

Nachrichtentechnik 8

R. Elsner
Nichtlineare
Schaltungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

TN7
E2

8164124

Rudolf Elsner

Nichtlineare Schaltungen

Grundlagen,
Berechnungsmethoden,
Anwendungen

Mit 113 Abbildungen



E8164124



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1981

Dr.-Ing. RUDOLF ELSNER

Professor, Institut für Nachrichtentechnik,
Technische Universität Braunschweig

Dr.-Ing. HANS MARKO

o. Professor, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik
Technische Universität München

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Elsner, Rudolf:

Nichtlineare Schaltungen: Grundlagen, Berechnungen, Anwendungen/

Rudolf Elsner. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1981.

(Nachrichtentechnik; Bd. 8)

ISBN 3-540-10477-1 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York

ISBN 0-387-10477-1 Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdruckes, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Die Vergütungsansprüche des § 54, Abs. 2 UrhG werden durch die 'Verwertungsgesellschaft Wort', München, wahrgenommen.

© Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1981.

Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Buche berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zur Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Offsetdruck und Bindearbeiten: fotokop wilhelm weihert KG, Darmstadt

2362/3020 5 4 3 2 1 0

Nachrichtentechnik
Herausgegeben von H. Marko
Band 8



Vorwort

Dieses Buch befaßt sich mit nichtlinearen Schaltungen. Eine Schaltung ist eine Zusammenfügung von Bauelementen. Bauelemente sind Widerstände, Induktivitäten, Kapazitäten, Übertrager, Leitungen, Spannungs- und Stromquellen sowie Elektronenröhren, Transistoren oder Operationsverstärker als Steuerelemente. Das Verhalten der Bauelemente in der Schaltung wird durch ihre Kennlinie oder Übertragungseigenschaften bestimmt. Wenn das Verhältnis der Spannung am Bauelement zu dem Strom durch das Bauelement unabhängig von dieser Spannung oder diesem Strom ist, bezeichnet man das Element als linear, wenn es abhängig ist als nichtlinear. Dies gilt genau genommen nur für Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten. Bei den anderen Bauelementen ist die Proportionalität zwischen Ausgangs- und Eingangsgröße das Kennzeichen der Linearität. Ihr Fehlen kennzeichnet die Nichtlinearität. Eine Schaltung heißt nichtlinear, wenn sie mindestens ein nichtlineares Bauelement enthält. Die Zusammenfügung der Bauelemente bezeichnet man auch als Netzwerk. Treten in der Schaltung nur Gleichstrom- oder Gleichspannungsquellen auf, so wird sie als Gleichstromnetzwerk bezeichnet. Treten auch Quellen mit zeitlich periodischem Verlauf der Ausgangsgrößen auf, so wird diese Schaltung als Wechselstromnetzwerk bezeichnet.

Nach einigen grundlegenden Betrachtungen (Kap. 1 und 2) werden Verfahren zur Analyse von Gleichstrom- (Kap. 3) und Wechselstromnetzwerken (Kap. 4) gezeigt. Dabei wird als Analyse die Bestimmung der Ströme und Spannungen im Netzwerk bezeichnet. In Kap. 5 werden Methoden zur Bestimmung des Einschwingverhaltens nichtlinearer Schaltungen dargestellt. Eine Theorie nichtlinearer Systeme mit beliebigem Eingangssignal bringt Kap. 6. Dabei wird als System ein Netzwerk bezeichnet, dessen Schaltungsaufbau im einzelnen unbekannt bleiben kann und dessen lineares und nichtlineares Verhalten durch geeignete Gewichtsfunktionen beschrieben wird. Kap. 7 und 8 weisen auf Ansätze zur Berechnung von Ausbreitungsvorgängen auf Leitungen und des Übertragungsverhaltens von Vierpolen hin, wenn die Eigenschaften dieser Elemente oder Schaltungen nichtli-

near sind. Wellenausbreitungsvorgänge in nichtlinearen Medien werden nicht behandelt. Die nächsten beiden Kapitel befassen sich mit Anwendungen und Störwirkungen nichtlinearer Bauelemente. Das letzte Kapitel zeigt die Wirkung nichtlinearer Kennlinien auf die statistischen Eigenschaften stochastischer Signale.

Zeitlich konstante Größen werden in der Regel mit Großbuchstaben, zeitlich veränderliche mit Kleinbuchstaben bezeichnet. Unabhängig davon, ob das Bauelement linear oder nichtlinear ist, ergibt sich aus der elektrischen Ladung q der Strom $i = dq/dt$ und aus dem magnetischen Windungsfluß ψ die Spannung $u = d\psi/dt$. In einer Liste am Ende des Buches werden einige Literaturstellen angegeben, die spezielle Probleme nichtlinearer Schaltungen, z.T. ausführlicher als in diesem Buch möglich, behandeln.

Der Inhalt dieses Buches ist aus der Vorlesung "Nichtlineare Elektrotechnik" entstanden. Bauelemente mit nichtlinearer Kennlinie sind in der Elektrotechnik, insbesondere in der Nachrichten- und Hochfrequenztechnik seit ihren Anfängen bekannt. Solche Kennlinien treten nicht nur als störende Abweichungen von der Linearität auf, sondern werden in vielfältigen Anwendungen eingesetzt. Daher sind in der Elektrotechnik eine große Zahl von Methoden entwickelt worden, um Schaltungen mit nichtlinearen Bauelementen rechnerisch erfassen und ihre Eigenschaften angeben zu können.

Dieses Buch versucht, diese Methode in einen Zusammenhang zu stellen. Diesen Zusammenhang liefern die in der Elektrotechnik weit entwickelten linearen Berechnungsmethoden, so daß der lineare Fall sich hier jeweils als einfachster Grenzfall der nichtlinearen Beschreibung ergibt. Das Buch ist daher weder anwendungsorientiert, noch betont es die mathematischen Lösungen der nichtlinearen Probleme, sondern beschreibt und begründet Methoden und zeigt ihre Anwendbarkeit an speziell ausgesuchten Fällen. Eine Reihe dieser Anwendungen wurden von meinen Mitarbeitern untersucht, denen hier mein besonderer Dank gilt.

Am Schluß dieses Vorworts möchte ich nicht unerwähnt lassen, daß meine verehrten Lehrer Herr Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e.h. L. Pungs und Herr Prof. Dr.-Ing. F. Kirschstein mich zur Beschäftigung mit dem Gebiet der nichtlinearen elektrischen Schaltungen angeregt haben, da sie als Nachrichtentechniker von seiner Bedeutung überzeugt waren.

Nach- richten- technik

Herausgeber:
H. Marko



Springer-Verlag
Berlin
Heidelberg
New York

Band 1
H. Marko

Methoden der Systemtheorie

Die Spektraltransformation und ihre Anwendungen
1977. 87 Abbildungen, 11 Tabellen. XVII, 220 Seiten
DM 68,- ISBN 3-540-08106-2

"...ist außer zum Erststudium der Systemtheorie vor allem für jene zu empfehlen, die sich mit einer bloßen Anwendung der Laplacetransformation nach Anweisung nicht begnügen. Der beschränkte mathematische Aufwand erleichtert das Studium auch dem in der Praxis stehenden Ingenieur."

Elin Zeitschrift

Band 2
P. Hartl

Fernwirktechnik der Raumfahrt

Telemetrie, Telekommando, Bahnvermessung
Berichtigter Nachdruck. 1980. 104 Abbildungen, 8 Tabellen.
XIII, 208 Seiten. DM 54,- ISBN 3-540-08172-0

"...Als hervorragender Kenner behandelt der Verfasser in leicht verständlicher Sprache, welche fernwirk- und funktechnischen Anforderungen die Raumfahrt stellt und wie man ihnen gerecht wird... Mit einleuchtenden Bildern und Beispielen zu den wichtigsten Formeln werden die Grundlagen gut veranschaulicht. Obwohl als Hochschulvorlesung gedacht, kann jeder technisch interessierte Leser aus diesem Buch ein Gebiet modernster Technik in prägnanter Kürze verstehen lernen."

Frequenz

Band 3
E. Lüder

Bau hybrider Mikroschaltungen

Einführung in die Dünn- und Dickschichttechnologie
1977. 141 Abbildungen. IX, 166 Seiten
DM 54,- ISBN 3-540-08289-1

"...vermittelt dieses Buch durch den umfassenden Rahmen, die Zusammenstellung der wichtigsten Standardliteratur und durch ein in Stichworten gegliedertes, umfangreiches Sachverzeichnis nicht nur die als Ziel genannte Einführung, sondern bietet darüberhinaus auch den Einstieg zu einer weiteren Vertiefung in Detailfragen dieser Technologie. Verdienstvoll ist ferner, daß diese Thematik einmal in voller Breite in deutscher Sprache dargestellt wird."

Thin Solid Films

Band 4
H. Kremer

Numerische Berechnung linearer Netzwerke und Systeme

1978. 29 Abbildungen. X, 179 Seiten
DM 54,- ISBN 3-540-08402-9

"...Der Text ist durchweg leicht lesbar und mit Beispielen ergänzt... Im Anhang sind wichtige Verfahren als FORTRAN-Unterprogramme beigelegt. ...ermöglicht dem Ingenieur nicht nur einen guten Einblick in moderne numerische Methoden zur Netzwerk- und Systemanalyse, sondern stellt auch eine praktische Arbeitshilfe dar, wozu ein Sachregister und ein Literaturverzeichnis beitragen." *Rundfunktechn. Mittlg.*

Nachrichtentechnik

Herausgeber: H. Marko

Band 5
G. Färber

Prozeßbrechentechnik

Allgemeines, Hardware und Software, Planungshinweise
1979. 98 Abbildungen, 5 Tabellen. X, 208 Seiten
DM 48,- ISBN 3-540-09263-3

“...dient als einführende und folglich willkommene Hilfe für die in der praktischen Berufsarbeit stehenden Ingenieure, die bislang Schaltungsentwicklungen in konventioneller Technik durchgeführt haben und sich jetzt mit der neuen Technologie vertraut machen wollen.”
Messen und prüfen

Band 6
E. Herter, H. Rupp

Nachrichtenübertragung über Satelliten

Grundlagen und Systeme, Erdefunkstellen und Satelliten
1979. 73 Abbildungen. XIII, 205 Seiten
DM 58,- ISBN 3-540-09439-3

“...wendet sich an Studenten und Ingenieure der Nachrichtentechnik, die eine Gesamtdarstellung der zur Satellitenübertragung benutzten Einrichtungen suchen. Es ist jedoch auch allen jenen zu empfehlen, die auf einem der vielen von der Satellitentechnik tangierten Gebiete arbeiten und sich einen aktuellen Überblick über Nachrichtensatelliten verschaffen wollen.”
Nachrichten Elektronik

Band 7
R. Lückner

Einführung in die Theorie linearer zeitdiskreter Systeme und Netzwerke

1980. 96 Abbildungen, 9 Tabellen. X, 255 Seiten
DM 58,- ISBN 3-540-10198-5

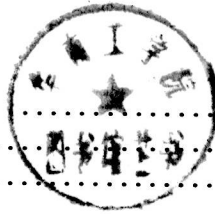
Das Buch beschäftigt sich mit system- und netzwerktheoretischen Methoden zur Untersuchung und Entwicklung digitaler Filter in einer Form, die gleichermaßen Studenten und Ingenieuren der Nachrichtentechnik und verwandter Fachgebiete als Einführung dienen soll. Im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen lineare zeitdiskrete Systeme und Netzwerke, also mathematische Modelle digitaler Filter.



Springer-Verlag
Berlin
Heidelberg
New York

Inhaltsverzeichnis

<u>1 Bauelemente mit nichtlinearen Kennlinien</u>	1
1.1 Bauelemente	1
1.2 Kennlinien	3
<u>2 Mathematische Erfassung nichtlinearer Kennlinien</u>	6
2.1 Prinzip des kleinsten quadratischen Fehlers	6
2.2 Rektifikation	8
2.2.1 Logarithmische Rektifikation	8
2.2.2 Doppellogarithmische Rektifikation	8
2.2.3 Rektifikation quadratischer Parabeln	9
2.2.4 Rektifikation von Hyperbeln	9
2.3 Harmonische Analyse	10
<u>3 Analyse von Gleichstromnetzwerken</u>	13
3.1 Regeln zur Analyse	13
3.1.1 Allgemeine Regeln	13
3.1.2 Zusammenschaltung nichtlinearer Widerständen	13
3.1.3 Aktive nichtlineare Zweipole	14
3.2 Berechnungsmethoden	16
3.2.1 Netzwerk mit einem nichtlinearen Widerstand	16
3.2.2 Netzwerk mit zwei nichtlinearen Widerständen	17
3.2.3 Netzwerk mit mehreren nichtlinearen Widerständen	17
3.2.4 Magnetische Kreise	18
<u>4 Analyse von Wechselstromnetzwerken</u>	19
4.1 Ansteuerart	19
4.2 Richtkennlinienfelder	24
4.2.1 Richtkennlinienfelder einer Diode	24
4.2.2 Richtkennlinienfelder nichtlinearer Reaktanzen	27



4.2.3 Richtkennlinienfelder nichtlinearer Bauelemente in Gegentaktschaltungen	28
4.3 Netzwerke mit einer sinusförmigen Quelle	33
4.4 Netzwerke mit zwei sinusförmigen Quellen	35
4.4.1 Leistungsbeziehungen für den nichtlinearen Widerstand	36
4.4.2 Leistungsbeziehungen für eine nichtlineare Kapazität	38
4.4.3 Kleinsignaltheorie	40
4.5 Steuerkennlinienfelder	43
<u>5 Einschwingverhalten nichtlinearer Schaltungen</u>	<u>46</u>
5.1 Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen	46
5.1.1 Nichtlineare Differentialgleichung 1. Ordnung mit zeitunabhängiger Störungsfunktion	46
5.1.2 Nichtlineare Differentialgleichung 2. Ordnung bei einem verlustfreien Schwingkreis	48
5.2 Grafische Lösungsmethoden	49
5.2.1 Isoklinen-Methode	49
5.2.2 Methode der Phasenebene	51
5.2.3 δ -Methode	53
5.3 Spezielle nichtlineare Differentialgleichungen	54
5.3.1 Duffingsche Differentialgleichung	54
5.3.2 Van der Pol'sche Differentialgleichung	56
5.3.3 Rayleighsche Differentialgleichung	56
<u>6 Systemtheorie rückwirkungsfreier Übertragungsglieder</u>	<u>59</u>
6.1 Quadratisches Potenzsystem	60
6.1.1 Gewichtsfunktion des quadratischen Potenzsystems	61
6.1.2 Übertragungsfunktion des quadratischen Potenzsystems	65
6.1.3 Messung der Übertragungsfunktion	67
6.2 Kubisches Potenzsystem	68
6.3 Berechnung des Ausgangssignals eines nichtlinearen Potenzsystems im Frequenzbereich	69
6.4 Gedächtnisbehaftete Polynomsysteme	73
6.5 Nichtlineare Systeme in zeitdiskreter Darstellung	76
<u>7 Ansätze zu einer nichtlinearen Leitungstheorie</u>	<u>77</u>
<u>8 Ansätze zu einer nichtlinearen Vierpoltheorie</u>	<u>80</u>
<u>9 Anwendungen nichtlinearer Schaltungen</u>	<u>81</u>
9.1 Frequenzvervielfacher	82
9.1.1 Frequenzverdoppler mit Kapazitätsdiode	82

9.1.2 Frequenzverdreifacher mit Kapazitätsdiode	86
9.2 Frequenzteiler	88
9.2.1 Parametron	88
9.2.2 Magnetischer Frequenzhalbierer	91
9.2.3 Frequenzdrittung	100
9.2.4 Frequenzteilung durch Speicherwirkung	101
9.3 Parametrische Schaltungen	103
9.3.1 Parametrischer Umsetzer mit Kapazitätsdiode	103
9.3.2 Parametrischer Umsetzer mit nichtlinearem Widerstand	106
9.3.3 Parametrischer Verstärker mit Kapazitätsdiode	107
9.4 Steuerung	109
9.4.1 Eigensteuerkennlinien	110
9.4.2 Störsteuerkennlinien	113
9.5 Frequenzerzeugung	115
<u>10 Nichtlineare Verzerrungen</u>	121
10.1 Verzerrungen durch nichtlineare Kennlinien	121
10.2 Nebensprechen durch nichtlineare Verzerrungen	123
10.3 Linearisierung gedächtnisbehafteter Polynomsysteme	128
<u>11 Einfluß nichtlinearer Kennlinien auf statistische Signal- eigenschaften</u>	130
<u>Literaturverzeichnis</u>	133
<u>Sachverzeichnis</u>	135

1 Bauelemente mit nichtlinearen Kennlinien

In einer elektrischen Schaltung bestimmen die Bauelemente durch ihre Kennlinie die Größen der elektrischen Ströme und Spannungen im Netzwerk. Die Bauelemente werden wie in linearen Schaltungen klassifiziert. Die kennzeichnenden Kennlinien sind nichtlinear. Als Kennliniengrößen sollen nicht die des im Bauelement auftretenden elektromagnetischen Feldes, sondern die integralen Größen, wie Strom I , Spannung U , Ladung Q usw. benutzt werden, die auch die geometrischen Abmessungen des Bauelementes enthalten.

1.1 Bauelemente

Folgende Bauelemente treten in den elektrischen Schaltungen auf:

Widerstand R , Induktivität L , Kapazität C ,
Steuerelemente und Quellen.

Der Widerstand R wird als nichtlineares Bauelement mit dem Symbol nach Bild 1.1 wiedergegeben.

Er wird durch die Kennlinie $I = f(U)$ oder $U = f(I)$ beschrieben, wobei I der Strom durch den Widerstand und U der entstehende Spannungsabfall sind.

Die Induktivität L wird als nichtlineares Bauelement mit dem Symbol nach Bild 1.2 wiedergegeben.

Sie wird durch die Kennlinie $\Psi = f(I)$ oder $I = f(\Psi)$ beschrieben. Ψ ist der magnetische Windungsfluß, für den $\Psi = N \cdot A \cdot B$ mit N als Windungszahl der Induktivität, A als Querschnittsfläche des magnetischen Flusses und B als Induktion im magnetischen Feld der Induktivität gilt. I ist der Strom durch die Wicklung der Induktivität.

Die Kapazität C wird als nichtlineares Bauelement mit dem Symbol nach Bild 1.3 wiedergegeben.

Sie wird durch die Kennlinie $Q = f(U)$ oder $U = f(Q)$ beschrieben. Q ist die Ladung auf den Platten des Kondensators mit der Kapazität C und U die Spannung an den Platten.



Bild 1.1 Symboldarstellung eines nichtlinearen Widerstandes



Bild 1.2 Symboldarstellung einer nichtlinearen Induktivität



Bild 1.3 Symboldarstellung einer nichtlinearen Kapazität

Steuerelemente werden als nichtlineare Bauelemente durch die Kennlinien $I_2 = f(U_1)$, $I_2 = f(I_1)$, $U_2 = f(I_1)$ oder $U_2 = f(U_1)$ beschrieben. Sie treten auf als Elektronenröhre mit $I_2 = f(U_1)$, wobei U_1 die steuernde Gitterspannung und I_2 der Anodenstrom sind, oder als Transistor mit $I_2 = f(I_1)$, wobei I_1 der steuernde Emitter- oder Basisstrom und I_2 der Kollektorstrom sind. Nichtlineare Steuerelemente werden in einer Schaltung mit ihren nichtlinearen Eigenschaften nur wirksam, wenn sie nicht rückwirkungsfrei sind. Sonst erscheint die gesteuerte Größe als Quelle in dem anschließenden Netzwerk und die steuernde Größe als meistens nichtlineare Last in ihrem Netzwerk. Die Auswirkungen nichtlinearer Steuerelemente werden daher in diesem Buch nicht behandelt. Eine ausführliche Darstellung dieser Probleme findet sich in [1].

Quellen lassen sich nicht in lineare und nichtlineare Bauelemente aufteilen. Sie liefern einen Strom oder eine Spannung bestimmter Größe und bestimmten zeitlichen Verlaufes. Sie können nur durch ihren Innenwiderstand nichtlineare Eigenschaften bekommen.

Komplexere Bauelemente wie Übertrager, Leitungen, Vierpole u.a.m. lassen sich nur schwer als Einheit behandeln. Über die Behandlung solcher Systeme, wenn nichtlineare Erscheinungen auftreten, wird einiges in den Kapiteln 6 bis 8 gesagt werden.

Die nichtlinearen Kennlinien der Zweipole R , L und C entstehen im wesentlichen durch nichtlineare Werkstoffeigenschaften. Bei Widerständen ist es die Leitfähigkeit κ , die bei Metallen über die Temperatur-

abhängigkeit, bei Halbleitern durch den pn-Übergang, bei Lichtbogen oder Vakuumdioden durch den Leitungsmechanismus nichtlinear wird. κ und damit der Widerstand R sind vom durchfließenden Strom oder der anliegenden Spannung abhängig. Bei Induktivitäten und Kapazitäten erzeugen die Sättigungseigenschaften der Ferromagnetika oder Ferroelektrika die Nichtlinearität. Eine Sonderstellung nimmt die Kapazitätsdiode ein, deren Nichtlinearität dadurch entsteht, daß die Weite der Sperrschicht von der angelegten Spannung abhängt.

1.2 Kennlinien

Die nichtlinearen Kennlinien lassen sich unterteilen in

symmetrische mit $f(x) = -f(-x)$ und unsymmetrische Kennlinien mit $f(x) \neq -f(-x)$, wobei x für jede elektromagnetische Größe steht,

eindeutige und hysteresebehaftete Kennlinien,

Kennlinien mit und ohne instabile Äste, wobei instabil $df(x)/dx < 0$ bedeutet.

Nichtlinearitäten, die durch Temperaturabhängigkeiten entstehen, haben stets symmetrische Kennlinien. Hysteresese tritt bei den Sättigungserscheinungen der Ferromagnetika und Ferroelektrika sowie bei Lichtbogenkennlinien auf, da die Kennlinie vom Zustand des Bauelementwerkstoffes abhängt, der vorher vorhanden war. Kennlinien mit Hysteresese werden nur am Rande behandelt. Kennlinien mit instabilen Ästen treten im Lichtbogen und bei Tunnelknoten auf. Darauf wird bei einigen Anwendungen hingewiesen.

Unter den nichtlinearen Widerständen hat der pn-Übergang oder die Halbleiterdiode wesentliche Bedeutung. Diese Nichtlinearität läßt sich durch eine der in Bild 1.4 bis 1.6 dargestellten Kennlinien mit den Gleichungen 1.1 bis 1.3 wiedergeben.

$$I = I_0 [\exp(U/U_T) - 1] \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} I &= a \cdot U^2 && \text{bei } U > 0 \\ I &= 0 && \text{bei } U < 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} I &= S \cdot U && \text{bei } U > 0 \\ I &= \frac{1}{R} \cdot U && \text{bei } U < 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

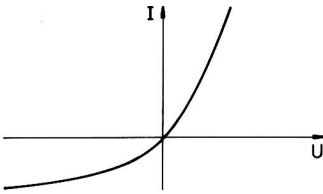


Bild 1.4 Diode mit Exponentialkennlinie

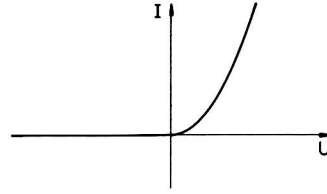


Bild 1.5 Diode mit quadratischer Kennlinie

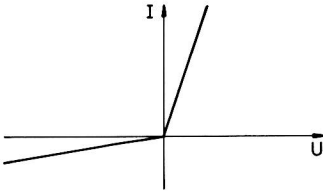


Bild 1.6 Diode mit Knickkennlinie

Der Fall, daß in Bild 1.6 der Knick nicht bei $U = 0$ liegt, läßt sich meistens leicht berücksichtigen.

Bei nichtlinearen Induktivitäten wird die Spule mit ferromagnetischem Kern durch Kennlinien nach Bild 1.7 bis 1.9 mit den Gleichungen 1.4 und 1.5 wiedergegeben werden:

$$I = K_n \cdot \psi^n \quad \text{mit } n = 3 \text{ und } 5 \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \psi &= a \cdot I && \text{bei } |I| < I_S \\ \psi &= \pm \psi_S && \text{bei } |I| > I_S \end{aligned} \quad (1.5)$$

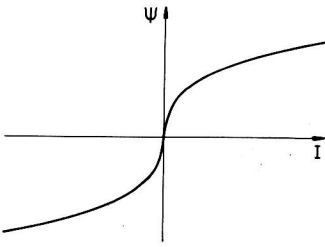


Bild 1.7 Induktivität mit Potenzkennlinie

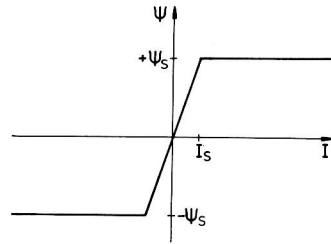


Bild 1.8 Induktivität mit geknickter Magnetisierungskennlinie

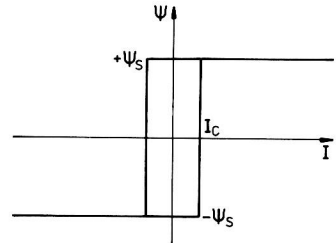


Bild 1.9 Induktivität mit Hysteresekennlinie

Unter den nichtlinearen Kapazitäten hat die Kapazitätsdiode wesentliche Bedeutung. Ihre Nichtlinearität soll nur für den Fall des abrupten pn-Übergangs angegeben werden:

$$U = \frac{1}{C_0} \left(Q - \frac{Q^2}{4C_0\varphi} \right) \quad (1.6)$$

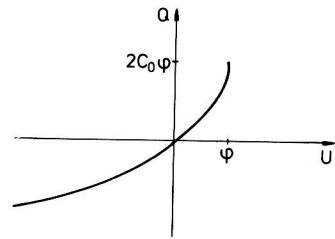


Bild 1.10 Kennlinie einer Kapazitätsdiode

In Einzelfällen werden auch noch andere Kennlinien Anwendung finden.

Auf die Kennlinien von Steuerelementen wird an dieser Stelle nicht eingegangen. Diese Probleme werden ausführlich in [1] behandelt. Von besonderer Bedeutung sind dabei spezielle nichtlineare Bauelemente, aufgebaut in Halbleitertechnik, wie Multiplizierer, Logarithmierer, Komparatoren und ähnliches mehr. Eine Darstellung solcher Bauelemente findet man in [4].

2 Mathematische Erfassung nichtlinearer Kennlinien

Nichtlineare Kennlinien werden durch mathematische Funktionen dargestellt, die mit Dimensionen behaftete Koeffizienten besitzen. Daher ist es zweckmäßig, nichtlineare Kennlinien normiert darzustellen, z.B. $I/I_1 = f(U/U_1)$.

Dann werden alle Koeffizienten dimensionslos. Künftig ist diese Normierung stets vorausgesetzt, so daß die Größen I , U , Ψ , Q , R , L , C dimensionslos sind. Bei Größen, die durch Differenzieren nach der Zeit gebildet werden, wird auch die Zeit normiert. Dann sind auch die Zeit und die Frequenz dimensionslose Größen.

Nichtlineare Kennlinien werden aus Messungen oder physikalischen Gesetzmäßigkeiten hergeleitet. Die sich ergebenden Verläufe werden meistens durch einfache mathematische Funktionen angenähert. Die Koeffizienten der mathematischen Funktion lassen sich nach dem Prinzip des kleinsten quadratischen Fehlers festlegen. Eine Festlegung der Koeffizienten ist besonders leicht nach einer Rektifikation durchzuführen. Neben der Darstellung einer nichtlinearen Kennlinie durch eine mathematische Funktion kann auch ihre Erfassung durch eine harmonische Analyse zweckmäßig sein.

2.1 Prinzip des kleinsten quadratischen Fehlers

Die nichtlineare Kennlinie sei durch die Funktion $y = f(x)$ mit den $n+1$ unbekannten Koeffizienten a_v , $v = 0 \dots n$ erfaßt. Von der Kennlinie wurden m Punkte x_μ , y_μ gemessen. Dann läßt sich die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen Meßwerten x_μ , y_μ und Funktionswerten $y = f(x_\mu)$ angeben zu