

◆小学数学技能的分类与训练

技能就是顺利完成某种任务的活动方式,它包括智力与操作两种活动形式,智力活动是内潜的,操作活动是外显的。技能活动就是由一系列的動作(内外动作),按发生的前后构成的链条式的连贯的动作系统。在某种技能训练中,只有当完成这种任务所包括的内外一系列动作有序地、准确地、自动地连贯起来的时候,才表明某种技能已经形成。如解答应用题,这一技能活动至少应包括下列动作:识别(审题)→定向(组织)→控制(计划)→执行(解答)→检查(验算)等,这一系列动作按前后顺序构成解答应用题的动作系统。当这一系列有序动作都准确无误时,解答应用题的技能才算基本(或初步)形成。

小学数学技能是一种特殊的技能,按技能的表现形式可以分为四种类型。福安市教师进修学校张景坤老师针对不同的类型,分析介绍了不同的训练方法和训练重点。

1. 操作型技能训练

操作型技能是指需要掌握某种操作工具才能完成某种活动任务的一种技能,如测量、画图、制作等技能。它包含与操作对象相关的知识和掌握使用相应工具的方法。《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》(试用)(以下简称《新大纲》)对操作技能的训练要达到“会”的要求,就是“能够按照规定的方式、方法进行测量、画图、制作”等教学活动。具体内容和要求是:

一年级:会量线段的长度和画线段(限整厘米)。

二年级:会用三角板判断直角和画直角;会在方格纸上画长方形和正方形。

四年级:初步学会用测量工具在地面上测定直线和测量较短的距离;会用量角器量角和按照指定的角度画角;会用直尺和三角板画垂线、平行线、长方形和正方形;初步学会收集数据和分类整理,会填写简单的统计表。

五年级:会画圆;会制作简单的统计表;会用作图纸绘制简单的统计图。

第八部分 (上)

小学数学教学中的能力培养与训练(一)

在操作技能的训练中,动作的视觉形象与动觉表象的结合,以及从视觉的控制转化为动觉的控制,对于操作技能的形成具有重要的作用。因此,在操作技能的训练中,必须注意以下两点:

(1)示范指导,掌握方法。教师应根据操作过程和要求,进行规范演示,边做边讲,使学生获得操作进程中每一个动作的正确的视觉形象。

例如,画一个“一个内角为 48° 的锐角三角形”,可分三步进行示范指导:第一步画底边。先画任意一条线段作为底边,长度依画面大小而定。第二步定已知角度。将量角器的 0° 刻度线与底边重合,起点对准底边一端点,按指定的角度,在量角器半圆边上 48° 刻度处点上一,即为 48° 角。第三步画两边成三角形。画定角的另一边时,既不能太长也不能太短,要使连结点定角两夹端的端点成三角形后,另两个内角也是锐角。否则,就有可能画成一个定角为 48° 的直角三角形或钝角三角形。

(2)加强实践,培养能力。有些操作技能光在黑板上、纸上训练还不行。如测量。这种技能在实地教练效果比在课堂上教练更好,更有利于培养实际测量能力。

2. 知识型技能训练

它是指数学基础知识中蕴含的技能。例如

给定了3、5、9、10这四个数,要学生判断谁是质数、谁是合数、谁是谁的倍数(或约数),谁与谁是互质数,谁与谁既是合数又是互质。这一判断本身就包含确定某一对象的知识和确定对象的动作。小学数学中的概念、公式、定律等都是知识,学习这些知识的同时,产生识别、判断、推理以及计算等与知识相应的技能,即是知识型技能。知识型技能是小学数学技能的基础部分,一切数学技能都与知识技能分不开。如:“长方体与正方体的表面积”这一知识内容就包含以下的技能:①能根据长方体的长、宽、高的实际长度,判断长方体6个面的特点与相互关系;能判别要求的总面积是哪几个面的面积组成的。②能根据长方体的长、宽、高或正方体的棱长,求它们的底面积或表面积。(能根据正方体棱长的总和或底面周长求正方体的底面积或表面积)③能在测量长方体或正方体实物的有关线段长度后,计算实际用料面积或表面积;能解答新情境中的有关求长方体、正方体表面积或用料面积的实际问题。

学习知识型技能应以知识的理解为前提,通过多种形式的应用性练习,促进技能的形成与熟练,进而加深对所学知识的理解和牢固掌握。如“长方体与正方体的表面积”的练习可设计如下:

①有一个长方体的长是7厘米,宽是3厘米,高是3厘米。说说这个长方体6个表面的情况。(通过想象,形成空间观念)

②填表(简单应用、掌握基本计算方法)

	长	宽	高	底面积	表面积
长方体	15厘米	8厘米	5.6厘米		
正方体	棱长3.5分米				

③选择填空(关系判别,加深理解)

把三个棱长为1厘米的正方体拼成一个长方体,这个长方体的表面积比三个正方体表面积之和减少了()。

[①1平方厘米,②3平方厘米,③4平方厘米]

④测量与计算(联系实际,提高能力)

量出火柴盒有关的边长,分别算出火柴盒外壳和内盒的用料面积。

3. 法则型技能训练

在进行某种技能活动中,要依照法则指令的程序和步骤进行,这种技能叫做法则型技能。小学数学中的读数、写数、口算、笔算、简算、四则混合运算等技能,都属于法则型技能。法则本身也是知识的组成部分。法则型技能包含在“法则学习”之中,表现为使用法则的程序和动作。

它是小学数学技能的主要表现形式,是构成小学数学技能的基本成分。《新大纲》对这些基本技能分别提出“会”、“比较熟练”、“熟练”三个层次的要求。在法则型技能训练中,为使数学法则能转化为学生的技能、技巧,应着重抓好三方面的培养训练。

(1)原理与方法的训练。掌握原理和方法是形成法则型技能的前提条件。因此,要把“知”和“会”结合起来训练,使学生“知其然,又知其所以然”。如 315×24 ,用乘数2去乘315,得____表示____个____,所以要把积的末位写在____上,与____对齐。

(2)过程与系统化训练。法则型技能的形成有一个逐步熟练的过程。在逐步熟练的过程中,首先要掌握一定的程序和步骤,然后逐步压缩过程,通过对知识的系统整理,掌握规律,使技能达到自动化的程度。以“9加几”的教学为例,其系统化的训练过程是:

①给算式摆图形,或摆实物列算式,进行“凑十”的训练。(物质化活动阶段)

②口述凑十过程。如口述“ $9+4$ ”的计算过程,或把口述转化为填空的形式。(外部语言活动阶段)

③边算边想过程。(无声的外部语言活动阶段)

④按得数从小到大整理算式,找出得数的个位上数与“加几”这个数之间的变化规律。掌握这个规律,一见算式就能脱口说出得数。(内部语言活动阶段)只有当知识系统化形成后,才能有效地记忆和运用。

(3)变式与迁移性训练。法则都有广泛的适用性和类推功能。通过法则的变式和类推运用,可以提高迁移水平,促进技巧的形成。如“乘法分配律”的变式和类推训练有:① 587×24 ,② $215 \times 99 + 215$,③ $485 \times 121 - 485 \times 21$ 等等。

4. 方法型技能训练

在完成某一任务的活动中,受到某种思想和方法的控制,即按一定的数学思想和方法进行的一种技能。它是一种“解决实际问题”的技能,包括解答一般应用题的技能,解答特殊应用题的技能,求简单组合图形的面积、体积,以及与求积有关的实际问题的技能,实际收集与整理统计数据技能,等等。

方法型技能属于高级技能,它是数学技能的重要表现形式,也是数学技能的重要组成部分。它的学习行为表现为“解决实际问题的思想

和方法”是沟通知识与能力的桥梁。例如,解答“建筑工地要运一批水泥,用一辆卡车运8次正好运完,运6次少运7.2吨。这批水泥共有多少吨?”解答时,运用“对应思想”和“对应法”,按卡车运的次数和吨数的对应关系,列表如下:

1 辆卡车运 8 次	——→	运 完
1 辆卡车运 6 次	——→	少运 7.2 吨

? 次 ← —— — 剩下 7.2 吨

学生很快就会找到 7.2 吨的对应次数是 2 次,从而问题就迎刃而解。再如“某村去年小麦的产量是 70 吨,今年比去年增产 $\frac{1}{10}$ 。今年的小麦产量是多少吨?这道题把____产量看作 1,今年的产量相当于去年的(),求今年的产量是多少吨,就是求____的()是多少。”这是一道“量率对应”和“把实际问题转换为数学问题”的综合训练的好题目。实践证明,在教学过程中,可以根据教学内容所蕴含的某种数学思想方法,有针对性地进行自然渗透,使学生在学习知识和技能训练中潜移默化,启发领悟。

整个小学数学教材贯穿着三条红线:一条是知识线,一条是能力线,另一条就是数学思想方法线。数学思想方法线介于知识线与能力线之间,是沟通知识与能力的桥梁。但它又是一种由许多不同的数学思想方法要素构成的思想方法体系,网络和覆盖着整个小学数学,统摄小学数学的全部概念和方法。教师要充分认识数学思想方法在学习数学知识和发展数学能力过程中的地位和作用,提高渗透数学思想方法的意识性,坚持长期的、系统的渗透。

附表: 小学生数学能力结构示意图

	运 算 能 力	逻 辑 思 维 能 力	空 间 想 象 能 力
思 维 的 深 刻 性	1、表现在概括过程中: 只需借用少量运算实例,就能迅速概括出一般运算法则、定律性质及其它规律或技巧。 2、表现在理解过程中: 只需通过少量实例说明,就能明白运算道理与基本步骤和过程,就能模仿范例进行运算。 3、表现在运用过程中: 只通过少量范例,就能正确、迅速地进本运算,善于抓住问题本质,运算过程跳跃大、跳律恰当,步骤简捷,心算、口算好。 4、表现在时耗上: 反应敏捷停顿少,完成运算(特别是难度较大的)耗时少。	1、表现在概括过程中: 只要通过少量实例,就能概括出数、式及数量关系中的数学特征、规律与相应的解题技巧。 2、表现在理解过程中: 只需通过少量实例就能弄懂数、式及数量关系中的特征与规律,能很快地抓住问题的实质,能熟练地作等价变换。 3、表现在运用过程中: 只要通过少量实例,就能准确运用数、式、数量关系等知识,明说实际问题中的数学道理,解答比较复杂的数学问题,而且思路清晰,弯路少,推理跨度大。 4、表现在时耗上: 解答和说明问题落手快,完成推理过程耗时少。	1、表现在概括过程中: 只要通过少量实例,就能概括出几何形体中常见的数学特征及相应的计算公式,周长、面积、体积、内角和公式等。 2、表现在理解过程中: 只要通过少量实例,就能懂得几何形体的有关定义、性质、公式,能很快地抓住几何形体间的本质联系。 3、表现在运用过程中: 只要通过少量实例,就能概括具体问题中的几何本质联系,选择正确的方法,准确地解决几何度量、作图和计算等问题,在说明几何现象和解答几何问题过程中,几何表象清晰,重视迅速,能快捷地进行分解、组合、等积变换。 4、表现在时耗上: 心到手到,连贯迅速,耗时少。

◆小学生的数学能力结构

数学能力是一种发现和概括数学特性与规律、运用数学工具合理与正确解释数学现象、解决数学问题的综合能力,其本质是一种科学思维能力。近一个世纪以来,中外不少数学教育研究工作者和心理研究工作者对数学能力作了很多研究,并对数学能力结构问题提出了许多见解。杭州市西湖区教委教研室李汉老师开展小学生数学能力发展与培养研究实践出发,介绍了小学生数学能力结构及其培养的方法:

朱智贤、林崇德教授指出:“思维结构是个多侧面、多形态、多水平、多联系的结构。”“心理和一切事物一样,是发展变化或运动的”,研究思维结构“既要研究静态的结构,分析思维结构的组成因素;又要研究动态的结构,探讨不同时期(阶段)不同思维结构的发展变化。”(见《思维发展心理学》,北京师大出版社,1986 年版, P37—38)这是我们研究小学生数学能力结构的指导思想。因此,我们在研究过程中,充分考虑了小学数学教学大纲与内容,基本的数学思维活动形态与技巧、数学思维意识与品质等十分活跃的因素,并在此基础上形成了对小学生数学能力结构的基本认识。

	运算能力	逻辑思维能力	空间想象能力
思维的灵活性	1、表现在概括过程中： 善于运用运算结果比较分析，并联系生活经验归纳、概括运算的意义、法规、定律、性质，能灵活选用数学技巧，紧扣目标展开思索。 2、表现在理解过程中： 善于利用已有的数、式、运算等知识、技巧，和生活经验，从多侧面去弄懂数学运算问题。 3、表现在运用过程中： 善于自觉地调用运算意义、法则、定律、性质和技巧，善于根据计算目的灵活调节运算过程、选用运算方法进行合理、巧妙的运算，既能用一般的方法、规则进行运算，也能用特殊技巧进行运算，还能用多种方法解决同一个运算问题。 4、表现在运算效果上： 流畅，停顿少，富于联想，解法多，方法灵活、恰当。	1、表现在概括过程中： 善于调用已学数学知识与学习经验，从不同角度进行比较、归纳、假设，概括出数与运算、数量关系中的规律。 2、表现在理解过程中： 善于调用已学的数学知识、技巧、经验、灵活采用分析、演绎、模仿、想象、尝试等思维方法去弄懂数学问题(包括概念和需求求解的问题)。 3、表现在运用过程中： 善于灵活调用数、式、几何常识，从不同角度、方向和环境出发，考虑和解决问题，善于用一般的方法和特殊技巧解决同一个问题，具备求同思维与求异思维兼容的，正向与逆向、扩张与压缩变换机智灵活的，和运用变化的、运动的观点考虑问题的习惯表现。 4、表现在推理效果上： 目标跟踪意识浓，方向、过程、技巧即时转换水平高，解法多。	1、表现在概括过程中： 善于画图 and 动手实验，灵活调用已学知识、技巧，较容易地概括出几何形体的基本特征与性质(包括公式)。 2、表现在理解过程中： 善于调用已有的几何知识与经验，从不同角度、用多种方法(推理、实验等)去理解几何形体的位置与度量关系以及某些性质(如稳定性、圆锥体中高与底面积关于体积的反比例性质等)。 3、表现在运用过程中： 善于灵活地从不同角度运用不同的几何知识去分析几何问题，解决几何问题，善于通过在某个条件不变下，变换几何位置与形状，去解决某些几何问题；善于由已知几何条件联想到多种几何位置、形态与度量关系，并灵活地解答各种变形问题。 4、表现在几何想象效果上： 空间想象能力强，变换多，不仅能从一种状态，而且还能从某些算式想象出具有相应的度量性质的几何形体；解题思路多，方法选择得当，善于解答组合形体问题。
思想的深刻性	1、表现在概括过程中： 善于广泛地调用所学的数学知识，去细致负责地分析有关运算的问题；善于紧扣本质与内在联系，去概括和形成新的有关关式与运算的意义、法规、定律、性质等概念。 2、表现在理解过程中： 善于从四则运算之间的辩证统一关系，去深入理解各种运算的意义；善于从整、小、分(百分)数间的内在联系，去深入理解运算定律和性质；善于从计算经验和生活实践出发，去弄清有关运算公式、法则和性则成立的理由。 3、表现在运用过程中： 善于进行数和算式的等值变形、公式的等价变形；善于辩证统一地处理运算，和解答变形的或不常见的运算问题；善于用一般的方法去解文字题和方程；善于进行难度较大的运算；具有良好的检验习惯，能自觉做到每步运算依据充足，漏弊防犯能力强。 4、表现在运算效果上： 过程正确、严谨，技巧化水平高，解答难度较大的运算问题能力强。	1、表现在概括过程中： 善于在具体数学材料中抓住本质，概括出有关数、式和数量关系等的概念与公式；善于在较复杂的应用题中概括出基本数量关系；善于在解题过程中概括出知识结构、习题类型，和进行解答技巧分类。 2、表现在理解过程中： 善于正确理解数学名词与符号的意义，在头脑中建立各种数学概念，善于发现知识间的内在联系，能将头脑中的知识重新进行科学建构。 3、表现在运用过程中： 善于进行数量关系的等价变换，掌握多种描述同一数学性质的语言技巧；善于辩证统一地运用四则运算意义说明实际问题中的数量关系，和用具体数量关系解释四则运算的规律；善于区别相近数学概念，和发现不同数学现象间的本质联系；善于将知识和技巧进行组合、分类，使之系统化、结构化，善于全面、严谨地思考问题，能用充分的理由说明数学现象和解答问题的过程；善于自觉地运用分析、综合、归纳、演绎、模拟、类比、假设、想象等方法解答难度大的问题。 4、表现在推理效果上： 全面、严谨、深刻，力度大，技巧系统化水平高。	1、表现在概括过程中： 善于从不同状态、不同角度与方法，去正确地形成有关几何概念，度量性质，和比例尺、统计图表的形象。 2、表现在理解过程中： 善于用变化的、辩证的思想去认识并发现几何形体中某些量间的比例关系，和不同形体间的联系；善于运用初步经验与方法去认识新的几何形体；善于用几何现象解释某些计算公式和变化规律。 3、表现在运用过程中： 善于对常见几何形体按几何特征或度量性质进行分类，能根据文字题想象出相应的几何形体，并正确地分析出几何特征与隐含的数量关系；能将一些抽象的算式解释成具体几何环境中的数量关系；善于对组合图形(体)作丰富的想象变换，并转换成一些常见的简单的设计来进行数量关系分析；善于恰当地计算并绘制正确的统计图表，分析难度较大的几何问题做到理由充足。 4、表现在几何想象效果上： 解答出文字抽象描述的几何问题能力强；几何形体的分解与组合及变换形式多样，理由充分；头脑中有鲜明、准确的方位、方向、形状、度量观念和广阔的几何变换空间。

	运 算 能 力	逻 辑 思 维 能 力	空 间 想 象 能 力
思 维 的 独 创 性	1、表现在概括过程中： 善于用独特的思考方式去探索、发现、概括运算方法(技巧)。 2、表现在理解过程中： 善于用独特的方式去理解和解释运算方法与规律。 3、表现在运用过程中： 善于用独特的、新颖的方法进行运算(包括解方程、化简比、繁分数等) 4、表现在运算效果上： 解法新颖，有独到之处。	1、表现在概括过程中： 善于发现矛盾、提出猜想并给予验证(论证)。善于按自己喜爱的方式进行归纳，具有较强的类比推理能力与意识。 2、表现在理解过程中： 善于模拟和联想；善于补充意见和不同的看法，并阐述理由或依据。 3、表现在运用过程中： 分析思路 and 技巧调用独特新颖，善于编制非机械模仿性习题。 4、表现在推理效果上： 新颖，反思与重新建构能力强。	1、表现在概括过程中： 善于用独特的思考方式去探索 and 发现几何形体上的数学特征与度量性质。 2、表现在理解过程中： 善于提出等价的几何公式和修改意见；善于用一边化的和运动的思想方法去认识形体中的数学特征。 3、表现在运用过程中： 善于创设几何环境；善于制作几何模型；善于用独特、新颖的方法分析、解答几何问题。 4、表现在想象效果上： 想象丰富、新颖、独特。
思 维 的 批 判 性	1、表现在概括过程中： 善于对归纳和假设的结论(运算规律)进行严格的检查和合理的修正。 2、表现在理解过程中： 善于区别不同的运算法规、定律、性质及其适用的条件；善于从正、反两方面加深对运算规律的理解。 3、表现在运用过程中： 能自觉排除某些形式的干扰，采用合理的步骤进行运算；善于运用各种方式检查并发现运算结果和过程中的错误，自主调整解题方法与步骤，纠正错误。 4、表现在运算效果上： 能看清题目要求，使用运算方法不容易发生混淆，运算正确率高。	1、表现在概括过程中： 善于精细地估计数学材料，推理过程中选用条件(包括间接条件)准确；善于从正、反两方面思考推理过程中并及时调节和修正。 2、表现在理解过程中： 善于考虑多种因素的影响，从正、反两方面理解概念；善于发现并指出理解过程中可能会出现错误倾向，排除错误的干扰，自觉克服“负迁移”。 3、表现在运用过程中： 推理过程中有很强的目的性；善于进行辩证的思索与分析，自觉检查思维过程，自我控制和调节思维方向，对解答结果能自觉地作出估计和检查。 4、表现在推理效果上： 推理、估计能力，自学能力，和对结论与推理过程进行评价(包括错误原因分析和错误将形成的推断的能力强)。	1、表现在概括过程中： 善于排除图形(体)的干扰因素，准确地概括出几何性质。 2、表现在理解过程中： 善于从不同角度和正反两个方面去理解几何概念，分清相近几何概念的不同之处；善于摆脱具体特殊图形(体)产生的错觉，把握住几何实质。 3、表现在运用过程中： 善于排除无关的几何因素影响，紧紧把握住形体中的数量关系；善于从复杂形体中分离出有用的基本形体；善于用图形(体)等积变换技巧检验由分析或计算得到的结论。 4、表现在想象效果上： 缜密、深刻，有清醒的自我评价；对图中和几何模型有较高的鉴赏能力。

◆小学生的数学能力目标与培养

“数学能力是指个体学生适应并胜任数学科学习活动和调节自身学习行为的心理可能性与现实性相统一的品质。”通过几年来的数学实验与研究，王尊友、王文渊、王英华老师研究认为：数学能力是多因素的整体结构，它的成分主要包括阅读能力、观察能力、思维能力、动手操作能力和计算能力。这五种成分紧密联系、相互渗透、相互促进，其中思维能力是核心”

1. 小学生的数学能力的目标与培养

根据数学能力的主要成分，可以把小学生

数学能力的目标分解成阅读能力目标、观察能力目标、思维能力目标、动手操作能力和计算能力目标五个方面。

(1) 阅读能力。阅读能力是指学生能读懂数学书的能力，即能读懂书上叙述性的语言、例题、推理过程、示意图、法则和结语等。

阅读能力目标是：

①有独立阅读数学课本和阅读一定的数学课外读物的能力。

②能独立阅读懂各类应用题以及它们的分析推理过程。

培养小学生的阅读能力要做到：

①要逐步教给小学生阅读数学书的方法，如勾、划、圈、点的方法。

②要改革课堂教学结构，把自学课本作为

重要环节之一,通过自学思考题启发引导学生自学数学书。

③要逐步培养学生课前预习和课后复习的习惯,在预习中能提出不懂问题,在复习中能归纳、整理和小结知识。

④要培养学生阅读课外数学读物的兴趣。

(2)观察能力。观察能力是指有目的、有计划地认识客观事物的感知能力。

观察能力的目标是:

①初步掌握常用的观察方法。如局部观察法、整体观察法、对比观察法等。

②能比较准确,完整地观察用符号或文字表示的简单数学关系式。

③能观察出简单几何形体的特征和相互位置关系。

④能观察出其它各种数学材料所反馈出的数学规律。

⑤初步养成有序的观察习惯。

培养小学生的观察能力要做到:

①要使学生明确观察目的、要求,克服盲目性。同时注意激发学生的观察兴趣。

②要逐步教给学生观察方法,并指导学生运用观察方法。

③要培养学生有顺序地观察数学材料的习惯。

④教师要发挥主导作用,结合教学内容,启发引导学生进行全面、细致的观察,克服随意性。

(3)思维能力。思维能力是指人脑间接的,概括的反映客观事物的本质属性和内部规律的能力。思维能力是学生掌握知识的前提,是数学能力的核心,也是智力发展的重要标志。

思维能力的目标是:

①初步掌握比较、分析、综合、抽象、概括等思维方法,对简单的数学问题进行判断、推理,使之具有初步的逻辑思维能力,初步形成良好的思维品质。

②能用口头语言叙述完整的思维过程。

③初步感知统计、集合、代数等数学思想,理解对应、转化、假设等数学思想,提高解决实际问题的能力。

④能独立地分析各类应用题的数量关系,掌握解题思路。

小学生数学思维能力训练的主要渠道是在课堂教学中组织富有成效的教学活动(思维活动)。配合课堂教学有计划、有目的地进行数学思维能力的专项训练,也是促进儿童数学思维能力发展的重要渠道。要把思维训练贯穿于培养阅读能力、观察能力、动手操作能力和计算能力的过程之中,要注意以下两点:

①学生学习的客观认识过程,实质是科学的思维方法在学生的学习活动中的集中(概括)表现和具体运用。学生只有懂得了科学的思维方法,才能正确地从事学习活动。所以,首先要教给学生正确的思维方法(比较、分析、综合、抽象、概括、判断、推理等),进行思维训练。教学时,要重视学生获取数学知识的思维过程。结合教学内容,进行操作、观察,引导学生通过比较弄清材料的异同点及相互关系;通过分析把材料整体分解为各个部分,个别特性或个别方面;通过综合把材料的各个部分、各种特性或个别方面结合起来;通过抽象抽取同类材料的本质属性,舍弃其非本质属性;通过概括把同类材料的本质属性联结起来;在学生头脑中形成概念,并运用概念进行简单的判断、推理。在训练学生的数学思维能力时,要重视要求学生用口头语言表达完整的思维过程。

②数学思维品质是衡量学生数学思维能力高低的重要标志。我们要通过一题多解,变式训练等形式着力培养小学生良好的思维品质。

小学生的数学思维品质主要有:

思维的逻辑性——指遵循逻辑规律、有根据、有条理地思考问题的一种思维品质。

思维的独立性——指独立地提出问题,分析问题和解决问题的一种思维品质。

思维的敏捷性——反映思维的速度程度的一种思维品质。

思维的灵活性——指善于从不同角度,不同方向,不同侧面去思考和分析问题,得出多种合理结论的一种思维品质。

思维的深刻性——指思维的抽象程度,不只看到事物的表面现象,能自觉地透过表面现象抓住事物的本质和规律的一种思维品质。

思维的批判性——指能辨别正误,善于汲取精华,去其糟粕的一种辨识能力的思维品质。

思维的独创性——指能主动、独立地发现

新事物,提出新见解,解决新问题的一种思维品质,它具有独特、流畅、变通等特点。

(4)动手操作能力。动手操作能力——指学生按一定的程序和要求操作学具,实验、作图等方面的能力。

动手操作能力的目标是:

①能用学具摆简单的四则运算算式的意义。

②能画线段图表示应用题的数量关系。

③会画简单的几何图形。

④能对简单的组合形体进行拼拆、割补、平移、旋转和添加辅助线。

⑤会作简单的统计图表。

培养小学生的动手操作能力要做到:

①要把学具操作纳入课堂,让学生在操作中观察,在操作中思考,在操作中内化所学知识。

②要从一年级开始逐步培养学生画线段表示应用题的数量关系。

③要重视训练学生的作图技能。

④要放手让学生进行与学习数学知识有关的实践活动。

(5)计算能力。计算能力是学生进行数和式的运算的能力。

计算能力的目标是:

①能正确地、迅速地进行整数、小数和分数的四则计算。

②能运用运算定律和性质,合理、灵活地进行简便计算。

③能正确地进行验算。

④能正确地计算珠算加、减法。

培养小学生的计算能力要做到:

①要重视基本的口算训练。口算既是笔算、简便运算的基础,也是计算能力的重要组成部分。要引导学生在理解的基础上掌握基本的口算方法,坚持经常练习,逐步达到熟练的程度。

②笔算教学要引导学生理解算理、掌握法则,通过必要的练习逐步达到教学要求。

③要鼓励学生运用运算定律和性质,合理、灵活地进行简便计算。

④要培养学生良好的验算习惯。

⑤重视珠算教学,加强珠算练习。

综上所述,培养小学生的教学能力要从思维训练入手,改革课堂教学,着重培养学生的阅读能力、观察能力、思维能力、动手操作能力和计算能力,要把教学能力的培养贯穿于教学过程的始终。

2. 小学生数学能力的序列要求

要求项目	一年级	二年级
阅读能力	1. 在教师指导下,初步了解看数学书的方法。 2. 在教师引导下,能读书上的结语、法则及书上标有思维过程的算式。 3. 在教师引导下,能读懂一步计算的应用题,知道应用题的条件、问题。 4. 在教师指导下,能读懂书上各种形式的练习题。	1. 在教师指导下,读懂书上叙述性的语言、例题、结语、法则,特别是能读懂书上标有思维过程的算式。 2. 初步掌握勾、划、圈、点的方法。 3. 能读懂两步计算的应用题。 4. 能独立读懂书上各种形式的练习题。
观察能力	1. 在教师指导下,初步能按顺序观察书上的插图或算式(顺序:上下、左右、内外、部分、整体)。 2. 能识别长方形、正方形、圆和三角形。 3. 会观察各种物体的形状、大小。 4. 会看整点钟。	1. 初步了解观察的方法。 2. 能按顺序观察书上的插图和算式。 3. 能观察出万以内数的特征。 4. 能观察钟面,会看几点几分几秒。

要求 项目	年 级	一 年 级	二 年 级
思维能力		1. 在教师引导下,初步能进行简单的比较、抽象、概括、理解所学的数学概念和数学术语,并能进行简单的判断和推理。 2. 在教师引导下,初步能用口头语言表达解决简单数学问题的思维过程。 3. 主要培养学生思维的逻辑性。 4. 在教师引导下,初步感知简单的对应、集合数学思想。 5. 初步具有把对象进行简单的分类和排列的能力。	1. 在教师引导下,能对所学知识进行比较、分析、综合、抽象、概括、判断推理。 2. 能用口头语言表达解决数学问题的思维过程。 3. 在教师引导下,初步能分析简单的两步应用题。 4. 主要培养学生思维的独立性。
动手操作能力		1. 能用学具摆 20 以内的数及相应数的组成。 2. 能用学具摆 20 以内的加减法。 3. 初步会用学具摆简单的加、减、乘法算式的意义。 4. 初步能画线段图表示简单的加、减法应用题的数量关系。	1. 初步能用学具摆简单的除法算式的意义。 2. 能画线段图表示加、减、乘法应用题的数量关系。 3. 会用刻度尺量物体的长度。 4. 能用秤称量千克物体的重量。
计算能力		1. 能熟练地口算一位数的加法和相应的减法,两位数加、减整十数或一位数。 2. 熟练地笔算两位数加、减两位数。 3. 初步会计算加减两步式题。	1. 能比较熟练地口算两位数加、减两位数(和在 100 以内)和一位数求两位数(和在 100 以内)。熟记乘法口诀,能熟练地用乘法口诀求积商。 2. 能熟练地笔算万以内的加、减法,除数是一位数,商也是一位数的有余数除法和一位数。 3. 会正确地计算两步式题。 4. 会验算加法和用加法验算减法。

要求 项目	年 级	三 年 级	四 年 级
阅读能力		1. 掌握看数学书的方法。 2. 能独立读懂书上标有思维过程的算式。 3. 能读懂书上两步计算应用题的分析推理过程。	1. 基本能做到课前预习,课后复习。 2. 能看懂三步计算的应用题及其分析推理过程。
观察能力		1. 在教师引导下,运用对比观察一组或几组数据、图形、算式等,找出规律。 2. 能观察出长方形、正方形的特征及相互关系。 3. 能数出简单几何形体中直线、线段、角、长方形、正方形的数量。 4. 会观察简单的加、减、乘法算式,找出数据特征,确定有无简便计算。	1. 能对整数四则混合运算算式进行观察,找出数据特征,确定有无简便运算。 2. 能观察出各种角、平行线、垂线的特征。 3. 能观察比较小数和简单的同分母或同分子分数的大小。
思维能力		1. 能对所学知识进行比较、分配、综合、抽象、概括、判断、推理。 2. 能比较熟练地用口头语言表达比较完整的思维过程。 3. 能用综合法、分析法分析两步计算应用题的数量关系。 4. 主要培养思维的敏捷性。	1. 能比较熟练地对所学知识进行比较分析、综合、抽象、概括、判断和推理。 2. 能在教师引导下推导运算法则、公式,归纳运算定律和性质。 3. 能比较熟练地用综合法,分析法分析三步计算应用题的数量关系。 4. 主要培养学生思维的灵活性。

要求 项目	年 级	三 年 级	四 年 级
动手 操作 能力		1. 能画线段图表示简单的除法应用题及两步应用题的数量关系。 2. 能画直线、线段,会量线段长度。 3. 能用直角三角板判断直角和画直角。 4. 掌握珠算拨珠的方法,能熟练地计算珠算加、减法。	1. 能画线段图表示相遇问题和三步计算应用题的数量关系。 2. 会画射线和角。 3. 会用量角器量角和画角。 4. 会画垂线、平行线、长方形和正方形。
计算 能力		1. 能比较熟练地口算一位数乘(除)两位数。 2. 能正确地笔算多位数加减法和小数加减法,乘数是两位数的乘法,熟练地笔算一位数除多位数。 3. 会用交换被乘数和乘数位置的方法验算乘法。 4. 能正确地计算三步式题。 5. 能正确地计算珠算加减法。	1. 能比较熟练地口算两位数除两位数。 2. 能正确地笔算除数是两、三位数的除法。 3. 能熟练地计算小数加、减法,能计算简单的同分母分数加、减法。 4. 能运用运算定律和性质,进行整小数简便计算。 5. 能正确地计算整数四则混合运算。

要求 项目	年 级	五 年 级	六 年 级
阅读 能力		1. 养成课前预习,课后复习的习惯,能在预习中提出不懂问题,在复习时归纳、整理和小结。 2. 能读懂整小数复合应用题及其分析推理的过程。	1. 有独立阅读数学课本的能力。 2. 能读懂一定的数学课外读物。 3. 能独立地读懂分数(百分数)应用题和其它应用题以及它们的分析推理过程
观察 能力		1. 能独立地观察出能被2、5、3、整除的数的特征。 2. 能对小数四则混合运算及分数加、减运算的算式进行观察,找出数据特征,确定有无简便方法。 3. 能观察出三角形、平行四边形、梯形的特征、相互关系和初步掌握观察简单组合图形的方法。	1. 能比较准确、完整地观察用符号或文字表示的简单数学关系式。如能观察整小数四则混合运算算式,找出数据特征,确定有无简便方法。 2. 能观察出简单几何形体的特征及相互的关系。 3. 能观察出简单统计图所反映的规律。 4. 能用局部观察法、整体观察法、对比观察法观察数学材料。 5. 初步养成有序的观察习惯。
思维 能力		1. 能熟练地对所学知识进行比较、分析、综合、抽象、概括、判断、推理。 2. 初步感知代数、假设、转化等数学思想。 3. 熟练地用综合法、分析法分析整小数复合应用题的数量关系。 4. 主要培养学生思维的深刻性和批判性。	1. 具有初步的逻辑思维能力。 2. 培养学生思维的创造性、初步养成良好的思维品质。 3. 初步感知统计、集合、代数等数学思想。理解对应、转化、假设等数学思想,提高解决实际问题的能力。 4. 能独立地用综合法、分析法分析分数(百分数)应用题及其它应用题的数量关系。掌握解题思路。

要求 项目	年 级	五 年 级	六 年 级
动手 操作 能力		1. 能画三角形、平行四边形、梯形以及它们的高。 2. 能用学具对三角形、平行四边形、梯形进行拼拆、割补。 3. 能用测量工具进行土地测量。 4. 能画图表示简单分数的意义。	1. 会画线段图表示分数(百分数)应有题及其它应用题的数量关系。 2. 会画简单的平面几何图形。 3. 能对简单的组合形体进行割补,拼拆、平移、旋转,添加辅助线。 4. 会作简单的统计图表。
计算 能力		1. 能比较熟练地口算简单的小数乘除法和分数加减法。 2. 能熟练地笔算小数乘除法和分数加减法。 3. 能正确地计算小数四则和分数、小数加减法混合运算。 4. 能运用运算定律和性质,进行小数、分数简便计算。 5. 会解简易方程。	1. 能比较熟练地口算简单的分数除法。 2. 能比较熟练地笔算分数乘、除法,会化简繁分数,能熟练地进行有关百分数的计算。 3. 能正确地计算整数、小数、分数四则混合运算。 4. 能运用运算定律和性质、合理地简便计算。 5. 会求比值、化简化、解比例。

优化学生数学能力结构

1. 课题的确立

关于人的潜能问题一直是一个国际性的攻关课题。许多著名的专家在大量研究基础上确信,“一般健康人只在运用着他的潜能的极小部分。本世纪初,美国心理学家威廉·詹姆斯曾提出假设:一个正常健康的人只运用了其能力的10%。稍后又有学者玛格丽特·米德撰文,认为不是10%,而是6%……而据我最近估计,一个人所发挥出来的能力,只占他全部能力的4%。我们估计的数字之所以越来越低,是因为人所具备的能力及其源泉之强大,根据现在的发现,远远超过我们10年前、乃至5年前的估测。”这是美国学者研究的结论。原苏联学者在研究后也指出:“人类学、心理学、逻辑学、生理学的一系列最新成果证明人类的潜在能力是巨大的。当代科学使我们懂得人的大脑结构和工作情况,大脑所储存的能力使我们目瞪口呆。”并进而指出:“在正常情况下工作的人,一般只使用了其思维能力的很小一部分。如果我们能迫使我们的的大脑达到其一半的工作能力,我们就可以轻而易举地学会40种语言,将一本苏联大百科全书背的滚瓜烂熟,还能够学完数十所大学

的课程。”无论上述估测是否很精确,但是人们的一个共识则是:人身上埋藏的潜能尚待开发出来。而“怎样才能挖掘出这一巨大潜力呢?这是一个牵涉甚广的复杂问题。”对于这个复杂问题的解决,教育具有不可代替的责任。

根据上述科学研究文献资料来考察我们的教育,尽管教育改革取得了巨大成就,但仍然存在着忽视学生潜能开发的问题。一方面是大量潜能没有开发出来;另一方面是已经开发的潜能也常常被扭曲、被误用,如死记硬背、机械练习等。所以,开发学生潜能,快出人才,出好人才,是当前教育改革,乃至迎接21世纪挑战的重要问题。基于此,天津市河东区唐口一号路小学董春驹、天津市教育科学研究院秦红等老师先从数学学科入手,进行开发学生数学潜能的实验。并提出了一个大胆的假设,即目前的小学数学教学内容与教法只开发了学生的一部分数学潜能。如果教学内容和教法得当,学生在数学学习上可以掌握更多更深的数学知识,形成更优化的数学能力结构。从这一假设出发,我们查阅国内外数学教育的有关文献,寻找科学的开发方法,总结以往的经验,确立了“开发学生数学潜能,优化学生数学能力结构”的研究课题。

2. 主要措施

在实验中采用的主要措施是:一至三年级

全面发展打好基础,四至六年级识别、预测数学潜能,因材施教,大力开发。

(1)一至三年级全面发展打好基础。对新入学的学生分别进行了个体(韦克斯勒)和集体(瑞文)智力测验。结果表明,不同家庭背景的学生之间智商无显著差异。这表明,教育在其中可以起决定性的影响。于是,我们确定了一至三年级全面发展打好基础的措施,主要有如下几个方面。

①强化数学基本知识、基本技能的“双基”教学,重视知识迁移,发展学生的一般数学心智能力。通过直观教学,联系生活实际,引导学生从一开始就打好数、式、形的概念基础,并逐步引导学生脱离具体的实物、实事,在头脑中用数学符号运算,这样便可发展起一般的数学心智能力,这种能力适用于数学学习的各个方面。所以,打好“双基”与一般心智能力基础,对于小学生数学潜能的开发是非常重要和有效的。

②加强数学思维方法的教学。数学教学不仅要使学生掌握基本的数学知识,更重要的是使学生掌握数学思维方法,形成“数学头脑”,这是数学学习的重要基础。在这方面,我们重点抓了两条:一条是在讲述某些数学概念、定理、公式时,要讲述这些知识的发明、创造者,讲其人其事,让学生“见物见人”,使学生从数学家身上学习思维方法;另一条是在讲定理、公式时,结合创造主体,讲述其发明、创造的过程,通过“过程”教学,使学生从中学习数学思维方法,并领悟出发明、创造的奥妙。实践证明,这两条措施是非常有效的,不仅为学生打好学习数学的思维基础,而且增强了学生学习数学的兴趣。

③重视非智力因素的培养。非智力因素是学生学好数学的重要基础。认真、仔细、清楚、严谨、坚持不懈、求实等是学好数学的重要非智力因素。从一年级开始,我们就重视这些因素的培养和训练。从课堂问答到家庭作业,教师都认真对待,仔细检查,把学生是否认真、仔细、清楚、严谨作为重要评价标准。对于学生学习中的差错,及时而严格地纠正,使学生感到出错不要紧,但马虎、不改错是要不得的。实践表明,打好培养非智力因素基础,是数学深造必不可少的素质基础。

(2)四至六年级识别、预测学生数学潜能,因材施教,大力开发。

①识别、预测潜能。在一至三年级全面发展

打好基础情况下,在三年级末,我们进行潜能识别、预测工作。我们认为,一般来说,每个学生的数学潜能都是很大的,都有开发的余地,但是,由于后天种种原因,如生理的、个性差异的,并不是所有的学生都能在数学方面有发展潜能。需要选择那些既具有较大的潜能,又能表现出良好的数学发展前景的学生参加实验。所以,需要进行潜能识别、预测。我们采用了两种方法:一是学科能力测验,给学生提供较为复杂的数学试题,了解学生的应变能力和解决复杂数学问题的能力,把能力较好的挑选出来;一是平时学习表现记录,包括课堂反应和作业表现,让任课教师提供备选对象。然后,对两种方法挑选的对象进行比较、综合,最终确定出参加实验的学生。从实验结果来看,这两种方法的综合运用是有效的,所挑选出的绝大多数学生在后来的实验中表现出了一定的数学创造力,成绩突出。

②开发潜能。从四年级开始,我们对所挑选的实验班学生,采取了如下开发措施。

A、激发和强化数学兴趣。兴趣是学习行为强化的主要动力,尤其是直接的学习兴趣,能使学生自觉地、主动地投入学习,虽苦犹乐。我们用数学本身的内在力量去吸引、用数学的应用价值去激发、用学习的成功来强化学生的兴趣。当学生想独立去探索某个新知时,注意给予情绪鼓舞;当学生学习停留于一个水平上时,注意设“跳板”,激发飞跃;当学生遇到疑难时,注意给予启发诱导。这些措施使学生始终对数学保持着持久不衰的兴趣。在我们对实验班学生进行的兴趣调查中,95%的学生回答最喜欢上数学课。

B、动手操作,丰富感知。数学知识比较抽象,而小学生的思维具有很大的具体性、形象性。因此,仅仅借助语言、文字教学,学生往往难以理解。如果让他们动手做一做,通过动手、动口、动脑、直观演示,以形象具体的知识为基础,丰富感性认识,从而上升到理性认识,总结出规律,就能达到掌握知识的目的。例如,讲“分数的基本性质”一节,教师让学生拿出三张同样大小的正方形纸,动手折剪,分别取出 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{9}{12}$,再把剪取的部分重叠起来,这时学生意外地发现它们相等,学习兴趣立刻调动了起来。接着,教师又请大家拿出剪好的三个等圆,分别剪去 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{4}{8}$ 、 $\frac{6}{12}$ 后,将它们重叠好,发现也相等。通过多次操作,学生得知两组分数大小是相等的,教师分别用等号把两组分数连接起来,同时用线段图

分别表示,进一步强化了对分数基本性质的认识。经过“折、剪、叠、画”的过程,学生头脑中已经建立起这样一个表象,即尽管每组分子、分母各不相同,但它们表示的大小相等。最后,让学生一边观察折叠的纸、圆形、图及等式,一边思考上面每组三个分数为什么相等,规律是什么,启发学生由表象到概括,进而发现规律。所以,动手操作,不仅是感知的丰富过程,也是思维的运作过程,是由形象思维到抽象思维的发展。

C、大剂量强化训练。大剂量强化训练是对学生智力与个性潜能的挑战,主要包括两个方面:一是提供适量的复杂题和难题,让学生展开学习竞赛,看谁解得又快又有独创性;二是加大学习的总量,包括课上与课下,尽可能让学生接触更多的信息。我们根据教学大纲和教科书的要求,自己编制了适合于学生数学潜能开发方面的训练教材。在这些教材中,除了基本知识外,主要增加数学思维方法和综合掌握方面的知识,如归一、还原、对应、转化、守恒、假设、消元、集合等思维方法,对小学数学知识分类纵贯综合,把学生所学的某一类知识纵向梳理下来,增强了学生纵向综合掌握能力和横向迁移能力。从实验班的学习情况来看,给他们增加比常规班多三分之一的学习量,是完全适宜的。实验结果表明,适当增加学习量,包括质和量两个方面,是开发潜能的必要条件。

D、优化数学能力结构。我们认为,开发学生的数学潜能,优化数学能力结构是关键。数学能力结构既是开发潜能的结果,又是开发潜能的条件。只有一开始就重视数学能力结构的优化,才能很好地开发学生的数学潜能;而只有开发好潜能,才能使学生的数学能力结构得以优化。我们主要从三种“能力”和五种“品质”入手,加以培养。三种“能力”是运算能力、空间想象能力、逻辑运算能力;五种“品质”是思维的流畅性、灵活性、独创性、精密性和批判性,这三种“能力”和五种“品质”都化为可测评的操作指标,从实验效果中直接反映出来。

3. 研究的实践效果与几点认识

(1)研究的实践效果。经过几年的开发研究,取得了较为显著的实践效果。对此,从如下方面进行鉴别衡量。第一,进行智力测验,测试学生一般智力发展情况。天津师大数学系、天津市教科院、天津市教育学院的有关专家对实验班学生进行了韦氏儿童智力测验(中国修订),

经过12项内容的检验,智商均值为103.69,比初入学平均智商高1.3。其中类同、算术、背数、填图、排列、积木、拼图、迷津等八项分均达到优秀,反映学生的图形观察、空间想象、逻辑运算等能力有了很好的发展。第二,对学生进行五种思维品质的专项测验,实验班学生在流畅性、灵活性、独创性、精密性和批判性上的得分均明显高于对比班($P < 0.05$)。第三,通过几年来参加各种数学竞赛成绩来鉴别。在这方面,实验班学生具有不可比拟的优势。在天津市举办的三次小学“我爱数学”邀请赛中,我校都获团体总分第一名,其中实验班学生得分占绝对大的比重。在全国“华罗庚金杯赛”中,实验班学生多次夺魁,其中一名学生参加美国数学家斯坦力提供的SAT数学测试,以800分满分成绩夺魁。几年来,在市区竞赛中,实验班学生获奖达400人次,重点中学录取率在全区名列前茅。第四,我们对实验班的学生不断进行学习兴趣和学习负担方面的无记名问卷测验,以了解学生的学习兴趣和负担情况。多次测验结果均显示,绝大多数学生数学兴趣高,并持续增强,但对学习负担并不感到沉重,他们已经把数学学习作为一种乐趣。这表明,尽管加大了训练,但并没有加重学生的负担。

(2)几点认识。

①从实验效果看,我们采用的开发措施是有效的,这一点证实了原来的假设,即只要提供适当的教学内容和教法,可以开发出学生更大的数学潜能,使其在数学方面有更快更大的发展。在一至三年级全面发展打好基础情况下,识别、预测学生的潜能,把潜能好的学生组织起来,集体开发是有效的途径。以兴趣做基础,加大训练量,对于高年级学生是可行的、必要的。

②根据实验目标而进行的优化学生的数学能力结构是可取的,运算能力是各种计算所必需的,而空间想象能力是几何乃至更抽象的符号关系所必需的,逻辑思维能力是一种更抽象、更具有普遍意义的能力。上述各种能力使数学能力结构得以升华,并发生横向迁移,有助于其他知识的学习。思维的流畅性反映的是学生解题运算的速度问题;灵活性反映的是学生解题运算的变异能力问题,即运用不同类型的方式方法解题使思维具有扩散性;独创性反映的是学生解题运算的创新能力,表明学生是否有独立的新见解;精密性反映学生解题运算的严密性,运算与推理步步相连,无懈可击;批判性反映的是学生对已有知识大胆质疑困难、并敢于向权威挑战的能力,这是学生取得数学学习与

探究的突出成绩的决定因素。上述五种品质对于学生的数学能力结构来说,都是必不可少的。实验效果表明只要抓住上述三种“能力”和五种“品质”,学生便可逐步形成优化的数学能力结构。

③开发潜能与学生学习负担问题。从实验结果来看,加大了训练量,学生并没有感到负担加重。究其原因,是兴趣在其中起到了“中和”的作用,即它把负担所产生的“苦”和“累”给“中和”了,产生了一种“满足感”、“实现感”,把负担变成了乐趣。这给我们一个深刻的启示,即所谓负担是受兴趣因素制约的,感到负担过重是因为兴趣减弱或丧失的缘故。在开发学生的潜能时,只要牢牢抓住兴趣因素,以此为基础,就不会使负担加重。

④开发学生的数学潜能,最根本的一条是把学生置于学习主体的地位,使其自觉、主动的学。开发措施如果是外因的话,那么,学生自觉主动的学习就是内因,内外因结合,才能奏效。本实验是我校主动发展教育改革实验的一部分,实验一开始就突出了学生主动发展这一点。实验结果表明,凡是在开发潜能上成绩突出的学生,其自觉主动性就强。而学生的主体地位和学习的自觉主动性不是自发的确立和发展的,需要适当的教育条件。所以,开发学生潜能,得先给学生创造适当的学习与发展的条件。

◆展望 21 世纪的基础数学能力培养要求

美国数学视导员评议会认为,所谓的“基础”是指一个人将来工作及接受成人教育所必需的能力。基础数学标志一个学生将来造就成人、身负重任时所必需具备的数学能力。今天在校内必须熟练地掌握内容丰富的基础数学,到下个世纪方能卓有成效地工作。抚顺市教育学院朱希璐老师将一切学生都应具备的 12 个重要领域的数学能力译介列举如下,这 12 种能力是互相联系的:

1. 解题能力

学会解题是学习数学的基本功。解题是应用先习得的知识于陌生新情况的过程。学生解书本上的文字题固是一种解题方式,但还应当会解课外的习题。解题包括分析题义、找出解

法、算出结果、论证答案、绘制图象、验算改错等步骤。学生应当知道可供选择的多种解法,学会一题多解。

2. 数学概念表达能力

学生应当掌握数学语言与数学符号。例如:应懂得数学位值与符号系统;学会通过视听及阅读建立数学概念、能够用口语笔语、绘制图象及模型演示等方式表达数学概念;还应善于提出和探讨有关数学问题。

3. 数学推理能力

学生应学会独立研究数学概念问题,能够看懂并放大图样,凭借经验与观察进行推测;学会利用反例证明推测的错误,利用模型、已知事例和逻辑论据证明推测的正确;还应善于区别有理变量和无理变量。

4. 数学之用于日常现象

应鼓励学生注意观察日常种种现象,将现象转化为数学式;再参照本来现象进行演算,得出答案。他们应学会解关于比、比例、百分数、自变量及因变量等习题。他们不但应该知道如何应用数学于现实世界,还应观察种种数学现象怎样产生于大千世界。

5. 判断答案是否合理

学生解题时,须考虑每一运算步骤或推理是否得当,还须养成数字意识,核对原题数字、运算方法及计算结果是否合理。随着社会上使用计算工具的日益增加,具备此种判断能力越发重要。

6. 估计能力

学生应学会使用心算及种种估算技术进行近似值快速计算。不论解题或安排消费均需要计算,均可用估算来检查是否合理,检验预测或作出决算。学生应掌握关于长度、面积、体积、容积等简易计算技术;必要时,还应学会按规定截取特定答案的精确值。

7. 选择适当的计算技巧

学生应具备整数和小数的加、减、乘、除四则运算的熟巧。时至今日,大型复杂的计算应由计算器或电脑去完成。一位数运算是基础,心算

是宝贵的运算技巧。学生应训练有素,善于选择适当的计算方法:心算、笔算还是用工具计算;而且日常种种数学现象都必须加以识别,进行简单计算及普通分数运算;还必须培养与具备识别、应用与计算百分数之能力。

8. 代数思维能力

学生应学会用变量表示数学量和数学式,用图表、图象和方程式表示数学函数关系;理解与正确使用正负数、方程式、不等式、各种公式及运算规则;以及认识数量互相转化的公式。

9. 测量学

学生应通过具体实验掌握基本测量原理;学会丈量距离,测定时间、体积、容积、温度及角度;简单算出周长、面积与体积;以及利用适当工具及精密水准仪等器械进行米制与常规制丈量。

10. 几何学

学生要在三维空间有效地进行操作,应当熟悉必要的几何概念,具备平行、垂直、全等、相似及对称等几何概念;掌握平面几何及立体几何简单图形的特点。学会用平移、旋转及抛物线等术语具体说明物体在三维空间的运动形态,以及使用计算工具及测量仪器去研究几何概念。

11. 统计学

学生应有计划地收集和编制数据资料,以解答日常生活中种种问题;学会读识及设计简表、图形、图象和地图并从中得出结论。他们应学会给中数、众数、平均数等集中趋势的量数及全距、离差等离中趋势的量数提供数据;认识统计描述及统计推断的主要用途及错误应用。

12. 概率论

学生应当懂得基本概率概念,以预测未来可能发生的事件;还应认识既往的直接经验对未来事件不可能产生影响。

◆ 低年级学生数学能力的培养与教学

培养学生学习数学的能力,是数学教学的

重要任务之一。低年级小学生年龄小,怎样培养他们的学习能力?通过近几年教学改革的实践,使我们深深体会到:只有让学生在学习过程中动脑、动手、动口,多种感官共同参与活动,激发他们的求知欲望,逐步把学生引入广阔的数学天地,才能真正学到扎实的基础知识,从而达到开发智力,培养能力(包括学习能力)的目的。上海市松江县教师进修学校钱执凡、实验小学冯丽萍老师总结的具体做法是:

1. 重视手脑并用,训练学生的操作能力

瑞士心理学家皮亚杰认为,智慧自动作发端,活动是连结主、客体的桥梁。所以在教学过程中应放手让儿童去动手、动脑探索外物。也就是说,动手操作是小学生获得知识的重要途径之一。学生既然是学习的主体,就应当有计划地多组织学生进行操作、实验和练习等活动,使他们用不同的感官接受信息,再经过智力活动的整理加工,以达到掌握知识的目的。为此,我们给一年级小朋友每人都配备了一套数学学具,指导他们手脑并用,让学生在动手中认识、理解、掌握和运用数学知识,手的运动又促进了脑的灵活发展。

如在第一册教材“学习准备”中“分类”的教学,我们是这样进行的:先让同桌两个学生倒出一个学具盒里的所有学具,要求他们自己动手加以整理。动手之前,对学生说:我们摆放工具、学具都要井井有条,使用的时候才方便。现在请大家先想一想怎样整理,然后动手。过了一会儿,学生整理完毕。老师说:像这样有目的、有条理地整理东西,叫“分类”。然后告诉他们,根据分类的标准不同又有不同分法。如把红的放在一起,黄的放在一起,是按颜色分;把正方形的放在一起,圆的放在一起,三角形的放在一起,是按形状分;此外,还可以按大小、用途等进行分类。

最后,教师让学生换一种分法,再分一次。

学生通过眼看、手做、脑想等活动而学得的知识,容易懂,记得牢,而且课堂气氛十分活跃。

2. 巧设情景,引导观察,训练学生的观察能力

我们充分利用课本上精美的插图或自制的投影片,引导学生观察,发展学生的观察力。

(1)吸引注意,引起观察兴趣。小朋友刚从幼儿园进入小学,爱说、爱动。如何把他们的注意力吸引住,引起观察兴趣?上第一节数学课时,一上课,老师就开门见山地引出课题,边出示投影片,

边告诉小朋友:今天老师要带领小朋友去太空游玩,看看无边无际的太空中有什么奇妙的事物,你们愿意不愿意?小朋友听后兴奋地说好呀!精美的图画和老师的启发谈话,很快就吸引了学生的注意,老师的话还指出了观察什么。

(2)观察的顺序。观察比较复杂的画面,要有一定的顺序。我们先让学生全面地看一看,知道这是一幅描写太空旅行的科幻画;接着指导他们分开来从上而下,从左而右(或从右而左)看,同时教学“右边”、“左边”、“右上角”、“左下角”等表示方位的词和数数;最后又综合起来,畅谈观感,教师适时进行学好本领、科技兴国的教育。

(3)观察事物之间的联系,适当启发想象。观察“学习准备”的太空旅行科幻画时,可以适当引导学生想象,如:图的左下角有几个小朋友?他们在做什么?(欢迎宇航员归来。)你们怎么知道?(小朋友们手持鲜花、红旗、气球表示欢迎,或者这些小朋友抬头、举手、欢笑、欢呼表示欢迎,而他们的上空正有一艘宇宙飞船,飞船内有3名宇航员,等等。)又如:图的右上角月球旁有一个小朋友手拿五星红旗,这位小朋友要做什么?(他们想把五星红旗插到月球上去。)

(4)异中见同。

例如:

三辆三轮车图

三只猴子图

三只梨图

三幅图中的实物三轮车、猴子、梨是不同的,但是他们的量数都是“3”。

“异中见同”的观察能力,是抽象、概括能力的基础。

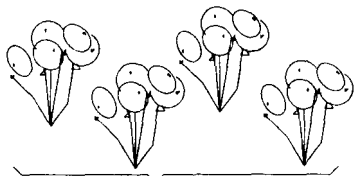
3. 创造机会,让学生多动口,训练学生的语言表达能力

语言是人和人交往及个体进行抽象思维的重要工具。在教学中应根据教材的特点,学生的实际,创设一定的情景或氛围,让学生多动口,训练学生数学语言的条理性和准确性。只有通过日积月累,坚持不懈地训练,才能培养学生有较强的口头表达能力。我们常用的方法有:

(1)口述操作过程。要求口述:用什么学具操作,操作的过程,操作的结果。基础差的学生可以看着学具说,基础较好的学生要求拿去学具后说。

(2)看图说话或口编应用题。如在表内乘法的练习中,让学生看右图。对一般学生要求会说:“每串气球有5个,4串气球一共有几个?”在此基础上我们还要求学生进一步动脑筋,编出不同的题。学生从不同的角度去想,又编出:“一棵树上有5个气球,4棵树上—

共有几个气球?”“有五种颜色的气球,每种颜色有4个,一共有几个?”等等应用题。这样,又诱发了他们的想象能力。



□个

(3)用不同的语言说明同一个概念。例如,教学“倍的初步认识”例1:“把红纸条的长看作1份,白纸条的长有这样的3份,我们就说白纸条的长是红纸条的3倍”。教学后,我们不急于转入例2的教学,而是提出了这样一个问题:现在我们讲的是两种不同颜色的纸,你能不能换成其他你所喜欢的东西,再用这句话来说一说呢?小朋友兴趣激发起来了,这枯燥难学的几句话,他们也不再讨厌了,讲了一遍又一遍。在这基础上我们再进行例2的教学,这时,“把2只黑猫看作一份,白猫的只数有这样的4份,我们就说,白猫的只数是黑猫的4倍。”这几句话小朋友在学习例1的基础上,人人都会说。

此外,设计既能启迪智慧、巩固知识,又十分有趣的数学游戏,使儿童在玩中学、学中玩,也是培养低年级小学生学习能力的一种好方法,这里就不谈了。

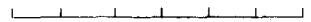
◆ 中年级数学能力的培养与教学

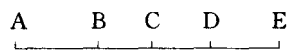
发展学生的智力,培养学生的能力,是小学数学教学的一项重要任务。上海市徐汇区韩秀玲老师总结在中年级数学教学中,注意以下两个方面:

1. 培养学生观察、思考问题的能力

观察是学生认识世界的重要途径,在教学中,首先注意培养学生有顺序、有目的的观察,从上到下,由近到远,并把这种方法迁移到思考问题上去。以下面两题为例:

(1)“右图有多少条线段?”

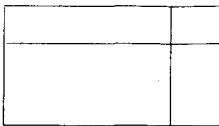
开始,学生看了以后,只  能凌乱地数,有的遗漏了,有的重复了。针对这种情况,我先让学生

在各点上注上字母,又  问:“怎样数才能不遗漏,也不重复呢?”学生怀着浓厚的兴趣,仔细观察,认真思考,终于有顺序、有规律地数出了共有十条线段。

当他们自己找到了规律,内心感到极大的满足。

(2)“数一数,下图有多少个不同的长方形。”题目一出示,学生情绪高涨,

纷纷要求发表意见,并且上台演示。他们有顺序、有规律地一个一个地数,再从上到下,从左往右数,数出有9个长方形。



学生通过自己探索获得的知识,不仅掌握得牢固,更重要的是培养了能力,提高了学习兴趣。

2. 培养思维的双向性

要使学生的能力得到发展,培养思维的双向性是不可忽视的一环。如果从A想到B,这是正向思维,那么从B想到A就是逆向思维。正向与逆向本来是互相关联的,在一般情况下可以互相转换。如果教学中不注意这个问题,一直让学生做同类型、重复性的习题,往往造成思想呆板。为了培养学生双向思维能力,我在教学时注意根据教材内容,随时提出逆向思考的问题。例如:学了运用乘法分配律进行简便计算后,学生看到 $(5+2) \times 7$,很容易得出 $5 \times 7 + 2 \times 7$;而看到 $75 \times 18 + 25 \times 18$,进行逆向思维后,要求学生马上得出 $(75+25) \times 18$ 。学了长方形的面积计算公式后,迅速进行公式变形的练习,能分别求出长和宽各是多少。这种思维双向性的训练,也贯穿在应用题教学中。如:

①体育室原来有18只排球,借走9只,还剩几只?

②体育室原来有一些排球,借走9只,还剩9只,原来有排球几只?

③体育室原来有18只排球,现在还剩9只,借走多少只?其中第1题叙述顺序与现实生活中的实际进程一致,后两题的叙述顺序与现实生活中的实际进程相反。通过这样的训练,培养学生的双向思维,增长他们的能力。

附:清风实验学校小学三年级数学能力的回归

分析

谭荣波

1. 问题的提出

学生的数学能力是影响学生学习数学的重要因素。中央教育科学研究所赵裕春研究员认为,数学能力主要有运用数概念的能力、基本能力(概括、推理)和空间关系的知觉能力等三种,探讨这三种数学能力发展水平及其各自对小学三年级学生学习数学的影响程度如何,这对于有的放矢地进行小学数学教学具有重要意义,也是现代数学教育心理领域研究的重要课题。我们通过问卷调查,对小学三年级学生数学能力进行多元回归分析,试图寻找这三种数学能力发展水平及其分别影响学习数学的程度大小,为提高小学数学的教与学的效率提供一些心理学依据。

2. 调查过程、结果与分析

(1)调查问卷。本调查采用中央教科所组织的小学生数学能力研究协作组编制的《小学生数学能力测验(三年级)》。这套测验,由62个试题组成,内容包括:数的概念,数的概括和推理以及空间关系等三方面。这套“测验”经过全国性测试,具有较高的信度和效度,题目的难度相当,鉴别力强。

(2)调查过程。选取桂林市清风实验学校小学三年级(91级)的全体学生(120人)作为调查对象。采用团体测验的方法,严格按《数学能力测验(三年级)实施说明书》进行。全套测验共62小题,分两次做完,每次一节课,评分按统一标准进行,满分62分,收回有效答卷111份。

(3)调查结果与分析。

①清风实验学校小学三年级学生数学能力的发展状况。

表1 数学能力发展水平与全国相比

	数的概念		基本能力		空间关系	
	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S
全国小学三年级 (N=1722)	14.10	6.54	5.28	4.23	3.24	2.08
清风小学三年级 (N=111)	16.55	5.29	9.35	4.26	3.70	2.14
Z值	4.66		9.76		2.20	
P	<0.001		<0.001		<0.05	

从表1的结果可知,清风实验学校小学三年级学生的运用数概念能力,基本能力(概括和推理)和空间关系的知觉能力分别与全国小学三年级学生相比,两者具有显著的差异(P值小于0.05),也就是说,在这一测试中,该校小学三年级学生的运用数概念能力、基本能力和空间关系的知觉能力都分别比全国同等水平的高。从数学教学这一侧面来看,清风实验学校小学三年级整体教育改革取得了一定的成效。

②小学生三年级数学能力的回归分析

以小学三年级学生的数学成绩作为因变量,以学生的三种数学能力测验成绩为自变量,并将三个自变量的值统一转换成均数为0,标准差为1的标准分数(Z分数),进行多元回归分析,结果如下:

表2 数学成绩对三种数学能力回归有效性的检验

复相关系数	R=0.433	
回归变差	u=2443.929	F=8.232
剩余变差	Q=10588.487	sigF=0.0001

结果表明,这一回归具有显著的统计意义(P<

0.01),即是说,在一定程度上,学生数学成绩的差异,能够由运用数概念的能力,基本能力(概括和推理)和空间关系的知觉能力的水平差异做出解释。

既然这三种数学能力都对数学成绩产生显著影响,那么,它们中哪个影响更大?为此,进一步将三种数学能力对数学成绩做三元回归,结果如下:

表3 概念,基本能力和空间关系对数学成绩的三元回归分析

	数概念	基本能力	空间关系
标准偏回归系数(β)	0.297	0.183	0.226
t	4.55	2.77	3.28
p	0.000	0.008	0.000

上表数据显示出每个变量的回归系数, $\beta_{\text{概念}} > \beta_{\text{空}} > \beta_{\text{基}}$,且三者的 β 值均具有极显著的统计意义, $P < 0.01$ 。这一结果说明,影响小学三年级学生学习数学的三种数学能力中,影响程度最大的是运用数概念的能力。其次是空间关系的知觉能力,再次是基本能力(概括和推理)。

3. 结论与建议

(1) 结论。

①与全国小学三年级学生相比,桂林市清风实验学校小学三年级学生的运用数概念能力,基本能力(概括和推理)和空间关系的知觉能力都较高。

②小学三年级学生运用数概念能力、基本能力和空间关系三者的知觉能力,都显著地影响着学生数学成绩;且这三种数学能力中,影响程度最大的是运用数概念能力,其次是空间关系知觉能力,再次是基本能力(概括和推理)。

(2) 建议。

①应加强小学三年级学生运用数概念的能力培养。

根据上述结果,影响小学三年级学生学习数学的三种数学能力中,影响程度最大的是运用数概念的能力,即 $\beta_{\text{概念}} > \beta_{\text{空}} > \beta_{\text{基}}$ 。由此,在小学三年级的数学教学中,应加强学生运用数概念的能力培养。从测查看,清风实验学校小学三年级数学教学的成功经验在于重视数概念的教学。然而,有不少小学数学的教学中,常只重算法,忽视数概念的掌握和算理的理解。因而只能机械地应用学过的东西,或简单地模仿做过的例题,不能在变化了情况下迁移,或者只知道一些定义,而不能全面掌握属于这一概念的东西(例如,学生能说出什么是圆的半径,但在作图或解题时又常常只能举出垂直方向上的半径),不能反转过来去解决逆向问题,没有纳入到一般的范畴或嵌入数概念体系的认知结构中去。所以在小学数学教学中,不仅要重视算法和演算过程,尤其要重视数概念的掌握和算理的理解,加强小学生运用数概念的能力培养。

②重视和加强发展小学三年级学生空间关系的知觉能力。

空间关系同数量关系一样也是数学能力的基本内容,而且数和形是不可分开的。因此,学生掌握空间关系的知觉能力也是小学数学能力的重要组成部分。然而不少的数学教学方法,偏重于抽象逻辑思维的训练,造成了人的智力开发的残缺。当前许多教育整体改革实验,都提出使学生和谐发展,这都与充分开发脑功能有关,根据我们的结果分析,影响小学三年级学生学习数学的三种数学能力中,空间关系的知觉能力的影响程度仅次于运用数概念的能力,且比基本能力(推理和概括)大,这就要求我们在小学数学教学中更不能忽视空间关系知觉能力的发展。而我们的统计结果表明,小学三年级学生的空间关系的知觉能力很低,在有关空间关系的8小题中,学生答题的平均通过率仅为40.4%。可见,重视和加强发展小学三年级学生空间关系的知觉能力是十分必要的。

◆ 小学数学教学中的学生智力活动水平

改革数学教学,其着眼点应放在引导学生通过自己的思维活动,掌握学习方法上。要做到这一点,作为起主导作用的教师就必须重视过程教学,促进学生将外部的感性材料转化为内部的智力活动。海门师范附属小学赵云峰老师总结介绍的做法是:

1. 概念教学,重在形成过程

概念是反映事物的本质属性的思维形式,它是认识的高级产物。由于在形成概念的过程中,去伪存真,弃粗取精,把事物的本质属性抽离出来和集中起来,所以概念具有抽象性;又由于概念所反映的本质属性是这一类事物普遍具有的,所以概念又具有一定的普遍性。因此,在概念教学时,只有重视了它的形成过程,才能使学生对概念的内涵和外延有比较深刻的认识。所以,在进行概念教学时,十分重视其形成过程。例如,“有余数的除法”的教学,从如下几个方面来让学生建立“余数”概念:

(1)操作学具。上课开始,学生拿出9个圆片(代替9个苹果)和9根小棒(代替9只盘子),按“每盘要放得同样多(可以不把盘子用完)”的要求,自己在桌子上操作学具。根据学生操作的情况归类板书如下:

每盘放3个,放了3盘。 $9 \div 3 = 3$ (盘)

每盘放1个,放了9盘, $9 \div 1 = 9$ (盘)

每盘放9个,放了1盘, $9 \div 9 = 1$ (盘)

每盘放2个,放了4盘,还剩1个,