

高等学校教学参考书

高等数学习题集

(1965年修订本)

同济大学数学教研室编

人民教育出版社

简装本说明

目前 850×1168 毫米规格纸张较少,本书暂以 787×1092 毫米规格纸张印刷,定价相应减少 20%。希鉴谅。

高等数学习题集

(1965年修订本)

同济大学数学教研室编

人民教育出版社出版(北京沙滩后街)

上海中华印刷厂印装

新华书店上海发行所发行

统一书号 13012·070 开本 787×1092 1/32 印张 11 8/16

字数 294,000 印数 3,686,001—3,786,000 定价(5) ¥ 0.88

1959年10月第1版 1965年6月第2版 1980年8月上海第26次印刷

006038

目 录

第一编 解析几何

第一章 平面上的直角坐标、曲线及其方程.....	1
平面上点的直角坐标,坐标变换(1). 两点间的距离,线段的定比分点(2). 曲线及其方程(5). 杂题(6). 曲线的参数方程(7).	
第二章 直线.....	8
杂题(11).	
第三章 二次曲线.....	14
圆(14). 椭圆(15). 双曲线(17). 抛物线(18). 一般二次方程的简化(20). 椭圆及双曲线的准线(20). 杂题(21).	
第四章 极坐标.....	22
第五章 行列式及线性方程组.....	25
第六章 空间直角坐标、矢量代数.....	29
空间点的直角坐标(29). 矢量代数(31).	
第七章 曲面方程与空间曲线方程.....	37
第八章 平面与空间直线方程.....	41
平面方程(41). 空间的直线方程(44). 杂题(48).	
第九章 二次曲面.....	51

第二编 数学分析

第十章 函数.....	54
绝对值的运算(54). 函数值的求法(54). 函数的定义域(55). 建立函数关系(57). 函数性质的讨论(59). 函数的图形(61). 双曲函数(63).	

第十一章 极限	63
数列的极限(63). 函数的极限(64). 无穷大, 无穷小(64). 极限的 求法(65). 无穷小的比较, 等价无穷小(68). 杂题(69).	
第十二章 函数的連續性	71
第十三章 导数及微分	74
导数概念(74). 求函数的导数(76). 杂题(81). 导数的应用(83). 微分及其应用(86). 高阶导数(88). 参变量方程的导数(90).	
第十四章 中值定理, 导数在函数研究上的应用	92
中值定理(92). 罗彼塔法则(93). 泰勒公式(95). 函数的单调 性(96). 函数的极值(98). 最大值和最小值应用杂题(100). 曲线的 凹性和拐点(103). 渐近线(104). 函数研究及其图形的描绘(105). 平面曲线的曲率(106). 方程的近似解(107).	
第十五章 不定积分	108
简单不定积分(108). 换元积分法(109). 分部积分法(112). 换元 积分法和分部积分法杂题(112). 分式有理函数的积分(115). 三角 函数有理式的积分(115). 简单代数无理式的积分(116). 杂题(117).	
第十六章 定积分	120
定积分概念(120). 定积分的性质(121). 上限(或下限)为变量的定 积分(121). 计算定积分(应用牛顿-莱布尼兹公式)(122). 杂题 (126). 计算定积分(应用近似积分公式)(128). 广义积分(128).	
第十七章 定积分的应用	130
平面图形的面积(130). 体积(132). 平面曲线的弧长(134). 定积 分在力学及物理学上的应用(135).	
第十八章 級数	137
第十九章 富里哀級数	147
第二十章 多元函数的微分法及其应用	149
多元函数(149). 偏导数(151). 全微分及其应用(153). 复合函数 的微分法(154). 高阶偏导数(156). 隐函数的微分法(159). 空间 曲线的切线及法平面(161). 曲面的切平面及法线(163). 泰勒公 式(164). 多元函数的极值(165).	

第二十一章 微分方程	167
基本概念(167). 一阶微分方程(169). 高阶微分方程(177). 线性 微分方程(179). 级数解法(183).	
第二十二章 重积分	183
二重积分(183). 三重积分(188). 曲面面积(191). 重积分在物理 学上的应用(191).	
第二十三章 曲线积分与曲面积分	195
曲线积分(195). 曲面积分(203).	
答案	206
附录	333

*

*

*

注意: 本书在题目号码右上角加记号“*”时,表示较难之
题;在题目号码右上角加记号“△”时,表示超出大纲之题.

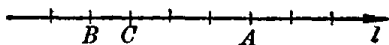
第一編 解析几何

第一章 平面上的直角坐标、曲线及其方程

平面上点的直角坐标,坐标变换

1.1. 设轴上三点 A, B, C 的排列次序如图, A 和 B 间距离为 4, C 和 B 间距离为 1.

(a) 求轴上有向线段 \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} 的值.



(b) 若以点 A 为原点,那么点 A, B, C 的坐标等于什么?

1.2. 已知数轴上点 A, B, C 的坐标依次为 $-6, 0, 8$, 求轴上有向线段 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} 的值.

1.3. 作下列各点: $A(2, 7), B(3, 0), C(1, -4), D(0, 5), E(-1, 2), F(-4, -3), G(-2, 0), H(0, -3), K\left(-3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{3}\right), L(\sqrt{2}, -\sqrt{3}), N(0, \sqrt{5})$.

1.4. 三角形的三个顶点的坐标如下:

(a) $(8, 4), (0, -4), (2, 4)$;

(b) $(3, 5), (3, 10), (0, 2.5)$;

(c) $(2, 0), (-1, \sqrt{3}), (-1, -\sqrt{3})$.

求作这些三角形.

1.5. 设 $a=1, b=2$, 求作点 $(a, b), (b, a), (-a, b), (b, -a), (-b, a), (a, -b), (-a, -b)$ 和 $(-b, -a)$.

1.6. 一正方形的边长为 2 单位, 如果将两条坐标轴放到这正方形的任意一组邻边上去, 问正方形各顶点的坐标等于什么?

1.7. 菱形的每边长为 5 单位, 它有一条对角线长为 6 单位, 如果把菱形的两条对角线分别放在两坐标轴上. 求它各个顶点的坐标.

1.8. 已知点 $M(3, 2)$, 作它关于横轴, 纵轴, 原点的对称点. 求这些点的坐标.

1.9. 证明点 $A_1(a, b)$ 关于第 I 和第 III 象限角的平分线的对称点 A_2 必有坐标 (b, a) .

1.10. 点 B 与点 $A(2, 4)$ 对称于第 I 和第 III 象限角的平分线, 求点 B 的坐标.

1.11. 一点在某一坐标系下的坐标为 $x=2, y=-1$, 如果轴的方向保持不变而将原点移至点:

- (a) $(4, 5)$; (b) $(4, -5)$;
 (c) $(-4, 5)$; (d) $(-4, -5)$.

该点在新系下的坐标等于什么?

1.12. 某点在两轴方向相同的两坐标系下的坐标为 $(12, -7)$ 和 $(0, 15)$, 各系的原点在他系下的坐标等于什么?

1.13. 如果将坐标轴依逆时针方向旋转 60° , 点 $M(1, \sqrt{3})$ 在新系下的坐标等于什么?

1.14. 如果将坐标轴依逆时针方向旋转 45° , 点 $M(1, \sqrt{3})$ 在新系下的坐标等于什么?

1.15. 坐标轴应该旋转多少角度, 方能使点 $M(2, 0)$ 在新系下的横标和纵标变成相等? (我们把角度限制在 $-\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{\pi}{2}$ 之间.)

两点间的距离, 线段的定比分点

1.16. 求下列各题中两点间的距离:

- (a) $(5, 2)$ 和 $(1, -1)$; (b) $(-6, 3)$ 和 $(0, -5)$;
 (c) $(0, 0)$ 和 $(-3, 4)$; (d) $(9, -7)$ 和 $(4, 5)$.

1.17. 已知三角形的顶点 $A(3, 2)$, $B(-1, -1)$ 和 $C(11, -6)$. 求

三角形的周长.

1.18. 试证顶点为 $A(0, 0)$, $B(3, 1)$ 及 $C(1, 7)$ 的三角形是直角三角形.

1.19. 一点从点 $A(-3, -2)$ 作直线运动移至点 $B(4, 5)$, 求该点所经过的距离.

1.20. 证明点 $(7, 2)$ 和点 $(1, -6)$ 在以点 $(4, -2)$ 为圆心的圆周上, 并求这个圆的半径.

1.21. 在 x 轴上求与点 $A(5, 12)$ 的距离为 13 单位的点的坐标.

1.22. 在第 I 象限角的平分线上求一点, 使它与点 $A(0, 2)$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 单位.

1.23. 已知点 M 的横坐标等于 7 单位, 而到点 $N(-1, 5)$ 的距离等于 10 单位, 求点 M 的纵坐标.

1.24. 已知点 M 到两坐标轴和点 $(3, 6)$ 都有相等的距离, 求点 M 的坐标.

1.25. 求与已知三点 $A(2, 2)$, $B(-5, 1)$ 和 $C(3, -5)$ 等距离的点.

1.26. 试用解析法证明, 任意三角形两边中点连线之长等于第三边之长的一半.

1.27. 设点 $M_1(1, 1)$, $M_2(2, 2)$, $M_3(3, -1)$ 是平行四边形的三个顶点, 求第四个顶点.

1.28. 设正方形相邻两顶点是 $A(2, 3)$ 和 $B(6, 6)$, 求其余的顶点.

1.29. 下列各对坐标表示一线段的两端点, 试求它们的中点:

(a) $(7, 4)$, $(3, 2)$; (b) $(6, -4)$, $(2, 2)$;

(c) $(a, 1)$, $(1, a)$; (d) $(0, 0)$, $\left(0, \frac{2}{3}\right)$;

(e) $\left(-3\frac{3}{8}, -7\frac{5}{8}\right)$, $\left(2\frac{3}{4}, -4\frac{1}{2}\right)$.

1.30. 从点 $A(2, 3)$ 引一线段到点 $B(7, -2)$, 再延长同样的长度.

求延长线端点的坐标.

1.31. 已知两点 $A(5, 4)$ 和 $B(6, -9)$. 延长线段 \overline{AB} 至点 C 使 $BC = \frac{1}{2}AB$, 求点 C 的坐标.

1.32. 已知两点 $A(2, 3)$, $B(3, 5)$. 求分线段 \overline{AB} 得比值 $1:3$ 的点 M 的坐标.

1.33. 已知两点 $A(2, 1)$, $B(3, 9)$. 求(a)分线段 \overline{AB} 得比值 $4:1$ 的点 M 的坐标; (b)分线段 \overline{BA} 得比值 $4:1$ 的点 M 的坐标.

1.34. 下列各对坐标表示一线段的两端点, 试求它们的两个三等分点.

(a) $(-1, 2)$, $(-10, -1)$; (b) $(11, 6)$, $(2, 3)$.

1.35. 点 $C(2, 3)$ 将线段 \overline{AB} 分为 $1:2$. 如已知点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 求点 B 的坐标.

1.36. 线段 \overline{AB} 被点 $M_1(1, 2)$ 和 $M_2(3, 4)$ 分成相等的三部分. 求点 A 和 B 的坐标.

1.37. 两点 $A(x, 5)$ 和 $B(-2, y)$ 间的线段被点 $M(1, 1)$ 平分. 求出点 A 的横标和点 B 的纵标.

1.38. 已知三角形的顶点的坐标 $A(3, -2)$, $B(5, 2)$ 和 $C(-1, 4)$, 求它中线的长.

1.39. 直线由两点 $A(-1, 4)$ 和 $B(2, 1)$ 决定, 在这条直线上求横标等于 5 单位的点.

1.40. 已知三角形的顶点: $A(1, 4)$, $B(-5, 0)$ 及 $C(-2, -1)$. 求它的中线的交点.

1.41. 已知平行四边形的相邻两顶点为 $A\left(-4\frac{1}{2}, -7\right)$ 和 $B(2, 6)$ 及对角线的交点 $M\left(3, 1\frac{1}{2}\right)$. 求它的其余两个顶点.

1.42. 点 $A(1, 1)$ 到点 B 的长为 5 单位, 线段 \overline{AB} 中点的横标为 3 单位, 求点 B 的坐标.

1.43. 已知三角形各边的中点为 $P(3, -2)$, $Q(1, 6)$ 和 $R(-4, 2)$. 求三角形的顶点.

曲线及其方程

1.44. 画出下列各方程的轨迹:

(a) $y^2 = 4x$; (b) $y = x^3$; (c) $y^2 - x^3 = 0$;

(d) $y - x^2 - 2x = 0$; (e) $4x^2 + y^2 = 4$; (f) $xy = 1$.

1.45. 方程 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ 所对应的几何轨迹是什么?

1.46. 一动点, 它到坐标原点和到点 $A(-5, -4)$ 的距离是相等的. 建立其轨迹方程.

1.47. 一动点, 它到 y 轴的距离等于它到点 $C(2, 0)$ 的距离. 建立它的轨迹方程.

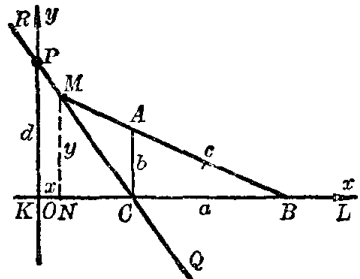
1.48. 一动点到 x 轴的距离是到 y 轴的距离的两倍, 建立它的轨迹方程.

1.49. 作到 x 轴及 y 轴的距离的乘积等于 1 的轨迹方程.

1.50. 在两坐标轴间有定长线段 AB , 在 AB 上有某一点 P , 当点 A 永远在横轴上, 同时点 B 永远在纵轴上移动时, 试求点 P 的轨迹.

1.51. 枪弹以速度 v_0 而与地面成 α 角射出, 试建立弹道的轨迹方程.

1.52. 一渔轮在进行拖网时, 测得它到一小岛的距离与到一直线海岸的距离之比保持为一定数 e . 试建立渔轮航行的轨迹方程 (圆锥曲线). [提示: 取坐标系 xOy 使小岛位于坐标原点 O , 而海岸与直线 $x-a=0$ 一致.]



1.53. 一枢轴 RQ 绕定点 P 旋转, 并推动直角三角形 ACB 使沿直

线 KL 滑动, 求枢轴 RQ 与斜边 AB 的延长线的交点 M 的轨迹方程.

[提示: 如图, $\triangle OPC \sim \triangle NMC$, $\triangle NMB \sim \triangle CAB$.]

1.54. 作出下列参数方程的图形:

(a) $x=2t, y=\frac{t}{3}$; (b) $x=5t^2-1, y=10t^2+4$;

(c) $x=2t+1, y=4t^2$; (d) $x=3\sin\theta, y=4\cos\theta$;

(e) $x=\csc\theta, y=5\operatorname{ctg}\theta$.

1.55. 求圆 $x^2+y^2=8$ 与直线 $x-y=0$ 的交点.

1.56. 求曲线 $4x^2+y^2=32$ 和 $y^2=8x$ 的交点.

1.57. 试求曲线 $y=2+x-x^2$ 与两坐标轴的交点.

1.58. 下列各曲线方程, 如平移坐标轴至其后所示的新原点, 应变为何种形式?

(a) $3x-4y=6, (2, 0)$; (b) $5x-y+2=0, (3, -2)$;

(c) $x^2+y^2-4x-2y=0, (2, 1)$;

(d) $y^2-4x+8=0, (2, 0)$; (e) $y^2=x^3, (-2, -3)$.

1.59. 下列各曲线方程, 如依其后所注角度将坐标轴依逆时针方向旋转, 应变为如何?

(a) $x+y=0, \frac{\pi}{4}$; (b) $x+2y=1, \frac{\pi}{3}$;

(c) $x^2+4xy+y^2=16, \frac{\pi}{4}$.

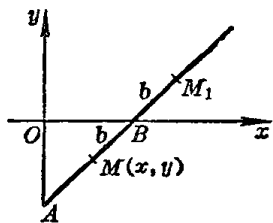
杂 题

1.60. 若 $P(5, 9)$ 是圆周上的一点, 这圆周的圆心是 $(1, 6)$, 求这圆周的方程并且将它画出来.

1.61. P 为一动点, 它到原点 O 的距离的平方等于它的两坐标的和, 求点 P 的轨迹.

1.62. 给定直线 Ox 及与它距离为 a 的点 A (如图). 经过点 A 作

一切可能的直线，且在每条直线上，在它与基线 Ox 的交点 B 的两侧，取长度等于 b 的线段 MB 和 M_1B . 求点 M 和点 M_1 的轨迹方程(蚌线).



1.63. 一重心在点 $M(5,1)$ 的均匀

细棒，它的一端在点 $A(-1,-3)$ 上，求另一端点 B 的位置. [提示: 均匀细棒的重心在它的中点处.]

1.64. 试用三角形的顶点坐标来表示其形心的坐标. [提示: 三角形的形心位于它的三条中线的交点.]

1.65. 重力作用于质点 $M_1(x_1, y_1)$ 和 $M_2(x_2, y_2)$ 上，它们的质量分别为 m_1 与 m_2 , 试求这力系的重心的坐标.

1.66. 在 $A(-1, 0)$, $B(-2, 4)$, $C(4, 5)$ 三点上分别放置 30 克、50 克和 70 克重量的物体，试求这一物系的重心的位置.

曲线的参数方程

1.67. 设炮弹从发射点 O 以初速 v_0 和发射角 α 射出，求炮弹在 xOy 平面中的运动规律. [提示: 取 x 轴为水平位置, y 轴为铅直位置.]

1.68. 设动点在 xOy 平面上沿一直线作等速运动，开始一秒钟后它从点 $(1, 2)$ 移动到点 $(2, 1)$, 问 t 秒钟后动点的位置 (x, y) 又是怎样?

1.69. 描出下列参数方程的图形:

$$(a) \quad x = 2t^2, \quad y = 3t - t^3; \quad (b) \quad x = 2t + 3, \quad y = \frac{1}{2}t^2 - 4.$$

1.70. 消去曲线的参数方程 $\begin{cases} x = 3 + 4 \cos \theta, \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$ 中的参数 θ 而将曲线

方程表示为 $F(x, y) = 0$ 的形式.

第二章 直线

2.1. 一直线通过点 $A(-3, -2)$ 和 $B(4, 5)$. 求此直线的斜率及其倾角.

2.2. 已知三角形的三个顶点为 $A(4, -1)$, $B(-3, 2)$ 和 $C(-2, 6)$, 求它各边的斜率.

2.3. 试由斜率证明三点 $(-2, 12)$, $(1, 3)$ 和 $(4, -6)$ 在一直线上.

2.4. 若通过两点 $(-k, 3)$ 和 $(5, -k)$ 的直线的斜率等于 1, 求 k 的值. 将这两点和直线画出来.

2.5. 设直线过原点, 倾角为 (a) 135° ; (b) 180° . 求其方程.

2.6. 求直线 (a) $x - y + 5 = 0$, (b) $4x + 8y - 16 = 0$ 的斜率和截距.

2.7. 证明四点 $(-2, -3)$, $(5, -4)$, $(4, 1)$, $(-3, 2)$ 是平行四边形的顶点.

2.8. 设一直线过点 $(2, 1)$, 并与 x 轴成 45° 角. 求它的方程.

2.9. 设一直线过点 $(-2, 4)$, 它的倾角等于直线 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 3$ 的倾角的两倍. 求其方程.

2.10. 求直线 (a) $x + 3y + 5 = 0$, (b) $4x + 8y + 16 = 0$ 的截距.

2.11. 一直线在 y 轴上的截距为 -3 , 倾角为 $\frac{\pi}{6}$. 求这直线的方程.

2.12. 一直线在 y 轴上的截距 $b = 5$, 且过点 $(6, 3)$. 求其方程.

2.13. 将下列各直线方程化为截距式方程, 并利用截距描绘直线的图形:

(a) $2x = 3y - 6$; (b) $2y - 5x = 20$;

(c) $y = 6(x - 3)$; (d) $3y - 6x + 10 = 0$.

2.14. 一直线通过点 $(5, 2)$, 且在 x 轴上的截距和在 y 轴上的截距

相等. 求其方程.

2.15. 过点 $(6, 8)$ 引一直线, 使与两坐标轴所围成三角形的面积等于12. 求其方程.

2.16. 求通过下列各对点的直线方程:

(a) $(4, 6)$ 和 $(3, -1)$; (b) $(5, 2)$ 和 $(-4, -3)$;

(c) $(-6, 1)$ 和 $(2, 0)$.

2.17. 已知顶点为 $A(4, 2)$, $B(-2, 4)$, $C(-1, -4)$ 的三角形. 试写出经过顶点 C 的中线方程, 并求此中线的长.

2.18. 求原点到直线 $4x - 4y = 9$ 的距离.

2.19. 求点 $(2, 1)$ 到直线 $2x = 3y - 6$ 的距离.

2.20. 求点 (x_0, y_0) 到直线 $y = kx + b$ 的距离.

2.21. 求二平行直线 $2x + 3y = 7$, $4x + 6y = 11$ 间的距离.

2.22. 过点 $(1, 2)$ 引一直线, 使与点 $(2, 3)$ 和点 $(4, -5)$ 的距离相等. 求此直线方程.

2.23. 求过点 $(-4, 3)$, 而与原点距离为5的直线方程.

2.24. 求经过坐标原点, 且与点 $A(2, 1)$ 的距离为1的直线方程.

2.25. 给定直线 $3x - 4y - 10 = 0$, 求与此直线平行且和它有3单位的距离的直线方程.

2.26. 一直线通过点 $A(5, 2)$, 且点 $(-3, 1)$ 到它的距离是4单位, 写出它的方程.

2.27. 求直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 和 $4x - 3y + 5 = 0$ 间夹角的平分角线的方程. [提示: 平分角线上任一点到两直线等距离.]

2.28. 求二直线 $3x + 4y - 9 = 0$ 和 $12x + 9y - 8 = 0$ 所构成两角的平分角线, 并验证这两平分角线互相垂直.

2.29. 三角形的顶点在点 $A(1, 2)$, $B(-1, -1)$ 和 $C(2, 1)$ 处, 求角 B 的平分角线的方程.

2.30. 在下面各对直线中判定哪些是互相平行的, 哪些是互相垂

直的,若不互相平行也不互相垂直,就求它们的交角:

- (a) $x+2y=3$, $x+2y=-4$;
 (b) $2x-y+5=0$, $4x-2y-7=0$;
 (c) $x-y=1$, $x+y=2$;
 (d) $x+2y+11=0$, $6x-3y-4=0$;
 (e) $3x-y=0$, $2x+y=0$;
 (f) $2x-3y=1$, $x-3=0$;
 (g) $x+y=0$, $y=0$.

2.31. λ 的值怎样,则两直线 $3x-2y+6=0$ 和 $\lambda x-y+2=0$

- (a) 互相平行; (b) 互相垂直.

2.32. 求过点(2, -3), 而与直线 $y=2x+1$ 垂直的直线方程.

2.33. 一直线通过点(2, -3), 且平行于连接两点(1, 2)和 (-1, -5)的直线. 求此直线方程.

2.34. 一直线平行于直线 $2x+3y+1=0$, 且在 y 轴上的截距等于 5, 求其方程.

2.35. 一直线在 x 轴上的截距 $a=3$, 且与直线 $x-4y+2=0$ 平行, 试求其方程.

2.36. 直线 $4x-3y+11=0$ 上一点, 它的横标等于 1, 从这点作该直线的垂线. 试求这垂线的方程.

2.37. 已知顶点为 $A(6, 4)$, $B(-3, 5)$, $C(-2, -6)$ 的三角形. 试求出经过顶点 A , 且与经过顶点 B 的中线平行和垂直的两直线的方程.

2.38. 设引一直线通过两直线 $3x-y-3=0$, $4x+3y-4=0$ 的交点, 且垂直于其中的第一直线, 求所引直线的方程.

2.39. 过两直线 $2x-3y+5=0$ 和 $x-4y+5=0$ 的交点引一直线使与直线 $3x-2y+2=0$ 平行. 求此直线的方程.

2.40. 三角形的顶点在点 $A(1, 3)$, $B(-1, 0)$ 和 $C(2, -2)$ 处. 求其高线(即通过顶点而与对边垂直的直线)的方程.

2.41. 三角形三边的方程是 $x-y-3=0$, $x-3y-4=0$ 和 $4x+2y+3=0$. 求其三内角.

2.42. 三角形的顶点是点 $A(2, 1)$, $B(3, 1)$ 和 $C(1, 2)$, 求 $\angle A$.

2.43. 正三角形的两个顶点是点 $A(2, 1)$ 和 $B(2, 5)$, 求第三个顶点.

2.44. 求过点 $(3, 5)$ 并与直线 $3x-2y+7=0$ 成 45° 角的直线方程.

2.45. 光线从点 $(-2, 3)$ 射到点 $(1, 0)$, 然后被 x 轴反射, 求反射线的方程.

杂 题

2.46. 已知一直线方程为 $y = \sqrt{3}x - 2$, 先将坐标轴平移, 使新原点为 $(\sqrt{3}, 1)$, 再将坐标轴依逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{6}$. 求此直线在新坐标系下的方程.

2.47. 直线 l 经过定点 $(-3, 4)$, 并且具有下列各条件之一. 求 l 的方程:

- (a) 平行于直线 $5x+4y=6$;
- (b) 垂直于经过两点 $(4, 1)$ 和 $(7, 3)$ 的直线;
- (c) 交 x 轴于 $(10, 0)$;
- (d) 在两轴上的截距之和等于 12;
- (e) 与点 $(12, 9)$ 相距 5 单位;
- (f) 到两点 $(2, 2)$ 和 $(0, -6)$ 的距离相等;
- (g) 经过直线 $x+y=8$ 和 $4x-3y=12$ 的交点.

2.48. 直线 l 的斜率为 $-\frac{3}{4}$, 并且具有下列各条件, 求 l 的方程:

- (a) 在 x 轴上的截距是 6;
- (b) 距点 $(10, 2)$ 4 单位;

(c) 到两点(2, 7)和(3, -8)的距离相等.

2.49. 直线 l 经过下列各对直线的交点, 并具有其后所给的另一条件, 求它的方程:

(a) $3x - 2y = 13$ 和 $x + y - 6 = 0$, 经过点(2, -3);

(b) $4x + y - 7 = 0$ 和 $3x - 2y = 10$, 平行于直线 $x - 3y = 6$;

(c) $3x + 5y - 13 = 0$ 和 $x + y - 1 = 0$, 垂直于直线 $7x - 5y = 10$.

2.50. 三角形三边的中点在点(1, 2), (7, 4)和(3, -4)处, 求各边的方程.

2.51. 求平行于直线 $5x + 12y - 13 = 0$ 并与它相距 2 单位的直线方程.

2.52. 过原点和点 $M(1, 3)$ 分别作两平行线, 如已知这两直线间的距离为 $\sqrt{5}$, 求它们的方程.

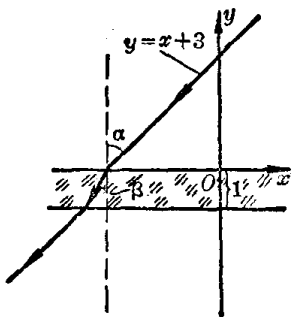
2.53. 求与点 $O(4, 3)$ 距离为 5 单位, 且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程.

2.54. 求过点(1, 2)并与圆 $x^2 + y^2 = 5$ 相切的切线方程.

2.55. 求垂直于直线 $4x - y = 7$, 而其垂足的横标等于 1 的直线方程.

2.56. 一光线, 在穿过厚 1 厘米的玻璃片(折射率^①为 1.5)以前, 它的方程是 $y = x + 3$, 设横轴位于这玻璃片的表面上, 而纵轴垂直于此片(见图). 试求在此玻璃片内和出玻璃片后的光线方程, 以及光线在玻璃片内的行程.

2.57. 设直线 $y = mx - 7$ 分两点 $M_1(3, 2)$, $M_2(1, 4)$ 的连线 $\overline{M_1M_2}$ 成两



① 设光线的入射角为 α , 而出射角为 β , 则 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{折射率}$.