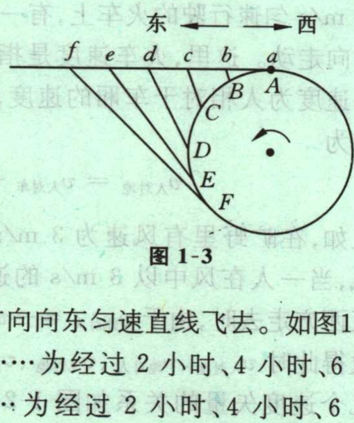


图 1-3

解 从地球外面的惯性参照系来看，物体将沿地球表面的切线方向向东匀速直线飞去。如图1-3所示，图中 A 为起飞点，B、C、D……为经过 2 小时、4 小时、6 小时……后 A 点的位置，b、c、d……为经过 2 小时、4 小时、6 小时……后小物体在空间的位置，Bb、Cc、Dd……为地面观察者观看

此小物体的视线。

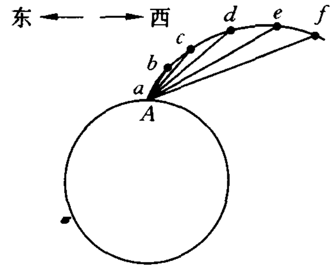


图 1-4

在地面上 A 点的观察者看来，这些视线相对于他的方向和距离如图 1-4 所示，将 A、b、c、d……用光滑的曲线连接起来就是从地球上观察到的物体的运动轨迹 $Abcd$……，即 2 小时后物体到 b 点处，4 小时后物体到 c 点处，6 小时后物体到 d 点处，……所以，从地球上观察，小物体相对于 A 点处的地面来说是从原地向上升起并逐渐偏向西方飞去。

故本题应选择的答案为 C。

例 2 一个学生的学校位于环形地铁的一个车站附近，他的住处在城市的另一端，靠近该环形地铁的另一个车站。这样，他可以乘坐任何一个方向的地铁去上学。所以，他总是哪个方向先来车，就坐哪辆列车。但是，这个学生注意到，他常常乘坐的都是顺时针方向开来的列车。如何解释这一现象？

解 以 T 表示开往同一方向的两列火车之间的时间间隔。如果顺时针方向开出的列车与最近一列逆时针方向开来的列车之间的时间间隔等于 τ 的话，那么逆时针方向开出的列车与顺时针方向开来的列车之间经过的时间就是 $T-\tau$。如果 $\tau<\frac{T}{2}$，则 $T-\tau>\tau$，该学生在 $T-\tau$ 时间内赶乘列车的概率大于在 τ 时间内赶乘的概率。很明显，前者是后者的 $\frac{T-\tau}{\tau}$ 倍。所以该学生经常乘坐的是顺时针方向的列车。

例 3 摄制电影时，为了拍摄下落物体的特写镜头，做了一个线度为实物的$\frac{1}{49}$的模型。放电影时，走片速度为每秒 24 张，为了使画面逼真，拍摄时走片速度应为多大？模型的运动速度应为实物运动速度的多少倍？

解 设实物在时间 t 内下落的高度为 h，而模型用时间 t_0 下落了对应的高度 h_0，则由自由落体公式应有

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

$$h_0 = \frac{1}{2}gt_0^2;$$

由于 $$\frac{h_0}{h} = \frac{1}{49},$$

故得 $$t_0 = \frac{1}{7}t。$$

可见放电影时应将模型运动的时间“放大”7 倍，才能使人们看电影时观赏到逼真的画面。为此，在拍摄电影时，拍摄的走片速度应为放映时走片速度的 7 倍，这样才可使对应于模型运动时间 t_0 而放映时间却为 $7t_0$。故得拍摄时走片速度应为

$$24\ 张/秒 \times 7 = 168\ 张/秒。$$

又设实物在某段时间 Δt 内以速度 v 通过位移 Δs，而模型与之对应的量则分别是时间 Δt_0、速度 v_0、位移 Δs_0，由于有

$$\Delta t_0 = \frac{1}{7}\Delta t,$$

$$\Delta s_0 = \frac{1}{49}\Delta s,$$

故得模型运动速度 v_0 与实物运动速度 v 之比为

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\Delta s_0/\Delta t_0}{\Delta s/\Delta t} = \frac{1}{7},$$

即模型运动速度应为实物运动速度的 $\frac{1}{7}$。

例 4 一湖的南北两岸各有一码头 A 和 B，有甲、乙两船分别于 A、B 间往返穿梭匀速航行，且船每到一码头立即返航(不计船在码头停靠的时间)。某刻，甲和乙刚好同时分别自 A 和 B 出发。此后，两船的第一次相遇点距 A 300 m，第二次相遇点距 B 200 m，求湖宽多少？自第一次相遇后，甲船至少还要航行多少航程，这两船才会在

第一次相遇的位置同样地相遇？

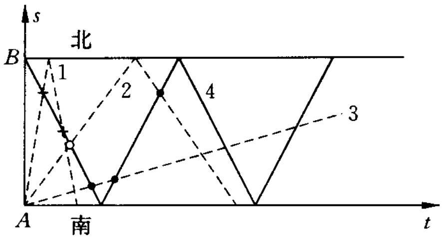


图 1-5

分析 两船的两次相遇有几种可能情况，这可以从图 1-5 中所示的两船的位置—时间图象上看出：其中图线 4 表示乙船的位置—时间图线；图线 1 表示甲船速度比乙船速度大很多时甲船的位置—时间图线，此时两船的两次相遇都是在乙船尚未到达南岸时（两船的相遇点在图中以“+”表示）；图线 2 表示两船速度大小相差不多时甲船的位置—时间图线，此时两船均在第一次到达对岸又返航后才发生第二次相遇（相遇点在图中以“∘”表示）；图线 3 表示甲船速度比乙船速度小很多时甲船的位置—时间图线，此时两船的两次相遇都是在甲船尚未第一次到达北岸时（相遇点在图中以“•”表示）。对于本题，应根据上述三种情况分别列式求解。

设甲、乙两船各自在湖中往返一次所用的时间分别为 $T_{甲}$ 和 $T_{乙}$，则两船第一次相遇后，经历时间

$$t = nT_{甲} \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

时，甲将和第一次“同样地”出现在两船第一次相遇的位置。经历时间

$$t' = n'T_{乙} \quad (n' = 1,\ 2,\ \cdots)$$

时，乙将和第一次“同样地”出现在两船第一次相遇的位置。显然，若 $t = t'$ 时，则甲和乙便和第一次“同样地”相遇了，而连续两次这样相遇中间的时间间隔应为 $T_{甲}$ 和 $T_{乙}$ 的最小公倍数 T。

解 设湖宽为 x，以 a 表示两船第一次相遇时与南岸的距离，b 表示两船第二次相遇时与北岸的距离，以 $v_{甲}$ 和 $v_{乙}$ 分别表示甲船和

乙船的航速，同时考虑到两船的航速各自恒定，故其自出发至第一次相遇的航程与其自出发至第二次相遇的航程之比，对于两船来说，这一比值应该相等。由此，可对上述的三种可能情况分别解答如下：

(1) 对于图线 1 所示的情况应有

$$\frac{a}{x+b}=\frac{x-a}{b},$$

将 $a=300\ \mathrm{m}$, $b=200\ \mathrm{m}$ 代入上式并整理之，可得

$$x^2-100x-120\,000=0,$$

解之得
$$x=400\ \mathrm{m}。$$

所以
$$\frac{v_{甲}}{v_{乙}}=\frac{a}{x-a}=\frac{3}{1},$$

则
$$\frac{T_{甲}}{T_{乙}}=\frac{v_{乙}}{v_{甲}}=\frac{1}{3}。$$

可见 $T_{甲}$、$T_{乙}$ 的最小公倍数即为 $3T_{甲}$，则两船第一次相遇后，甲船需再航行

$$s_1=3\times2\times400\ \mathrm{m}=2\,400\ \mathrm{m},$$

两船又和第一次“同样地”相遇。

(2) 对于图线 2 所示的情况应有

$$\frac{a}{x+b}=\frac{x-a}{2x-b},$$

将 a、b 之值代入并整理有

$$x^2-700x=0,$$

所以
$$x=700\ \mathrm{m}。$$

由此可以得到

$$\frac{v_{甲}}{v_{乙}}=\frac{a}{x-a}=\frac{3}{4},$$

故有
$$\frac{T_{甲}}{T_{乙}}=\frac{v_{乙}}{v_{甲}}=\frac{4}{3}。$$

可见 $T_{甲}$、$T_{乙}$ 的最小公倍数为 $3T_{甲}$。则两船第一次相遇后，甲船再航行

$$s_2 = 3 \times 2 \times 700\ \text{m} = 4\ 200\ \text{m},$$

两船又和第一次“同样地”相遇。

(3) 对于图线 3 所示的情况有

$$\frac{a}{x-b} = \frac{x-a}{2x-b},$$

将 a、b 之值代入上式并整理有

$$x^2 - 1\ 100x + 120\ 000 = 0,$$

解之得 $$x = (550 + 50\sqrt{73})\ \text{m} \approx 977\ \text{m}。$$

所以 $$\frac{v_{甲}}{v_{乙}} = \frac{a}{x-a} = \frac{300}{250 + 50\sqrt{73}},$$

$$\frac{T_{甲}}{T_{乙}} = \frac{v_{乙}}{v_{甲}} = \frac{5+\sqrt{73}}{6}。$$

由于 $T_{甲}$ 与 $T_{乙}$ 的比值为无理数，故两者间无最小公倍数，即在这种情况下，两船不可能再有和第一次“同样地”相遇的情况发生。

例 5 蚂蚁离开巢沿直线爬行，它的速度与到蚁巢中心的距离成反比。当蚂蚁爬到距巢中心 $l_1 = 1$ m 的 A 点处时，速度是 $v_1 = 2$ cm/s 。试求蚂蚁继续由 A 点爬到距巢中心 $l_2 = 2$ m 的 B 点需要多长的时间？

分析 蚂蚁爬行作变速运动，且不是匀变速运动，为求得蚂蚁爬完 A 点至 B 点这段路程所用的时间，没有现成的公式可以直接应用。为此，我们来研究蚂蚁爬完一小段路程 Δl 所用的时间 Δt。设蚂蚁在某一小段路程 Δl 上的速度为 v(由于 Δl 很小，则 v 可近似看成是常数，即在这小段内蚂蚁的运动可近似看成是匀速运动)，则它爬完这段路程 Δl 所用的时间 Δt 为

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v} = \frac{1}{v} \cdot \Delta l。$$

可见，如果作图 1-6 所示的$\frac{1}{v}$—l 图象时，其中阴影区的面积恰为Δt，由此我们可以设法用$\frac{1}{v}$—l 图上的面积来表示对应的时间。

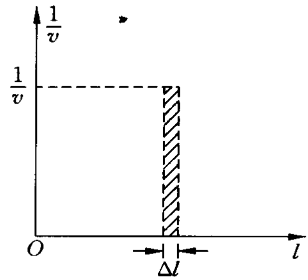


图 1-6

解 将蚂蚁由 A 至 B 的全程分为很多小段，设任一小段 Δl 上对应的速度为 v，则蚂蚁爬完全程所用的时间 t 为

$$t=\sum_{l=l_1}^{l_2}\frac{\Delta l}{v}=\sum_{l=l_1}^{l_2}\frac{1}{v}\cdot\Delta l。$$

依上分析可知，$\sum\limits_{l=l_1}^{l_2}\frac{1}{v}\cdot\Delta l$ 之值近似是图 1-7 中阴影部分的面积。这样，由图可求出蚂蚁由 A 点爬至 B 点所用的总时间 t 为

$$t=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right)(l_2-l_1)。$$

由于 $$\frac{v_2}{v_1}=\frac{l_1}{l_2},$$

且 $l_1=1\,\mathrm{m}$, $l_2=2\,\mathrm{m}$, $v_1=2\,\mathrm{cm/s}$，故得

$$\frac{1}{v_2}=\frac{2}{v_1},$$

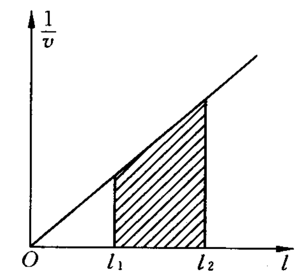


图 1-7

所以 $$t=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}\right)(l_2-l_1)$$

$$=\frac{3(l_2-l_1)}{2v_1}=75\ \mathrm{s}。$$

例 6 一只蟑螂和两只甲虫在一水平大桌面上爬行，每只甲虫的速度都能达到 $v=1\,\mathrm{cm/s}$。开始时这些虫子恰位于一个等边三角形的三个顶点上。问蟑螂应具有什么样的速度，才能在两只甲虫任意移动的情况之下仍能保持三者分别位于一等边三角形的三个顶点上？

解 假设在一段很短的时间间隔 Δt 内，第一只甲虫爬了 $s_1=$

$v_1\Delta t$ 的距离，而第二只甲虫则爬了 $s_2 = v_2\Delta t$ 的距离。为求蟑螂应该怎样移动才能保证它们移动后所处的位置能连成一个等边三角形，可以先假设第一只甲虫不动，而第二只甲虫爬了 s_2 的距离。由图1-8可见，为使三角形 $A_1A_2'T'$ 为等边三角形，蟑螂应移动距离 TT'，且

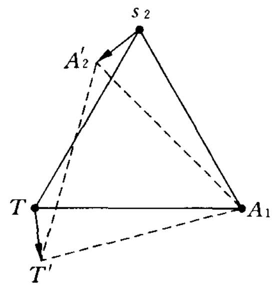


图 1-8

$$|\overrightarrow{TT'}| = |\vec{s_2}| = v_2\Delta t。$$

现在再假定第二只甲虫不动，而第一只甲虫爬了 s_1 的距离，那么此时蟑螂应移动一个距离 $T'T''$

$$|\overrightarrow{T'T''}| = |\vec{s_1}| = v_1\Delta t。$$

如果第一只甲虫移动了距离 s_1，第二只甲虫同时移动了距离 s_2，则蟑螂移动的距离应为前述两对应位移$\overrightarrow{TT'}$和$\overrightarrow{T'T''}$的矢量和，即为

$$\overrightarrow{TT''} = \overrightarrow{TT'} + \overrightarrow{T'T''},$$

由图 1-9 所示的矢量三角形中可以看到

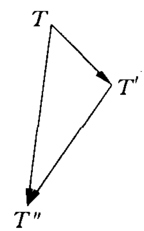


图 1-9

$$|\overrightarrow{TT''}| \leqslant \overrightarrow{TT'} + |\overrightarrow{T'T''}| = (v_1 + v_2)\Delta t。$$

从上式可知蟑螂的速度 v_0 的大小应该满足

$$v_0 = \frac{|\overrightarrow{TT''}|}{\Delta t} \leqslant v_1 + v_2 = 2v = 2\ \mathrm{cm/s}。$$

例 7 一只狼沿半径为 R 的圆形岛边缘按逆时针方向匀速跑动，当狼经过某点时，一只猎犬以相等的速率从岛中心 O 出发追逐狼，设在追逐的过程中狼、猎犬和圆心 O 三者在任一瞬间均在同一直线上，问猎犬应沿何轨迹追逐？它在何处可以追上狼？

分析 由于狼、犬和圆心 O 三点总在一直线上，故当猎犬未追上狼时，总可以把猎犬的速度 v_0 分解为两个分量：一个是与此时由圆心指向狼的半径垂直的分量 v_n，一个是沿上述半径由圆心指向狼的方向的分量 v_r，v_n 起保证狼、猎犬和圆心三者在同一直线的作用，

而 v_r 则起使犬和狼之间的距离缩小的作用。由此，猎犬总可以追上狼。由于狼绕着圆周运动，故猎犬的速度方向需不断地变化，则猎犬运动的轨迹应为一曲线。

根据狼的运动轨迹和狼与猎犬运动速率相等的特征，我们可以猜想猎犬的运动轨迹也是一条圆弧线，以下就循此猜想来进行分析。

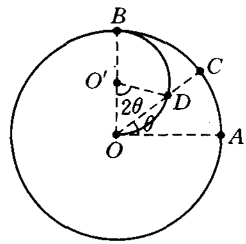


图 1-10

如图 1-10，设狼位于 A 点时猎犬自圆心 O 出发，出发时由于猎犬本身在 O 点，故不需要 v_n 分量的作用，可见此时猎犬的速度方向就是沿 OA 方向，即在 O 点处猎犬运动轨迹曲线的切线是沿 OA 方向的。则上述猜想的猎犬轨迹圆弧的圆心应位于与半径 OA 垂直的半径 OB 上。另一方面，考察当猎犬刚追上狼时，应该是猎犬速度的分量 v_n 与狼的速度相等，则此时狼与猎犬的速度相同（猎犬此时的速度分量 v_r 为零）。由前分析已有：猎犬运动轨迹圆的圆心必在 OB 上，且在 B 点时狼的速度与 OB 垂直，则 B 点可作为猎犬刚好追上狼的点。这样，上述猜想的猎犬运动的轨迹便是以 OB 为直径的半圆弧。

如图 1-10，设想猎犬沿以 OB 为直径的半圆弧运动，则当其运动到弧上的任一位置 D 时，设 $\overset{\frown}{OD}$ 在以 OB 为直径的小圆内所对的圆心角为 2θ，则

$$\overset{\frown}{OD}=\frac{R}{2}\cdot 2\theta=R\theta。$$

由于 OA 为小圆的切线，则

$$\angle DOA=\frac{1}{2}\angle DO'O=\theta。$$

令 OD 的延长线与大圆弧交于 C，则在大圆内

$$\overset{\frown}{AC}=R\theta,$$

故得

$$\overset{\frown}{OD}=\overset{\frown}{AC}。$$

由于狼和猎犬的运动速率相等，则狼自 A 点出发运动至 C 点