

# 工 程 力 学

秦 婵 丁 锋 刘绍梁 殷 舫 编

华 南 理 工 大 学 出 版 社

## 内 容 提 要

本书系教学用书,可供高等院校化工、轻纺、电力、自控、工业管理等专业教学使用,亦可供有关的工程技术人员参考。

本书分二篇。在第一篇(静力学),讨论构件处于平衡状态时的受力分析和在各种力系作用下的平衡条件,用以解决构件的外力计算问题;在第二篇(材料力学),讨论杆件在静载荷作用下的强度、刚度和稳定性计算的基本概念、理论和方法,并略介绍一些常用金属材料的力学性能及其测试方法和构件在动载荷作用下的强度计算。书中编有较多的例题,每章后面附有思考题和习题,习题给出参考答案。

## 工 程 力 学

秦 焯 丁 锋 刘绍梁 殷 冲 编

\*

华南理工大学出版社出版发行

(广州 五山)

广东省新华书店经销

广东省佛冈县印刷厂印刷

\*

787×1092 1/16开本 24.875印张 574千字

1989年9月第1版 1990年6月第2次印刷

印数 4 001—8 000册

ISBN 7-5623-0113-1/TB·15(课)

定价 7.30 元

## 前 言

工程力学是一门工程技术的基础课程，主要研究机械和结构的设计与计算的基本原理和基本方法。本书着重介绍工程力学的基本知识。第一篇（静力学）讨论构件处于平衡状态时的受力分析和在各种力系作用下的平衡条件，用以解决构件的外力计算问题；第二篇（材料力学）；主要讨论杆件在静载荷作用下的强度、刚度和稳定性计算的基本概念、理论和方法，也简单地介绍了一些常用金属材料的力学性能及其测试方法和构件在动载荷作用下的强度计算。这些都是机械和结构设计的重要基础。

本书是根据1980年审订的高等工业学校工程力学教学大纲（120学时）中的静力学和材料力学部分的基本要求，并参照1986年10月全国高校工科理论力学和材料力学教学指导小组扩大会议制订的“理论力学课程教学基本要求”和“材料力学课程教学基本要求”，结合编者多年来的教学体会编写的。它适合化工、轻纺、电力、自控、工业管理等专业使用，也可供有关工程技术人员参考。本书第一章至第十六章及附录I，是教学大纲中的基本内容，第十七、十八和十九章是专题部分。书中带有\*号的部分是属大纲中加深加宽的内容，以供不同要求、不同学时的各专业选学。教师在使用本书时可根据教学实际情况进行适当的取舍或补充。至于各章的先后次序，也可按各自的教学经验作适当的变动。书中编入了较多的例题，每章后附有思考题和一定数量的习题，全部习题均给出参考答案。这将有助于读者对基本概念、基本理论和基本方法的理解和掌握，有助于培养分析问题和解决问题的能力。

本书所用的字符和角标一般与我国现行有关手册和设计规范中所采用的一致，其他字符的角标多用汉语拼音的第一个字母表示。

本书中插图的构件尺寸，凡未注明单位的均以毫米（mm）为单位。

参加本书编写工作的有刘绍梁（第一至第六章）、殷肿（第七、八、十六章）、丁锋（第十一、十二、十三、十七、十八章和附录I）、秦婵（第九、十、十四、十五、十九章），由秦婵担任主编。在编写过程中，我们力求贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则。

本书承蒙董万林教授进行了认真细致的审阅和修改，并提出了许多宝贵的意见，对本书的定稿起了很大的作用；在编写和出版过程中，得到华南理工大学出版社、工程力学系领导和老师们的大力支持和帮助，在此一并致谢！本书在编写过程中还参考了兄弟院校和国外教材，得到不少教益。

由于编者的水平有限，书中可能存在某些错误和缺点，恳请广大师生和读者批评指正，以便今后改进。

编 者

1988年10月

# 目 录

|                       |        |
|-----------------------|--------|
| 第一篇 静力学               | ( 1 )  |
| 第一章 静力学的基本概念          | ( 1 )  |
| § 1-1 力、刚体和平衡的概念      | ( 1 )  |
| § 1-2 静力学公理           | ( 2 )  |
| § 1-3 约束与约束反力         | ( 5 )  |
| § 1-4 物体的受力分析和受力图     | ( 8 )  |
| 思考题                   | ( 11 ) |
| 习 题                   | ( 12 ) |
| 第二章 平面汇交力系            | ( 15 ) |
| § 2-1 平面汇交力系合成的几何法    | ( 15 ) |
| § 2-2 平面汇交力系平衡的几何条件   | ( 16 ) |
| § 2-3 平面汇交力系合成的解析法    | ( 17 ) |
| § 2-4 平面汇交力系平衡的解析条件   | ( 20 ) |
| 思考题                   | ( 24 ) |
| 习 题                   | ( 25 ) |
| 第三章 力矩和平面力偶系          | ( 28 ) |
| § 3-1 力矩              | ( 28 ) |
| § 3-2 力偶与力偶矩          | ( 29 ) |
| § 3-3 力偶的等效           | ( 30 ) |
| § 3-4 平面力偶系的合成与平衡条件   | ( 32 ) |
| 思考题                   | ( 34 ) |
| 习 题                   | ( 35 ) |
| 第四章 平面一般力系            | ( 37 ) |
| § 4-1 平面一般力系概述        | ( 37 ) |
| § 4-2 力的平移定理          | ( 38 ) |
| § 4-3 平面一般力系向一点的简化    | ( 38 ) |
| § 4-4 平面一般力系简化结果分析    | ( 40 ) |
| § 4-5 平面一般力系的平衡方程     | ( 42 ) |
| § 4-6 平面平行力系的平衡方程     | ( 46 ) |
| § 4-7 静定与超静定问题的概念     | ( 48 ) |
| § 4-8 物体系统的平衡         | ( 49 ) |
| * § 4-9 简单静定平面桁架的内力分析 | ( 52 ) |
| 思考题                   | ( 56 ) |
| 习 题                   | ( 57 ) |
| 第五章 摩 擦               | ( 62 ) |
| § 5-1 滑动摩擦            | ( 62 ) |
| § 5-2 摩擦角和自锁现象        | ( 63 ) |

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| § 5-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题      | (64)  |
| § 5-4 滚动摩擦阻的概念          | (68)  |
| 思考题                     | (69)  |
| 习 题                     | (70)  |
| 第六章 空间力系                | (73)  |
| § 6-1 力沿空间直角坐标轴的分解与投影   | (73)  |
| § 6-2 力对轴的矩             | (74)  |
| § 6-3 空间力系的平衡方程         | (76)  |
| § 6-4 平行力系中心与重心         | (81)  |
| 思考题                     | (89)  |
| 习 题                     | (90)  |
| 第二篇 材料力学                | (95)  |
| 第七章 材料力学的基本概念           | (95)  |
| § 7-1 材料力学的任务           | (95)  |
| § 7-2 变形固体的概念及其基本假设     | (96)  |
| § 7-3 外力及其分类            | (97)  |
| § 7-4 内力 截面法            | (97)  |
| § 7-5 应力与应变的概念          | (99)  |
| § 7-6 杆件的基本变形形式         | (101) |
| 第八章 轴向拉伸与压缩             | (102) |
| § 8-1 轴向拉伸与压缩的概念和实例     | (102) |
| § 8-2 轴向拉伸时的内力          | (103) |
| § 8-3 轴向拉伸时横截面上的应力      | (104) |
| § 8-4 拉(压)杆斜截面上的应力      | (106) |
| § 8-5 拉(压)杆的变形          | (107) |
| § 8-6 材料在拉伸时的力学性质       | (111) |
| § 8-7 材料在压缩时的力学性质       | (115) |
| * § 8-8 温度和时间对材料机械性质的影响 | (116) |
| § 8-9 拉(压)杆的强度条件及其应用    | (117) |
| § 8-10 直杆轴向拉伸或压缩时的变形能   | (120) |
| § 8-11 应力集中的概念          | (121) |
| § 8-12 拉(压)超静定          | (122) |
| § 8-13 温度应力与装配应力        | (124) |
| 思考题                     | (127) |
| 习 题                     | (127) |
| 第九章 剪 切                 | (132) |
| § 9-1 剪切和挤压的概念          | (132) |
| § 9-2 剪切和挤压的实用计算        | (133) |
| * § 9-3 焊接计算            | (140) |
| 思考题                     | (142) |
| 习 题                     | (142) |

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| 第十章 扭 转                    | ( 146 ) |
| § 10-1 扭转的概念和实例            | ( 146 ) |
| § 10-2 外力偶矩的计算 扭矩和扭矩图      | ( 147 ) |
| § 10-3 薄壁圆筒的扭转             | ( 151 ) |
| § 10-4 圆轴扭转时的应力和变形         | ( 154 ) |
| § 10-5 圆轴扭转时的强度和刚度计算       | ( 160 ) |
| * § 10-6 非圆截面杆扭转问题简介       | ( 164 ) |
| * § 10-7 扭转时的弹性变形能         | ( 165 ) |
| * § 10-8 圆柱形密封圈螺旋弹簧的应力和变形  | ( 166 ) |
| 思考题                        | ( 168 ) |
| 习 题                        | ( 170 ) |
| 第十一章 弯曲内力                  | ( 173 ) |
| § 11-1 平面弯曲的概念和实例          | ( 173 ) |
| § 11-2 梁的计算简图 静定梁的典型形式     | ( 174 ) |
| § 11-3 梁的内力——剪力和弯矩         | ( 176 ) |
| § 11-4 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图   | ( 179 ) |
| § 11-5 弯矩、剪力和载荷集度间的关系      | ( 184 ) |
| § 11-6 用叠加法绘制弯矩图           | ( 187 ) |
| 思考题                        | ( 189 ) |
| 习 题                        | ( 189 ) |
| 第十二章 弯曲应力                  | ( 191 ) |
| § 12-1 纯弯曲时梁横截面上的正应力       | ( 191 ) |
| § 12-2 横力弯曲时梁的正应力 正应力强度条件  | ( 197 ) |
| * § 12-3 弯曲剪应力及强度计算        | ( 203 ) |
| § 12-4 提高梁的弯曲强度的一些措施       | ( 211 ) |
| 思考题                        | ( 216 ) |
| 习 题                        | ( 216 ) |
| 第十三章 弯曲变形                  | ( 221 ) |
| § 13-1 弯曲变形的度量及挠曲线的近似微分方程式 | ( 221 ) |
| § 13-2 用积分法求梁的变形           | ( 223 ) |
| § 13-3 用叠加法求梁的变形           | ( 231 ) |
| § 13-4 弯曲刚度计算              | ( 232 ) |
| § 13-5 提高梁弯曲刚度的措施          | ( 234 ) |
| § 13-6 用变形比较法解简单超静定梁       | ( 235 ) |
| 思考题                        | ( 238 ) |
| 习 题                        | ( 239 ) |
| 第十四章 应力状态与强度理论             | ( 242 ) |
| § 14-1 应力状态的概念             | ( 242 ) |
| § 14-2 二向应力状态分析——解析法       | ( 246 ) |
| * § 14-3 二向应力状态分析——图解法     | ( 254 ) |
| § 14-4 三向应力状态下一点处的最大应力     | ( 258 ) |

|          |                     |       |
|----------|---------------------|-------|
| § 14-5   | 广义虎克定律              | (260) |
| * § 14-6 | 三向应力状态下的变形比能        | (262) |
| § 14-7   | 强度理论的概念             | (265) |
| § 14-8   | 四种常用的强度理论           | (265) |
| § 14-9   | 强度理论的应用             | (268) |
|          | 思考题                 | (272) |
|          | 习 题                 | (273) |
| 第十五章     | 组合变形时的强度计算          | (277) |
| § 15-1   | 组合变形的概念和实例          | (277) |
| § 15-2   | 弯曲与拉伸(压缩)的组合        | (278) |
| * § 15-3 | 斜弯曲                 | (281) |
| § 15-4   | 偏心拉伸或压缩             | (284) |
| § 15-5   | 弯曲与扭转的组合            | (287) |
|          | 思考题                 | (292) |
|          | 习 题                 | (293) |
| 第十六章     | 压杆稳定                | (298) |
| § 16-1   | 压杆稳定的概念             | (298) |
| § 16-2   | 计算临界力的欧拉公式          | (299) |
| § 16-3   | 超过比例极限时的临界应力        | (305) |
| § 16-4   | 压杆的稳定条件及其应用         | (307) |
| § 16-5   | 提高压杆稳定性的措施          | (310) |
|          | 思考题                 | (311) |
|          | 习 题                 | (312) |
| 第十七章     | 动载荷                 | (314) |
| § 17-1   | 概述                  | (314) |
| § 17-2   | 构件作等加速直线运动时的动应力计算   | (314) |
| § 17-3   | 构件作等角速转动时的动应力计算     | (317) |
| § 17-4   | 构件受冲击时的应力和变形计算      | (318) |
| § 17-5   | 提高构件抗冲击能力的措施        | (323) |
|          | 思考题                 | (324) |
|          | 习 题                 | (324) |
| 第十八章     | 交变应力                | (326) |
| § 18-1   | 交变应力的概念和实例          | (326) |
| § 18-2   | 交变应力的循环特征 应力幅度和平均应力 | (327) |
| § 18-3   | 对称循环下材料的持久极限        | (329) |
| § 18-4   | 影响构件持久极限的主要因素       | (331) |
| § 18-5   | 对称循环下构件的疲劳强度条件      | (337) |
| § 18-6   | 提高构件持久极限的一些措施       | (338) |
|          | 思考题                 | (338) |
|          | 习 题                 | (340) |
| 第十九章     | 薄壁容器的强度计算           | (341) |

|        |                   |         |
|--------|-------------------|---------|
| § 19-1 | 薄壁容器的概念和实例        | ( 341 ) |
| § 19-2 | 回转薄壳的应力分析——薄膜应力理论 | ( 341 ) |
| § 19-3 | 薄膜应力理论的应用         | ( 344 ) |
| § 19-4 | 内贮液体的薄壁圆柱壳的薄膜应力   | ( 349 ) |
| § 19-5 | 薄壁容器的强度条件         | ( 351 ) |
| § 19-6 | 外压薄壁圆筒的失稳现象       | ( 356 ) |
| 思考题    |                   | ( 359 ) |
| 习 题    |                   | ( 359 ) |
| 附录 I   | 平面图形的几何性质         | ( 362 ) |
| § I-1  | 截面的静矩与形心          | ( 362 ) |
| § I-2  | 截面的惯性矩和惯性半径       | ( 364 ) |
| § I-3  | 惯性积               | ( 367 ) |
| § I-4  | 平行移轴公式            | ( 368 ) |
| 思考题    |                   | ( 369 ) |
| 习 题    |                   | ( 369 ) |
| 附录 II  | 型钢表               | ( 370 ) |

# 第一篇 静力学

静力学主要是研究物体受力分析的基本方法以及作用在刚体上力系的简化和平衡条件。

## 第一章 静力学的基本概念

### § 1-1 力、刚体和平衡的概念

#### 一、力的概念

从物理学知道：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生变化，或使物体发生变形。例如行驶的汽车刹车时，靠摩擦力能使它停下来；锻压加工时，压力使工件变形。

力使物体的运动状态发生变化的效应，称为力的外效应。而力使物体发生变形的效应，则称为力的内效应。静力学研究力的外效应；材料力学研究力的内效应。

力对物体的作用效应，同时决定于三个要素：即力的大小、方向和作用点。其中任何一个因素改变了，力对物体的作用效应也会随之改变。

为了度量力的大小，必须确定力的单位。在国际单位制（SI）中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）〔在以往使用过的工程单位制中，力的单位是公斤力（kgf）或吨力（tf）。牛顿和公斤力的换算关系是：1kgf≈9.8N〕。

力是有大小和方向的量，力的加法是服从矢量相加法则的，因此力是矢量。和一切矢量一样，力矢量可用有向线段来表示（图1-1）。线段的长度按所选比例尺表示力的大小；线段的方位和箭头指向表示力的作用方向；线段的起点或终点表示力的作用点。通过力的作用点沿力的方向的直线，称为力的作用线。本书用黑斜体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力的矢量，它的大小则用普通字母 $F$ 表示。用双字母来表示矢量的，则在双字母上划一横线表示，如 $\overline{AB}$ 。

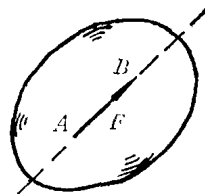


图1-1

#### 二、刚体的概念

所谓刚体，就是受力作用而不产生变形的物体。它是抽象化的理想模型，实际上并

不存在，因为任何物体在力的作用下都将发生不同程度的变形。既是这样，为什么要把会变形的物体看作是刚体呢？这是因为在工程上的物体都是比较刚硬的，在力的作用下虽有变形，但都很小，甚至只有用专门的仪器才能测量出来。这种微小的变形，当我们研究平衡问题时，把它略去不计，对计算的结果，误差很小，但却可以大大简化问题的研究。这种撇开次要矛盾，抓住主要矛盾的作法是科学的抽象。当然，事物是相对的，在材料力学中当要研究物体的外力和变形的关系时，变形便上升为主要因素，这时就决不能再把物体看作是刚体，而要看作是变形体。

本篇主要以刚体为研究对象，所以也称为**刚体静力学**。

### 三、平衡的概念

物体的平衡是物体机械运动的特殊形式。在工程上，**物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动**，称为**平衡**。必须注意，平衡是相对的、有条件的。例如房屋结构，只是相对于地球处于静止状态，实际上，它是随着地球在宇宙空间运行的。

## § 1-2 静力学公理

在阐述公理之前，为了便于以后叙述，首先介绍几个基本定义。

1. **力系** 作用在物体上的一群力称为**力系**。

2. **等效力系** 若作用在刚体上的某一力系可用另一力系来代替而不改变它对刚体的效应，则称这两力系为**等效力系**。

3. **合力** 如果二力与一力系等效，则此力称为该力系的**合力**；原力系中的各力称为其合力的**各分力**。

4. **平衡力系** 如物体在一力系作用下处于平衡，则此力系称为**平衡力系**。

5. **平衡条件** 力系平衡时所满足的条件称为**力系的平衡条件**。

静力学公理，是人们在长期的生活和生产活动中总结概括出来的力所遵循的规律，它们是静力学的基础。现分述如下：

**公理一（二力平衡公理）** 作用于同一刚体两力成平衡的必要与充分条件是：这两力大小相等，方向相反，且作用在同一直线上（简称此两力等值、反向、共线）。如图1-2所示。

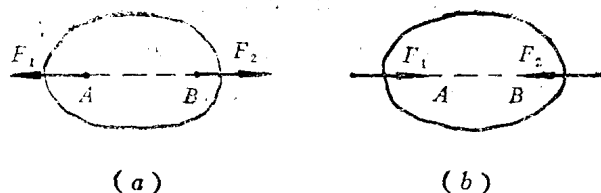


图1-2

这是最简单力系的平衡条件，只适用于刚体。是研究刚体在受力复杂情况下平衡条件的基础。

在工程中，通常把只受两力作用而处于平衡的构件称为**二力构件**。这类构件只在两点受力且不计自重，根据二力平衡公理可以断定：这两个力的方向，必定沿着两力作用点 $A$ 、 $B$ 的连线（图1-3）。

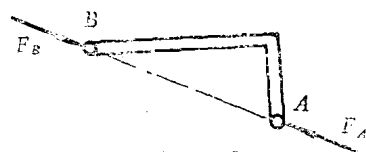


图1-3

**公理二（加减平衡力系公理）** 在作用于刚体的任意力系上，加上或减去任一平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

这是显而易见的，因为平衡力系对刚体的平衡或运动状态没有影响。加减平衡力系公理是研究力系等效变换的基础。

**推论（力的可传性原理）** 作用于刚体的力可沿其作用线移至任一点，而不改变它对刚体的作用效应。

**证明** 设力 $F$ 作用于刚体的 $A$ 点（图1-4a）。在其作用线上任意一点 $B$ 加上两个沿 $AB$ 线而方向相反的力 $F_1$ 和 $F_2$ ，并令 $F_1 = F_2 = F$ （图1-4b），由公理二得知，力系 $F$ 、 $F_1$ 、 $F_2$ 与力 $F$ 等效。再去掉平衡力系 $F_1$ 、 $F_2$ ，于是只剩下力 $F_2$ （图1-4c），它的大小和方向都与力 $F$ 相同。这样就相当于力 $F$ 自 $A$ 点沿其作用线移至任一点 $B$ ，而不改变它对刚体的作用效应。

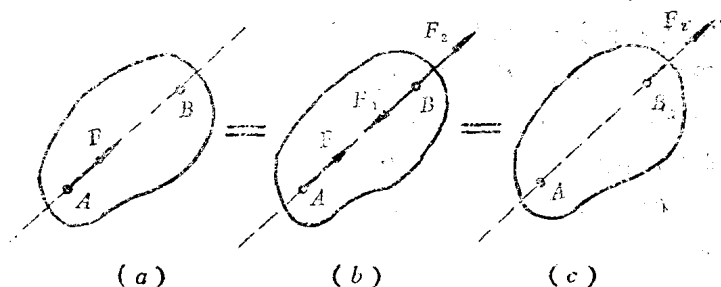


图1-4

由此可知，作用于刚体上的力的三要素是力的大小、方向和作用线。这样，力矢量可以从它作用线上的任一点画出。因此，作用于刚体上的力是**滑动矢量**。

必须指出，力的可传性原理只适用于刚体，而不适用于变形体。

**公理三（力的平行四边形公理）** 作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力仍作用于该点，其大小和方向由以两分力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示（图1-5a）。

这种力的合成方法，称为**矢量加法**，合力称为这两力的**矢量和**（或**几何和**），用公式表示为

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

由图1-5b可见，在求合力 $R$ 时，实际上不必作出整个平行四边形，只要从任意点 $A$ 作矢量 $\overrightarrow{AB}$ 等于矢量 $F_1$ ，再从 $B$ 点作矢量 $\overrightarrow{BC}$ 等于矢量 $F_2$ ，那么矢量 $\overrightarrow{AC}$ 即代表合力 $R$ 。三角形 $ABC$ 称为**力三角形**。用三角形求合力的作图规则，称为**力三角形法则**。必须指出，如果作力三角形先画 $\overrightarrow{AD}$ 等于 $F_2$ ，后画 $\overrightarrow{DC}$ 等于 $F_1$ ，也能得到相同的合力 $R$ （图

1-5c)。可见画分力的先后次序不同，并不影响合力 $R$ 的大小和方向。

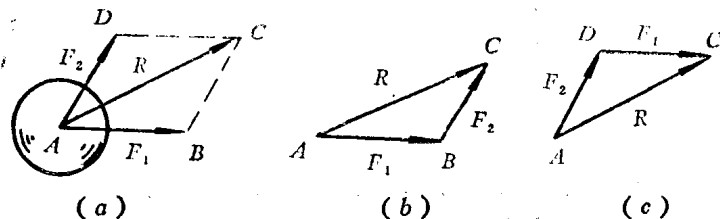


图1-5

根据力的平行四边形法则，可以把作用在物体上的一个力分解为同平面内的两个分力，分力与合力作用于同一点上。由于用同一条对角线可以作出无穷多个不同的平行四边形，所以如不附加其它条件，一个力分解为相交的两个分力可以有无穷多个解。在工程问题中，通常遇到的是把一个力分解为方向已知的两个分力，特别有用的是分解为方向互相垂直的两个分力。

**推论（三力平衡汇交定理）** 刚体受同一平面内三个互不平行的力作用而处于平衡时，这三力的作用线必汇交于一点。

证明 设 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 为在同一平面内互不平行的三个力，如图1-6所示。按力的可传性，将 $F_1$ 、 $F_2$ 二力移至其作用线的交点 $O$ 上，根据力的平行四边形公理求得此二力的合力 $R$ 。由于三个力 $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 是互成平衡的，因此 $F_1$ 、 $F_2$ 的合力 $R$ 必与 $F_3$ 平衡。再根据二力平衡条件，此合力 $R$ 与力 $F_3$ 必定在同一作用线上，即力 $F_3$ 的作用线也通过 $O$ 点。

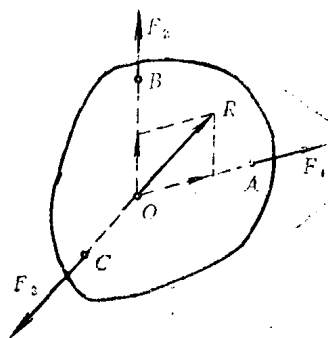


图1-6

应当注意：三力汇交仅仅是三力平衡的必要条件，而不是充分条件。三力平衡汇交定理常用来确定一些未知力的作用线。

**公理四（作用与反作用公理）** 两物体间相互作用的力总是大小相等，方向相反，沿同一直线分别作用在该两物体上。

这个公理概括了自然界物体间相互作用的关系，表明力总是成对出现的。有作用力就必有反作用力。它们总是同时发生，同时消失。在研究由几个物体构成的系统的受力关系时，借助公理四，我们才能从物系中一个物体的受力分析过渡到另一个物体的受力分析。

还应注意，作用力与反作用力虽然总是大小相等，方向相反，沿同一直线，但不可认为这两个力互成平衡。因为它们不是作用在同一物体上。这是与二力平衡公理不同的地方。

**公理五（刚化公理）** 设变形体在已知力系作用下处于平衡，如将此变形体刚化成刚体，则平衡状态不变。

例如一段绳索在两个等值、反向、共线的拉力作用下处于平衡，如将此绳索变为刚

性杆，则刚性杆在原来两个拉力作用下仍保持平衡。但应注意，满足刚体的平衡条件，对变形体不一定平衡，如刚性杆受等值、反向、共线的两个压力作用下处于平衡，但此时若将刚性杆换为柔软绳索，则平衡状态不能维持。这说明刚体的平衡条件，对变形体来说，仅是平衡的必要条件而不是充分条件。

刚化原理建立了刚体静力学和变形体静力学之间的联系，使我们可以将刚体静力学中得到的平衡条件，应用到变形体静力学中去，这对于研究变形体静力学具有重要的意义。

### § 1-3 约束与约束反力

在空间可以自由运动的物体称为**自由体**。如在空中飞行的飞机、火箭等。在某些方向的运动受到限制的物体称为**非自由体**。例如放在讲台上的黑板擦受到讲台的限制而不能向下运动；机器中的转轴受到轴承的限制只能转动而不能移动等等。上述例子中的黑板擦、转轴便为非自由体，而讲台、轴承则统称为**约束**。也就是说，我们把限制物体运动的周围物体，称为该物体的**约束**。既然约束限制了物体自由运动，改变了物体的运动状态，因此，约束必然对于物体有力的作用，这种力就称为**约束反力**，简称**反力**。约束反力既然是阻止物体运动的，那末，它的作用点应在约束与被约束物体相互接触处，它的方向与约束所能阻碍的运动方向相反。这是我们确定约束反力方向的准则。至于它的大小，则由平衡条件确定。

除约束反力外，作用于物体上的重力、燃气压力、冲压力、电磁力等等，这些力往往是给定的或可测定的，称为**主动力**。

静力学主要是研究非自由体的平衡问题，而任何非自由体的平衡总可以看成是作用于其上的主动力与约束反力的平衡。因此，能正确分析作用于物体的主动力特别是约束反力是解决问题的先决条件。

下面介绍工程中常见的几种基本类型的约束，并根据各种约束的特性分别说明其约束反力的表示方法。

#### 一、柔性体约束

工程实际中的绳索、皮带、链条等都属于这一类约束。从实践中知道，柔性体本身只能承受拉力，所以这类约束仅能限制物体沿其中心线朝着拉紧柔性体方向的运动，而不能限制其它方向的运动。因此，**柔性体对物体的约束反力方向必沿着柔性体中心线而背离物体**。如图1-7所示。

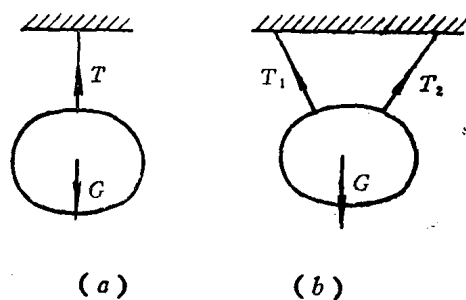


图1-7

#### 二、光滑面约束

如果在所研究的问题中，物体接触面之间的摩擦力与物体所受其它力相比为很小，

可以略去不计,就可认为接触面是光滑的。这类约束只能限制物体沿接触面的公法线趋向接触面的运动,而不能限制物体离开接触面或沿接触面的公切线方向运动。因此,光滑接触面的约束反力方向必通过接触点而沿着接触面的公法线并指向物体。这种约束反力也称法向反力。如图1-8a表示圆球受光滑表面约束,约束反力总是沿接触点处的公法线指向球心。又如图1-8b中直杆搁置在凹槽中,A、B、C三点受到约束。假定接触处是光滑的,则它在A、B两点所受的约束反力 $N_A$ 、 $N_B$ 均垂直支承表面,而C点所受的约束反力 $N_C$ 则垂直杆的表面。

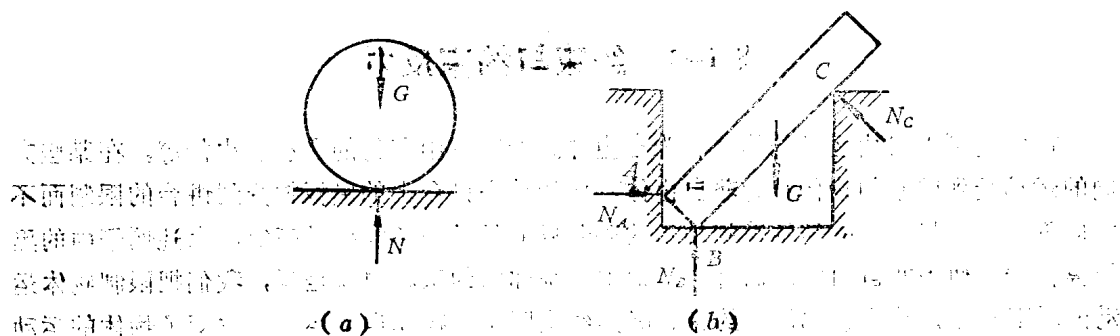


图1-8

### 三、光滑圆柱铰链约束

这种约束是由两个带有圆孔的构件并由圆柱销钉连接构成(图1-9a)。若不计摩擦,则此二构件均视为受到光滑圆柱铰链约束。图1-9b是其示意图。这样,被约束的两个构件只能绕销钉的轴线作相对转动,而不能沿销钉的径向移动。由于不计摩擦,因此销钉与构件是光滑圆柱面接触,其约束反力必沿接触面的公法线,即通过铰链中心,如图1-9c所示。但因接触点K的位置一般不能预先确定,所以约束反力 $N$ 的具体方向一般也不能预先确定。通常用通过铰链中心的两个互相垂直的分力 $X_C$ 和 $Y_C$ 来表示,其指向是任意假定的,如图1-9d所示。

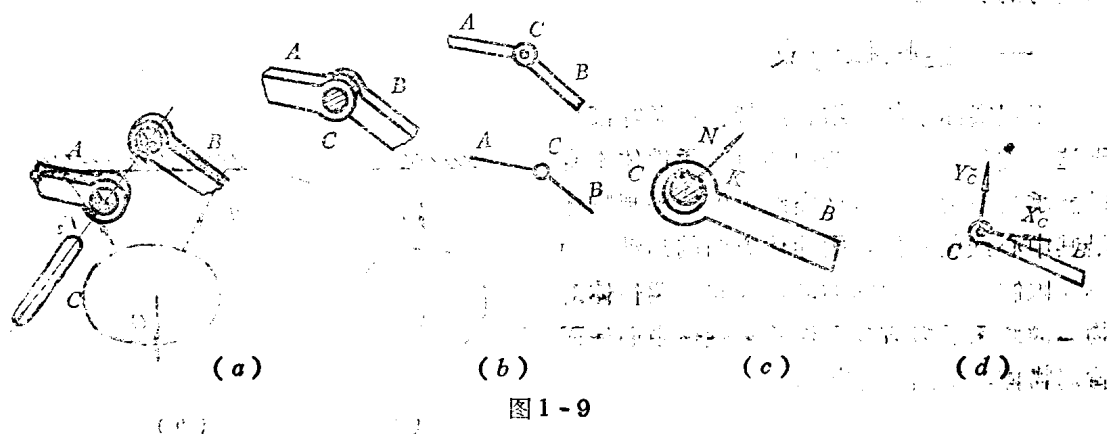


图1-9

如果在上面两个构件中有一个固结于地面或机架上,则称为固定铰链支座(图1-10a)。固定铰链支座对构件的约束反力的方向与上面的光滑圆柱铰链约束相同,这种

约束及其约束反力的示意简图如图1-10b或c所示。

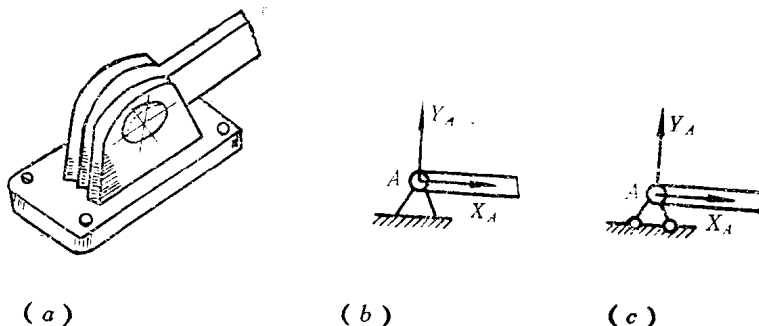


图 1-10

工程中常用的**向心（径向）轴承**是支承转轴的轴颈的。若略去摩擦，则轴颈与轴承以两个光滑圆柱面相接触（图1-11a），因此，轴承对轴颈的约束与圆柱铰链约束相似，它们的约束反力的特点相同。图1-11b或c是向心轴承约束及其约束反力的示意简图。

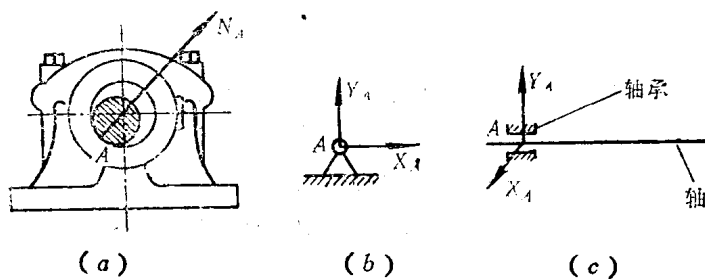


图 1-11

#### 四、辊轴支座约束

若圆柱铰链支座用几个圆柱形辊轴支承在光滑面上，如图1-12a所示，则这种支座称为**辊轴支座**，也称**可动铰链支座**。这种约束不能阻碍构件沿支承面的移动和绕销钉的转动，只能限制构件沿垂直支承面方向的运动，因此，**辊轴支座的约束反力应垂直于支承面且通过铰链中心**。这种约束及其约束反力的示意简图如图1-12b或c所示。

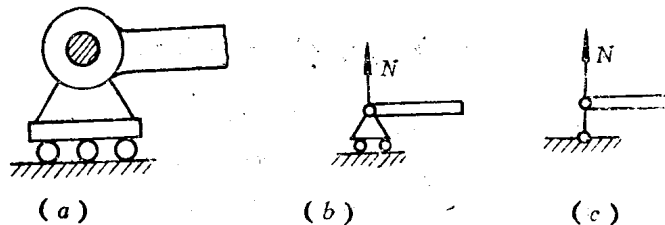


图 1-12

#### 五、球铰链约束

球铰链是将固连于构件端部的圆球装在支承物的球窝内而构成的一种约束（图1-13a）。球和球窝半径近似相等，球心是固定不动的，构件只能绕球心任意转动，但不能

沿任何方向移动。在机床的照明灯支座中常采用球铰链约束。在不计摩擦的情况下，球和球窝是光滑球面的点接触，所以**球铰链约束的约束反力必通过接触点处的公法线，即通过球心**。但由于不能预先确定接触点的位置，故约束反力的方向也不能确定。图1-13b是球铰链简图的表示方法。约束反力一般以互相垂直的三个分力 $X_A$ 、 $Y_A$ 、 $Z_A$ 来表示。

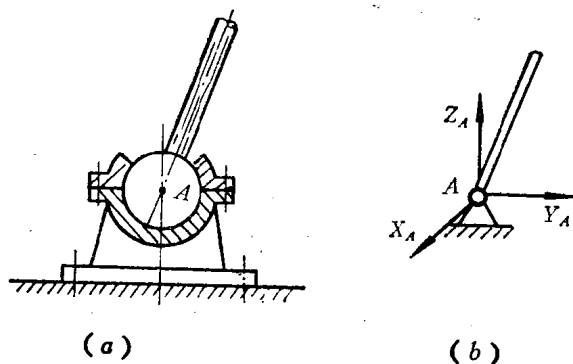


图 1-13

**向心推力（径向止推）轴承**是机器中常见的一种约束，它的结构如图1-14a所示。这种约束除了能起向心轴承所起的作用外，还能限制轴沿轴向的移动，因此，它对轴的约束反力多了一个轴向反力 $Y_A$ ，图1-14b是向心推力轴承约束及其约束反力的示意简图。这种约束的结构虽然与球铰链不同，但其约束反力的特征与球铰链相同，故可归入球铰链这一类典型约束中。

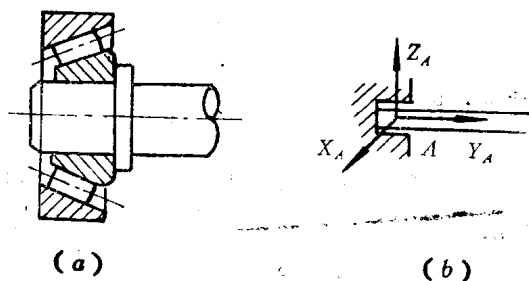


图 1-14

## § 1-4 物体的受力和受力图

在静力学中，研究物体平衡问题时，必须分析清楚物体上受到哪些力的作用。为了便于分析，并能清晰地表示物体的受力情况，我们把所要研究的物体（称为**研究对象**）从周围的物体（约束）中分离出来，单独画出，这种被分离出来的物体称为**分离体**。然后在分离体上画出它所受的主动力及周围约束对它作用的约束反力，这样得到的图形称为**受力图**。画受力图是研究静力学问题极为重要的关键步骤。下面举例说明受力图的画法。

**例1-1** 重为 $G$ 的圆球用绳子悬挂于光滑的墙面上，如图1-15a所示。试画出球的受力图。

**解** 取球为研究对象。把球从绳子和光滑墙面的约束中分离出来，单独画出。球受到的主动力为重力 $G$ ，作用于球心 $O$ 点，方向铅直向下。球在 $A$ 处受到光滑面约束，在 $B$ 处受到绳子约束。根据约束的性质，光滑墙面对球的约束反力 $N$ 过接触点 $B$ 垂直墙面（即过球心）并指向圆球，绳子对球的约束反力 $T$ 沿绳子而背离圆球。由三力平衡汇交定理可知， $T$ 必通过球心。球的受力图如图1-15b所示。

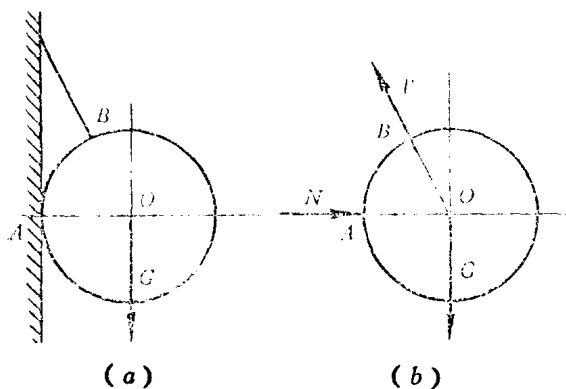


图 1-15

**例1-2** 常见的悬臂吊车如图1-16a所示，图中 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三点均为光滑圆柱铰链连接。吊车的起重量为 $Q$ 。横梁 $AB$ 重为 $G$ ，斜杆 $BC$ 的自重不计。试分别画出横梁 $AB$ （包括吊车）和斜杆 $BC$ 的受力图。

**解** 先取斜杆 $BC$ 为研究对象，斜杆两端为圆柱铰链连接，所以杆的两端分别受到铰链约束反力 $N_B$ 和 $N_C$ 的作用。由于杆重不计且处于平衡，所以 $BC$ 杆是在 $N_B$ 与 $N_C$ 二力作用下处于平衡的二力构件。根据二力平衡公理， $N_B$ 和 $N_C$ 必定是大小相等，方向相反，作用线沿 $B$ 、 $C$ 两点的连线。但指向不能预先定出，可任意假定（真正指向，以后由 $AB$ 梁的平衡条件确定）。斜杆 $BC$ 的受力图如图1-16b所示。

再取 $AB$ 梁（包括吊车）为研究对象，先画出已知的主动力 $G$ 和 $Q$ ，再画 $A$ 、 $B$ 处的约束反力。 $A$ 处为固定铰链支座，约束反力作用线通过铰链中心 $A$ ，但方向未知，故用两个互相垂直的分力 $X_A$ 、 $Y_A$ 表示。 $B$ 处为圆柱铰链约束，约束反力 $N_B'$ 的作用线通过铰链中心 $B$ ，它与 $N_B$ 之间是作用力与反作用力的关系，由作用与反作用公理可知 $N_B'$ 与 $N_B$ 等值、反向、共线，故可画出 $N_B'$ 方向， $AB$ 梁（包括吊车）的受力图如图1-16c所示。

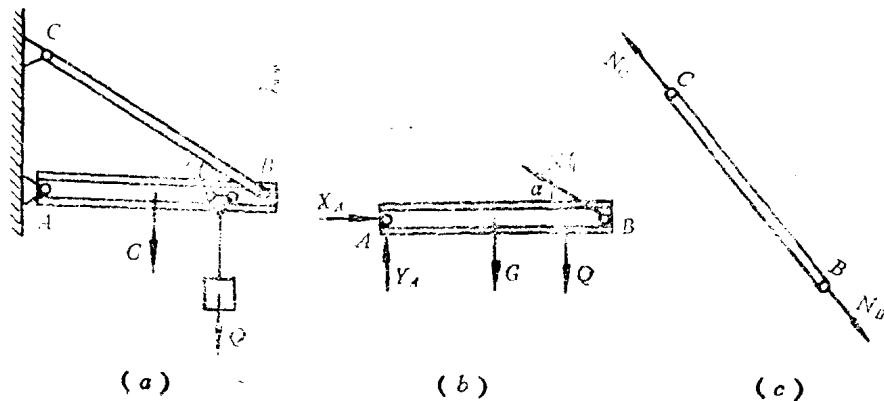


图 1-16