

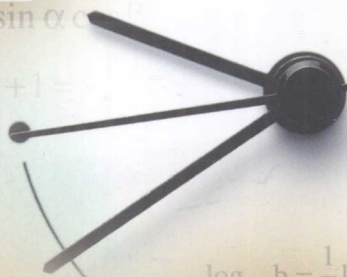
$$x = \arctga + \pi n$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

中华少年科普大视野丛书

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

# 魔幻



# 数学王国

MO HUAN DE SHU XUE 舒天音 编著  
WANG GUO

$$2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$
$$\left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}\right) \approx 2,71$$

$$\operatorname{lg} x = \bar{a}; \quad x = \arctga + \pi n$$
$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

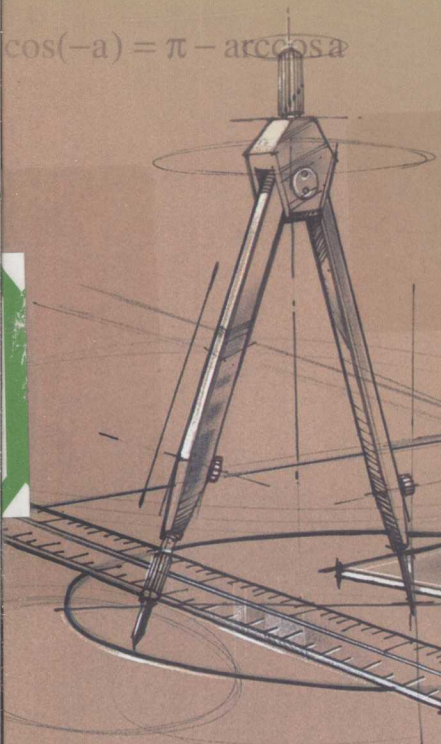
$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\cos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$
$$\operatorname{arcsin}(-a) = -\operatorname{arcsin} a$$



NLIC2970976976



国家行政学院出版社

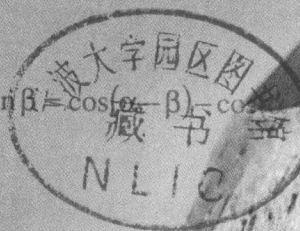
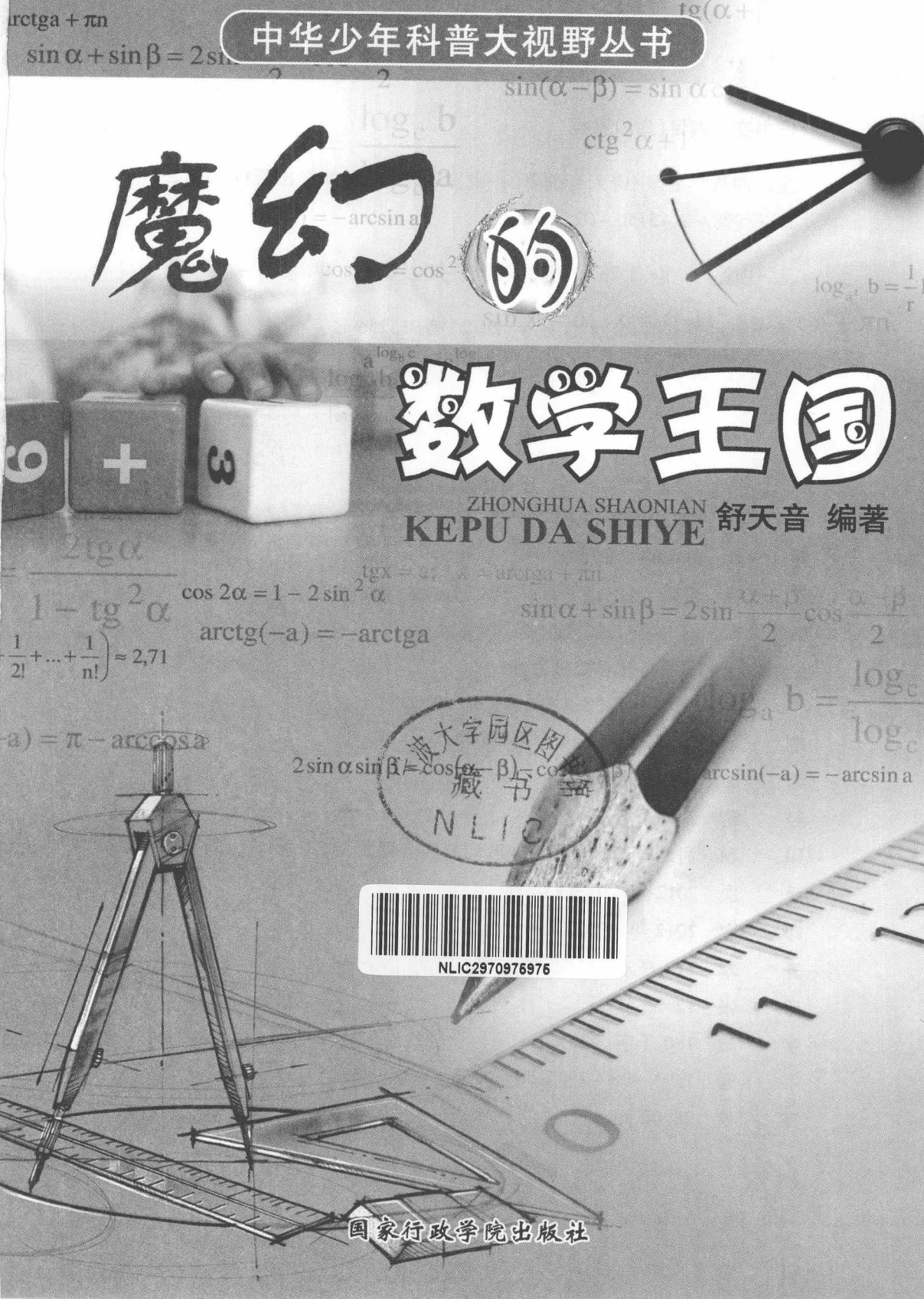
中华少年科普大视野丛书

# 魔幻

# 的

# 数学王国

ZHONGHUA SHAONIAN 舒天音 编著  
KEPU DA SHIYE



国家行政学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

魔幻的数学王国/舒天音编著. —北京: 国家行政学院出版社, 2012. 4  
ISBN 978 - 7 - 5150 - 0253 - 8

I. ①魔… II. ①舒… III. ①数学 - 普及读物 IV. ①O1 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 033256 号

书 名 魔幻的数学王国  
策 划 陈国弟 余伯刚  
作 者 舒天音  
责任编辑 侯书生 张翠萍  
出版发行 国家行政学院出版社  
(北京市海淀区长春桥路6号 100089)  
电 话 (010)68920640 68929037  
编 辑 部 (010)68928875  
经 销 新华书店  
印 刷 河北省永清县晔盛亚胶印有限公司  
版 次 2012年6月第1版  
印 次 2012年6月第1次印刷  
开 本 710毫米×1000毫米 1/16开  
印 张 12  
字 数 180千字  
书 号 ISBN 978 - 7 - 5150 - 0253 - 8/O · 006  
定 价 28.00元

# 前 言

“少年富则中国富，少年强则中国强。”

今日中华少年，生逢盛世，风华正茂，如初升旭日在东方冉冉升起，如破土春苗正茁壮成长。

万物生长靠太阳，雨露滋润千苗壮。民族的昌兴，需要一代代人的传承与奋斗。国家的富强，依托于青少年的素质基础。少年的成长与成才，除了思想的启蒙、道德的培育，同样离不开文化艺术的熏陶，更不可缺少科学知识的武装。科学知识就是培育未来中华英才与民族栋梁的雨露、阳光。中国有了更多的用科学知识武装的接班人，就一定会变得更富有、更强大，更加灿烂辉煌。

这套《中华少年科普大视野》丛书，以少年读者喜闻乐见的故事形式展现在广大读者面前，图文并茂，通俗易懂，生动有趣，精彩纷呈，信息量大，知识性强。少年读者通过阅读这套丛书，可以在学习科学知识的同时，启迪思考的智慧，开阔观察世界、了解社会的视野；可以在接受文化熏陶的同时，净化心灵情感，提升自我素质和知识修养。整套丛书包含有天文地理、数理生化、军事科技、植物动物、信息技术、医药健康等数十部分册，堪称是一部让中国少年知识更丰富、素质更增强的科普小百科。

《魔幻的数学王国》，是该丛书的第一分册。本书根据青少年读者的接受能力与欣赏角度，以浅显易懂的漫

谈形式，形象而生动地讲述了数学的产生与发展历史、数学王国的成员与特性、数学的奥秘与难题、数学家的成就与趣事、数学的用途与游戏等内容，读来引人入胜，令人手不释卷。本书在对青少年读者进行科学知识普及的同时，把枯燥抽象的数学学习变得轻松活泼、兴趣盎然，既是对学生在校学习的知识补充，又是对学生学习热情的有效激发，将更好地让少年读者走入魔幻般的数学天地，感受数学的神奇力量。

愿此书的发行，给广大青少年读者带来阅读的乐趣与科学知识的熏陶。

编著者

2012年3月于北京

# 目 录

## 第一单元 数学的诞生

- ◆ 全方位地认识数学 / 2
- ◆ 数学的显著特征 / 3
- ◆ 整数的漫漫长路 / 4
- ◆ 实践中而生的负数 / 5
- ◆ 土地测量创几何 / 6
- ◆ 代数学的诞生 / 7
- ◆ 种类繁多的数学符号 / 9
- ◆ 用生命换来的无理数 / 10
- ◆ 充满魔力的圆周率 / 12
- ◆ 日渐丰富的函数 / 13
- ◆ 大显身手的对数 / 14
- ◆ 解析几何的诞生 / 15
- ◆ 实用的分形几何学 / 17
- ◆ 语言文字中的数学 / 18
- ◆ 古代诗歌中的数学 / 19
- ◆ 文学艺术中的数学 / 21

## 第二单元 杰出的数学家

- ◆ 泰勒斯：西方数学之父 / 24
- ◆ 毕达格拉斯：勾股定理之父 / 25
- ◆ 欧几里得：几何学之父 / 26
- ◆ 阿基米德：数学之神 / 27
- ◆ 祖冲之：世界圆周率之父 / 29
- ◆ 法兰西斯·韦达：世界代数之父 / 30
- ◆ 勒内·笛卡儿：解析几何之父 / 31
- ◆ 皮埃尔·费尔马：业余数学家之王 / 33
- ◆ 雅格布·伯努利：数学史上的贵族 / 34
- ◆ 伦哈特·欧拉：数学史上的贝多芬 / 36

- ◆ 高斯：数学史上的天才 / 37
- ◆ 华罗庚：中国的数学之神 / 38
- ◆ 陈省身：现代微分几何学大师 / 40
- ◆ 陈景润：勇攻数学难题的数学家 / 41
- ◆ 冯·诺伊曼：电子计算机之父的数学家 / 42

### 第三单元 数学家的奇闻趣事

- ◆ 谜语一般的墓志铭 / 46
- ◆ 巧解趣题的冯·诺伊曼 / 47
- ◆ 卡丹公式的故事 / 48
- ◆ 梦中产生的解析几何 / 49
- ◆ 小欧拉智改羊圈 / 50
- ◆ 会多种分酒法的泊松 / 51
- ◆ 狱中的数学家：彭色列 / 52
- ◆ 拉马努金与有趣的出租车号 / 53
- ◆ 维纳的神秘年龄 / 54
- ◆ 布尔巴基的成名苦恼 / 55
- ◆ 华罗庚的退步解题法 / 56
- ◆ 阿基米德的三件逸事 / 58
- ◆ 数学家也会“挂黑板” / 59
- ◆ 欧拉巧解“农妇卖蛋” / 60

### 第四单元 奇妙的代数

- ◆ 小数点的大用场 / 64
- ◆ 分数和整数一样多 / 64
- ◆ 无穷大创造出奇迹 / 66
- ◆ “数”被打碎了 / 67
- ◆ 数学里的孪生兄弟 / 68
- ◆ 两位数乘法的运算 / 70
- ◆ 此生有缘的友好数 / 71
- ◆ “无8数”的神奇功能 / 72
- ◆ 除法速算秘诀 / 73
- ◆ 153 是神奇的圣经数 / 74
- ◆ 两位数加减法的心得 / 75
- ◆ 两位数平方的速算 / 76

### 第五单元 生动的几何

- ◆ 规尺作图的困境 / 78
- ◆ 以“规”“矩”度天下之方圆 / 79
- ◆ 一副三角板画角知多少 / 80
- ◆ 圆规和直尺可画任意圆 / 81
- ◆ 著名的倍立方体问题 / 82
- ◆ 带饰总是对称的 / 83
- ◆ 黄金分割使自然界更美丽 / 84
- ◆ 生物体要用几何来揭密 / 85
- ◆ 解千愁的万能公式 / 86
- ◆ 七座桥引出位置几何学 / 87

- ◆ 这个洞是从哪儿来的 / 88
- ◆ 椭球面天花板使音乐效果更好 / 90
- ◆ 纪塔娜女神的智慧 / 91
- ◆ 拿破仑的挑战 / 92

## 第六单元 数学趣题

- ◆ 神奇的数学方法 / 96
- ◆ 有趣的等比例问题 / 97
- ◆ 刻在石板上的数学题 / 99
- ◆ 巧分遗产问题 / 100
- ◆ 牛吃草的“牛顿”问题 / 101
- ◆ 托尔斯泰喜欢的数学 / 102
- ◆ 棋盘上的麦粒问题 / 103
- ◆ 巧分同学身高 / 104
- ◆ 鸡兔同笼问题 / 105
- ◆ 三等分角问题终了结 / 106
- ◆ 妙趣横生的兔子问题 / 108
- ◆ 多步决策的渡河问题 / 109
- ◆ 科学家年龄几何 / 110
- ◆ 日期妙算奇趣多 / 111
- ◆ 5 法郎巧取 1000 法郎 / 111
- ◆ 爱吹牛的理发师 / 112
- ◆ 蜜蜂的超前智慧 / 113
- ◆ 乌龟壳上的神奇幻方 / 114
- ◆ 驰名中外的“百鸡术” / 116

## 第七单元 数学之谜

- ◆ 费马猜想 / 120
- ◆ 哥德巴赫猜想 / 121
- ◆  $3x+1$  猜想 / 122
- ◆ 回文数猜想 / 123
- ◆ 黎曼猜想 / 125
- ◆ 庞加莱猜想 / 126
- ◆ 欧拉的多项式之谜 / 128
- ◆ 代数方程的可解性之谜 / 129
- ◆ 看谁得的金币多 / 131
- ◆ 数学的另类谜式 / 133
- ◆ 数学的玄妙算术 / 134

## 第八单元 生活中的数学

- ◆ 无处不在的数和形 / 138
- ◆ 象征吉祥的数字 / 139
- ◆ 厨房里的数学奥妙 / 140
- ◆ 洗衣服的数学奥秘 / 142
- ◆ 住房装修中的数学 / 143
- ◆ 切蛋糕也用得着数学知识 / 145
- ◆ 湖里鱼儿知多少 / 147
- ◆ 生活中美妙的图形和曲线 / 149
- ◆ 三角架竖立的奥秘 / 150
- ◆ 葡萄酒桶的立体几何 / 150
- ◆ 数学使体育更具挑战性 / 151
- ◆ 同族兄弟手足情 / 153



◆ 下棋离不开数学 / 153

◆ 用绳子测枯井 / 155

第九单元 数学游戏

◆ 接近1000的乘法速算 / 158

◆ 好玩的抽牌游戏 / 158

◆ 有趣的数字黑洞 / 160

◆ 奇妙的数学魔术 / 161

◆ 屡战屡胜的秘密 / 162

◆ 百羊问题的妙解 / 163

◆ 玄妙的双重算术 / 164

◆ 在国王面前背九九歌 / 165

◆ 拿破仑考将军 / 166

◆ 衣着前卫的小姐芳龄几何 / 167

◆ 泰勒测量金字塔 / 168

◆ 狄多公主买土地 / 168

◆ 苏步青教授解题 / 169

◆ 爱因斯坦的数学题 / 169

◆ 唐代大诗人李白打酒 / 170

◆ 罗蒙诺索夫的一生 / 170

◆ 阿利耶波多的问题 / 171

◆ 考古学家识真 / 171

◆ 国王是怎样选择聪明

大臣的 / 172

◆ 武松的念珠 / 172

◆ 谁是赛跑的第一名 / 173

◆ 阿那尔汗摘葡萄 / 173

◆ 真话、假话说年龄 / 174

◆ 教堂里的大钟 / 175

◆ 商人的财产 / 176

◆ 诗人生于何年 / 176

◆ 谁将是国王的接班人 / 177

◆ 古希腊数学家的寿命是  
多少 / 177

◆ 富翁的遗产如何分 / 178

◆ 埃拉托色尼如何测地球 / 178

◆ 小高斯的故事 / 179

◆ 诸葛亮让张飞下棋 / 179

◆ 数字城里的居民考问王子 / 180

◆ 莲花有几朵 / 181

◆ 伯爵和农民 / 181

◆ 掘井赚钱 / 182

◆ 多种几棵树 / 182

◆ 骑车下乡看女儿 / 183

◆ 杰克·伦敦的旅程 / 184

# 第一单元

## 数学的诞生

数学的发现，让人类从此看清了混沌懵懂的世界，认识了有序运动的自然。从数学诞生的那一刻起，人类才真正成为地球的主人，文明才开始写进人类的历史。



# 全方位地 *Ren Shi Shu Xue* 认识数学 *Quan Fang Wei De*

什么是数学？有人说，数学就是关联；也有人说，数学就是逻辑，“逻辑是数学的青年时代，数学是逻辑的壮年时代。”

恩格斯站在辩证唯物主义的理论高度，通过深刻分析数学的起源和本质，指出：“数学是数量的科学”，“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”。根据他的观点，较确切的说法就是：数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的科学。

人类在原始的生存斗争和后来的生产实践、科学实验中，逐渐认识并发展了数学。正如恩格斯指出的：“数学是从人的需要中产生的。”反过来，数学又成为人类揭示各种宇宙奥秘和研究各种社会问题的有力工具。与原始的弹指计数相比，后来的数学成果确实是惊人的。

数学可以分成两大类，一类叫纯粹数学，一类叫应用数学。

纯粹数学也叫基础数学，专门研究数学本身的内容规律。中小学课本里介绍的代数、几何、微积分、概率论知识，都属于纯粹数学。纯粹数学的一个显著特点，就是暂时撇开具体内容，以纯粹形式研究事物的数量关系和空间形式。

应用数学则是一个庞大的系统，有人说，它是我们的全部知识中能用数学语言来表示的那一部分。应用数学着眼于说明自然现象，解决实际问题，是纯粹数学与科学技术之间的桥梁。人们常说现在是信息社会，专门研究信息的“信息论”，就是应用数学中一门重要的分支学科。

随着人类社会的向前发展，数学会越来越进步。可以预料，更广泛、更重要的数学成就，一定会在未来时代中不断产生。

# 数学的 *Xian Zhu Te Zheng* *Shu Xue De* 显著特征

与其他学科相比，数学具有以下三个方面的显著特征。

## (1) 高度的抽象性

数学理论都具有非常抽象的形式，这种抽象是经过一系列的阶段形成的，所以大大超过了自然科学中的一般抽象，而且不仅概念是抽象的，连数学方法本身也是抽象的。根据公理化思想，几何图形不再是必须知道的内容，它是圆的也好，方的也好，都无关紧要，甚至用桌子、椅子和啤酒杯去代替点、线、面也未尝不可，只要它们满足结合关系、顺序关系、合同关系，具备相容性、独立性和完备性，就能够构成一门几何学。

## (2) 体系的严谨性

数学思维的正确性表现在逻辑的严谨性上。早在 2000 多年前，数学家就从几个最基本的结论出发，运用逻辑推理的方法，将丰富的几何学知识整理成一门严密系统的理论，它像一根精美的逻辑链条，每一个环节都衔接得丝丝入扣。所以，数学一直被誉为是“精确科学的典范”。

## (3) 广泛的应用性

宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用到数学。20 世纪以来，随着应用数学分支的大量涌现，数学已经渗透到几乎所有的科学部门。不仅物理学、化学等学科仍在广泛地享用数学的成果，连过去很少使用数学的生物学、语言学、历史学等，也与数学相结合，形成了内容丰富的生物数学、数理经济学、数学心理学、数理语言学、数学历史学等边缘学科。

## 整数的

Man Man Chang Lu

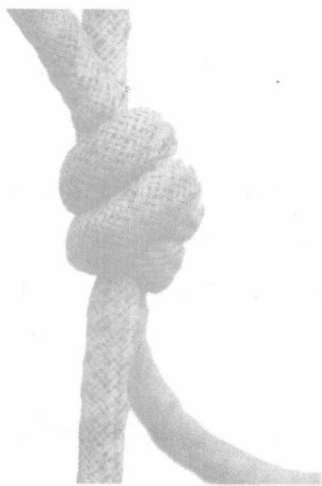
Zheng Zheng De

## 漫漫长路

——三百万年前的远古时代，我们的祖先——类人猿根本不识数，他们对事物只有“有”与“无”这两个数学概念。类人猿随着直立行走使手脚分工，通过劳动逐步学会使用工具与制造工具，并产生了简单的语言，这些活动使类人猿的大脑日趋发达，最后完成了由猿向人的演化。这时的原始人虽没有明确的数的概念，但已由“有”与“无”的概念进化到“多”与“少”的概念了。“多少”比“有无”要精确。这种概念精确化的过程最后就导致“数”的产生。

远古的人类还没有文字，他们用的是结绳记事的办法。遇事在草绳上打一个结，一个结就表示一件事，大事大结，小事小结。这种用结表示的方法就成了“符号”的先导。长辈拿着这根绳子就可以告诉晚辈某个结表示某件事。这样代代相传，所以一根打了许多结的绳子就成了一本历史教材。

又经过了很长的时间，原始人终于从一头野猪，一只老虎，一柄石斧，一个人……这些不同的具体事物中抽象出一个共同的数字——“1”。数“1”的出现对人类来说是一次大的飞跃。人类就是从这个“1”开始，逐步地数出了“2”、“3”……对于原始人来说，每数出一个数（实际上就是每增加一个专用符号或语言）都不是简单的事。直到20世纪初，人们还在原始森林中发现一些



古人用结绳记事

部落，他们数数的本领还很低。例如在一个马来人（即马来族人，东南亚的一个民族）的部落里，如果你去问一个老头的年龄，他只会告诉你：“我8岁”。这是怎么回事呢？因为他们还不会数超过“8”的数。对他们来说，“8”就表示“很多”。有时，他们实在无法说清自己的年龄，就只好指着门口的棕榈树告诉你：“我跟它一样大。”

这种情况在我国古代也曾发生并在古汉语中留下了痕迹。比如“九霄”指天的极高处，“九派”泛指江河支流之多，这说明，在一段时期内，“九”曾用于表示“很多”的意思。

总之，人类由于生产、分配与交换的需要，逐步得到了“数”，这些数排列起来，可得1, 2, 3, 4, …, 10, 11, 12……这就是自然数列。

古人认为，打了一只野兔又吃掉，野兔已经没有了，“没有”是不需要用数来表示的。所以数“0”出现得很迟。换句话说，零不是自然数。

后来由于实际需要又出现了负数。我国是最早使用负数的国家。西汉（公元前2世纪）时期，我国就开始使用负数。《九章算术》中已经给出正负数运算法则。人们在计算时就用两种颜色的算筹（古代的算筹实际上是一根根同样长短和粗细的小棍子，多用竹子制成）分别表示正数和负数，而用空位表示“0”，只是没有专门给出0的符号。“0”的符号最早在5世纪时，由印度人阿尔耶婆哈答首次使用。

这样，“整数”才完整地出现了。

## 实践中而生

De Fu Shu

Shi Jian Zhong Er Sheng

## 的负数

随着人类历史的进程，最原始的正数记数法已满足不了需要，人们就想办法把相反意义的量表示出来，那么负数是如何引入的？

今天，人们都能用正、负数来表示相反意义的两种量。例如，若以海

平面为 0 点，世界上最高的珠穆朗玛峰的高度为 +8848 米，世界上最深的马里亚纳海沟深为 -11034 米。在日常生活中，则用“+”表示收入，用“-”表示支出。可是在历史上，负数的引入却经历了漫长而曲折的道路。

古代人在实践活动中遇到了一些问题：若相互间借用东西，对借出方和借入方来说，同样的东西具有不同的意义。分配物品时，有时暂时不够，就要欠某个成员一定数量。再如，从一个地方，两个骑行者同时向相反的方向奔驰，离开出发点的距离即使相同，但两者又有不同的意义。久而久之，古代人意识到仅用数量来表示某一事物是不全面的，似乎还应加上表示方向的符号。为了表示具有相反意义的量和解决被减数小于减数等问题，逐渐产生了负数。

中国是世界上最早认识和应用负数的国家。早在两千年前的《九章算术》中，就有了以卖出粮食的数目为正（可收钱），买入粮食的数目为负（要付钱），入仓为正、出仓为负的思想。这些思想，西方要迟于中国八九百年。

## 土地测量 *Chuang Ji He* *Tu Di Ce Liang* 创几何

一般来说，数学是研究“数”与“形”的科学，它研究客观物质世界的数量关系和空间形式。其中“数”一般称为代数，“形”则称为几何。几何是数学中不可缺少的一个组成部分，占有十分重要的地位。

相传古埃及的尼罗河年年泛滥发水，两岸的田地常常被淹没；河水退掉以后，人们必须设法测量、重新勘定田地的界线。几乎年年如此地反复工作，很伤脑筋，人们从实际的生活和生产中进行了许多测量土地的工作，渐渐形成了测量技术，于是就产生了几何学。在拉丁文或希腊文中，几何学这个词，含有“测地术”的意思。

在更古老的新石器时代，原始人就对图形有了研究。考古学家从地下、坟墓等地方发现的陶器、篮子、服饰等物品上，可以充分看到他们对图案的敏锐观察力和创造力，这些东西在颜色、形状和结构上体现了几何的相似、对称等特性。另外，古代舞蹈的队形、祭祀的仪式，也呈现出种种丰富的图案，令人惊叹。

在中国最古老的数学典籍《周髀算经》和《九章算术》中，也记载了许多关于几何的问题，那时候的人们已经知道圆周率了，也有了一些基本图形的定义，如圆、正方形及角。中国古代的几何知识是极为丰富的。

在几何学的发展史上，古希腊数学家欧几里得的《几何原本》可谓是一部不朽的著作。这部书对几何学本身的发展有着巨大的影响。自它问世之日起，在长达 2000 多年的时间里一直盛行不衰。1606 年，我国明代一位大科学家徐光启把《几何原本》译成中文，根据英文 *Geometry*（几何）中的 *Geo* 的音译，第一次确定了“几何”这个名词，这也是西洋数学输入中国的开始。

## 代数学 *De Dan Sheng* 的诞生

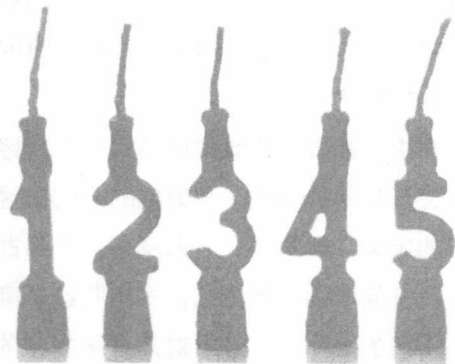
代数学是数学的一个重要分支，也是数学学科中的奠基石之一，它的出现对数学发展的推动力量是巨大的。

代数学的发展是从一般到特殊的过程，人们在经历了漫长的时间洗礼后才创造出了代数学。算术学是数学最根本的基础，一切数学分支都是在算术学的基础上发展起来的，代数学自然也遵循着这一规律，代数学的萌芽就是算术符号。符号几乎成了今天数学的主旋律，任何分支学科都大量地运用数学符号，数学运算中的抽象运算对符号的需要使符号的出现成了一种必然，代数学就是这样产生的。



17 世纪，算术学有大量的问题得不到解决，人们开始慢慢地在运算中使用一些符号，代数学便应运而生了。

代数学的产生不是一个人的发明创造，历史上很多国家都为代数学的产生做出了努力，所以代数学在一定程度上可以说是人类在不经意间达成的共识。但是在众多的国家中，阿拉伯数学家成了发现代数学的先锋，阿拉伯数学家花刺子米就是最杰出的一位，他为代数学的问世做出了突出的贡献。



数字的出现，促进了人类文明的飞速发展

其实，最初的代数学并不是由符号代替数字的，而是由文字来代替。但在实际运用过程中，文字的表述给运算带来的不便也慢慢显露出来。公元前 3 世纪的古希腊数学家丢番图，在他的著作《算术》中最早使用了字母，这是文献资料中所见的最早使用字母来运算的著作。因此，丢番图也被数学界奉为代数学的鼻祖。此外，韦达也做出过重要的贡献。公元 820 年左右，花刺子米著作了《代数学》一书，从此，代数学被流传、推广。

初等代数以解方程和方程组为中心内容，因此，初等代数学长时间被人们理解为解方程的数学。现在初等代数已经演变成高等数学了。

代数一词真正出现在我国已经是清末时期了，近代著名数学家李善兰将代数一词引入中国，但是我国对代数学的研究却有着悠久的历史。我国汉代著名的数学巨著《九章算术》，其中就已经有了关于代数学内容的记载。在宋元时期，“宋元四杰”之一的李冶发明了天元术，从此中国的人们将数学中的未知数用元来表示。