素质教育探索教材

大学物理学

（下　册）

闫夷升　主编

西安陆军学院

素质教育探索教材

大学物理学

（下册）

主　编　闫夷升
副主编　曹自强　王传新
编　委　闫夷升　曹自强　王传新　胡承学
　　　　李爱玲　段改丽　郭芳英　杨彬龄
审　定　杨彬龄　刘升俭　郑　仲

西安陆军学院
二○○一年十一月

内部资料

书　名：大学物理学（下册）

编著者：闫夷升　曹自强　王传新　胡承学
　　　　李爱玲　段改丽　杨彬龄　郭芳英

印刷者：西安陆军学院印刷厂

开　本：850×1168 毫米　　1/32
印　张：14
字　数：364 千字
版　次：2001 年 11 月第一版
印　次：2001 年 11 月第一次印刷
印　数：1－2000 册

本书由闫夷升执笔编写和统稿，参加本书初稿编写的同志还有曹自强（第十三章）、王传新（第十二章）、胡承学（第十八章）、李爱玲（第十九章）、段改丽（第十一章）、郭芳英（第十四章）。闫夷升、王传新、段改丽同志负责了校对工作。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

闫夷升

2001 年 11 月

目　　录

第十一章　真空中的静电场

电磁学是研究电磁现象及其规律的科学,它与生产技术、国防建设以及人们的日常生活有着密切的关系,它是电工学、无线电电子学、电子计算技术、自动控制以及物质结构的研究等近代科学技术必要的基础理论之一。在物理学中,主要研究电磁场的规律及物质的电磁性质。

本章只讨论真空中相对观察者静止的电荷在其周围空间所激发的电场,即静电场。重点讨论电场强度和电势这两个描述电场性质的重要物理量,推导出反映静电场性质的两条基本定理——高斯定理和静电场的环路定理。

11.1　电荷与电场

一、电荷

大家早就知道"摩擦起电",实际上是产生了电荷。实验发现,电荷可分为两种,而且同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引。美国物理学家富兰克林(Benjamin Franklin,1706 ~ 1790)首先以正电荷和负电荷的名称来区分两种电荷,这种命名一直延续到现在。电量是用来表示物体所带电荷多少的物理量。同一物体内可以同时带有正电荷和负电荷,因此,一个物体所带电量的多少应该为其所带正、负电荷的代数和。宏观带电体所带电量的不同,其根源是组成它们的微观粒子所带电荷的种类不同,电子带负电荷,质子带

正电荷,而中子不带电荷。这些都是有关电荷的一些基本知识。下面我们再深入学习一下电荷的几个基本性质。

1、电荷的量子化

美国的实验物理学家密立根(Millikan)用一个著名的实验"密立根油滴实验"证明了电荷的一个重要的性质——量子性。他通过实验证明:自然界中的电荷总是以一个基本单元的整数倍出现的。电荷的这种只能取离散的、不连续量的性质叫做电荷的量子化。实验还发现,电子是自然界中电量最小的粒子,即电子的电量是电量的最小单元。于是就把一个电子所带电量的绝对值称为基本电荷,常用 e 表示。经测定其值为:

$$e = 1.62 \times 10^{-19}\mathrm{C}$$

近代发展起来的粒子物理学,从量子论的观点出发,提出了基本粒子由若干种夸克或反夸克组成,每一个夸克或反夸克可能带有 $\pm\frac{1}{3}e$ 或 $\pm\frac{2}{3}e$ 的电量。然而至今尚未在实验中发现单独存在的夸克,即使以后发现了,也只不过把基本电荷的电量缩小到目前的 $\frac{1}{3}$ 罢了,电荷的量子性依然存在。

由于基本电荷量值极小,宏观物体带电时一般都含有大量的元电荷,所以在描述宏观物体的带电分布时,完全可以不考虑电荷的量子性,而将电荷看成是连续分布的。

2、电荷守恒定律

电荷不仅具有量子性,而且在任何起电过程中,等量的正负电荷总是同时产生。大量实验表明,电荷只能从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分。我们把相互作用的几个物体或粒子叫做系统。如果这个系统与外界无任何电荷交换,则把这个系统称为孤立电系统。实验表明,对于一个孤立的电系统,在任何物理过程中,整个系统内电荷的代数和始终保持不变,

即总电量不变。这个结论称为电荷守恒定律,这是物理学中的一条基本定律。

二、库仑定律

1、点电荷

在力学中,我们为了研究问题的方便,引入了“质点”的概念。基于同样的道理,我们在静电学中引入一个“点电荷”的概念。当带电体本身的几何线度比它们相互作用之间的距离小得多时,其几何形状和大小以及电荷在其中的分布对所研究问题影响可以忽略不计。这时就可把带电体抽象为一个带电的几何点,称为点电荷。

需要说明的是:(1) 点电荷是静电学中的一个理想模型,实际中真正的点电荷并不存在;(2) 实际带电体能否看成点电荷要根据研究问题性质而定。

实验证明,电荷与电荷之间有相互作用力。1875 年,库仑从实验中总结出了两个点电荷之间作用力的规律,这就是库仑定律。表述如下:在真空中,两个静止的点电荷 q_1、q_2 之间相互作用力的大小与它们所带电量的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比,作用力的方向沿着它们的连线。在 SI 制中,其数学表示式为

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (11-1)$$

式中,q_1、q_2 分别为两个点电荷的电量,r 为它们之间的距离,系数中的 ε_0 是一个常量,称为真空中的电容率(也叫介电常量),其值为

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}}$$

如果规定位矢 $\vec{r}$ 的方向是由施力电荷指向受力电荷,$\vec{r}_0$ 为 $\vec{r}$ 的单位矢量,则库仑定律可写成矢量式:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_0 \qquad (11-1a)$$

需要说明的是:

(1) 库仑定律只适用于真空中的点电荷之间的相互作用,其作用力常称为库仑力。

(2) 两个点电荷之间的作用力,大小相等,方向相反,

即
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

(3) 两个点电荷之间的作用力并不因第三个点电荷的存在而有所改变。因此,两个以上的点电荷对一个点电荷的作用力等于各点电荷单独存在时对该点电荷作用力的矢量和。

(4) 它是静电学中的一个基本定律,对宏观和微观电荷都适用。实验表明,两个静止点电荷之间距离的数量级在 $10^{-17} \sim 10^{7}\mathrm{m}$ 的范围内,库仑定律都是成立的。

(5) 库仑定律在形式上与万有引力定律相同,但万有引力与库仑力相比是很小很小的。所以,在研究带电粒子的相互作用时,它们之间的万有引力常忽略不计。

三、电场强度

万有引力存在的空间有引力场,同样库仑力存在的空间也应存在一个场 —— 电场。场是一种很特别的物质,按照现代的观点,在某个空间存在一个实体,一个质点通过空间中的实体对另一个质点能施加力的作用,把这个实体就叫做场。由此可见,场是存在于某个空间中,虽然是无形的,但却是客观存在的。既然场是一个实体,那么它还应该有质量、能量等特征,而且能和实物发生作用。

学习了场的特性后,自然会想到既然电荷之间有力的作用,那么电荷周围的空间一定存在着场,这个场是由电荷在其周围空间激发的,因此叫做电场。静止电荷在其周围空间激发的场叫做静电场。电场的基本特性之一是对处于场中的其它任何电荷都有作用

力，称为电场力。

如何研究电场的性质呢？为此，我们引入一个试验电荷 q_0，即电量充分小的点电荷。电量充分小，才不会影响场源电荷的分布；几何线度要足够小，可以看成是点电荷，以保证不会影响原来存在的电场的性质。实验发现，试验电荷 q_0 放在电场中的不同点，所受库仑力的大小和方向一般都不同。这说明带电体周围的不同点，电场的强弱和方向一般也不相同。但是在电场中某一给定点处，试验电荷受到的库仑力 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值是一个确定的矢量，这个矢量只与位置有关，而与 q_0 的大小和正负无关。因此，这个矢量可以反映电场中该点的性质。于是我们把这个矢量定义为该点的电场强度，用 $\vec{E}$ 表示，即

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

在 SI 制中，$\vec{E}$ 的单位为 $V \cdot m^{-1}$，或 $N \cdot C^{-1}$。由于 $\vec{E}$ 只与位置有关，放它只是位置的函数，即

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(x、y、z)$$

在前面我们讲过，库仑力具有迭加性，同样，电场强度也具有矢量迭加性。即在 n 个点电荷所产生的电场中，某点的电场强度等于每个点电荷单独存在时在该点产生场强的矢量和。这个结论称为电场强度的迭加原理。即

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \qquad (11-2)$$

若电场中某点的电场强度 $\vec{E}$ 已知，则置于该点的任一点电荷 q 所受的电场力为

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

若 $q > 0$，$\vec{F}$ 与 $\vec{E}$ 同方向；若 $q < 0$，则 $\vec{F}$ 与 $\vec{E}$ 反向。

表 11 - 1 给出一些典型的电场强度的数值。

11 - 1　某些电场强度的数值　SI(N · C^{-1})

铀核表面	2×10^{21}
中子星表面	约 10^{14}
氢原子电子内轨道处	6×10^{11}
X 射线管内	5×10^{6}
空气的电击穿强度	3×10^{6}
范德格拉夫静电加速器内	2×10^{6}
电视机的电子枪内	10^{5}
电闪内	10^{4}
雷达发射器近旁	7×10^{3}
太阳光内(平均)	1×10^{3}
晴天大气中(地表面附近)	1×10^{2}
小型激光器发射的激光束内(平均)	1×10^{2}
日光灯内	10
无线电波内	约 10^{-1}
家用电路线内	约 3×10^{-2}
宇宙背景辐射内(平均)	3×10^{-6}

11.2　电场强度的计算

上一节中我们学习了电场的定义和特性，理解了电场是由电荷激发的。把在空间激发电场的电荷叫做场源电荷。然而场源电荷是形形色色的，对于不同的场源电荷怎样计算它的场强分布呢？这就是我们这一节要学习的内容。

一、点电荷的电场

点电荷是最简单的场源电荷，它在周围激发的电场也最容易计算。若场源电荷为 q，我们来计算真空中距 q 为 r 处任一点 P 的电场强度。

设想在 P 点放一试验电荷 q_0，则由(11－1a)式可得 q_0 受到的库仑力为

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}\vec{r}_0$$

由电场强度的定义式(11－2)可得 P 点的电场强度为

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{r}_0 \qquad (11-3)$$

二、点电荷系的场强

对于点电荷系，其场强可由场强的叠加原理来计算。应用(11－3)的结果可得点电荷系的电场强度为

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_{i0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{r}_{i0}$$

三、任意带电体的场强

对于一个电荷连续分布的任意带电体 Q，都可以把它看成是无数多个微小的电荷元 dq 的集合。根据电荷分布的不同，常可分为三类：

(1) 电荷为线分布时，若带电体沿长度方向电荷均匀分布，则单位长度上的电量相等，定义为电荷的线密度。若带电体长度为 l，则线密度可表示为 $\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{Q}{l}$，$dq = \lambda dl$。

(2) 电荷为面分布时，若带电体的电量在其表面均匀分布，则单位面积上的电量相等，定义为电荷的面密度，若带电体的表面积为 S，则面密度为 $\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S}$，$dq = \sigma dS$。

(3) 电荷为体分布时，若带电体的电量在整个体积内均匀分布，则单位体积内的电量相等，定义为电荷的体密度。若带电体的

体积为 V,则体密为 $\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{Q}{V}$, $dq = \rho dV$ 。

每一个电荷元 dq 均可视为点电荷,则由(11 - 3)式可知,在空间任一点 P 产生的场强为

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2}\vec{r}_0$$

则整个带电体在 P 点产生的合场强为

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

对于电荷的不同分布形式,则上式分别为线、面和体积积分。

特别需要说明的是,对于矢量积分,常需要把矢量问题转化为标量问题,然后再进行积分。于是

$$d\vec{E} = dE_x\vec{i} + dE_y\vec{j} + dE_z\vec{k}$$

$$E_x = \int dE_x, \quad E_y = \int dE_y, \quad E_z = \int dE_z$$

最后由叠加原理求出合场强

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

其大小为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

下面我们举两个例题来说明电场强度的计算方法。

例 11.1　有一均匀带电细杆,电量为 Q,长度为 l。空间任一点 P 到细杆的垂直距离为 a,P 点与细杆两端的夹角分别为 θ_1 和 θ_2,如图 11 - 1 所

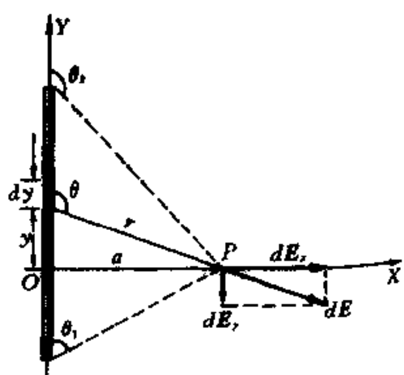

图 11 - 1　例 11.1

示。求 P 点的电场强度。若杆为无限长,电荷线密度不变,P 点场强又为多少?

解:以 P 点到细杆的垂足 O 为坐标原点建立坐标系如图。

由于电荷为线分布,则线密度为 $\lambda = \dfrac{Q}{l}$,在 y 轴上任取一线元 dy,则 $dq = \lambda dy$,设电荷元 dq 到 P 点的距离为 r,则其在 P 点产生的场强为

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{r^2}\vec{r}_0$$

由图知,它与 y 轴正向的夹角为 θ,则其沿 x,y 轴的分量为

$$dE_x = dE\sin\theta,\quad dE_y = dE\cos\theta$$

由图中几何关系有

$$y = a\cot(\pi - \theta) = -a\cot\theta$$

$$dy = a\csc^2\theta\mathrm{d}\theta$$

$$r = \frac{a}{\sin(\pi - \theta)} = a\csc\theta$$

于是有

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta d\theta$$

$$dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}[(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)\vec{i} + (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\vec{j})]$$

若带电体为无限长时,则 $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \pi$,

$\sin 0 = \sin\pi = 0$, $\cos 0 = 1$, $\cos\pi = -1$,故有

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}, \quad E_y = 0$$

由此得出结论，对于无线长均匀带电直线，若电荷线密度为 λ，线外一点 P 到直线的垂距离为 a，则 P 点的电场强度大小为

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad (11-4)$$

其方向垂于带电直线，指向由 λ 的正负决定。需要说明的是，上式以后可以当成公式直接应用。

这个例题是带电体电荷为线分布的情形。通过这个例题，希望大家能够掌握用场强的定义来计算场强的方法和步骤。更重要的是了解(11－4)式，这个公式在本章以后的学习中要经常用到。

例 11.2　半径为 R 的均匀带电细圆环，带电量为 q($q>0$)，如图 11－2 所示。试计算圆环轴线上任一点 P 的电场强度。

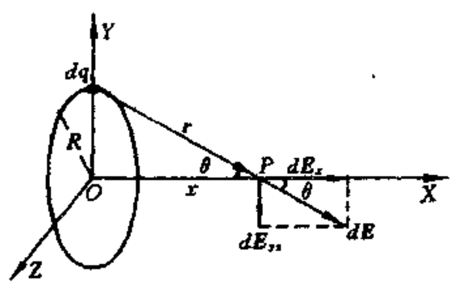

图 11－2　例 11.2

解：以圆环中心为原点，以轴线为 x 轴建立坐标系如图。

在细圆环上任取一电荷元 dq，它在 P 点产生的电场强度为 $d\vec{E}$。

设 P 点距 O 点为 x，到 dq 的距离为 r，则

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

其方向沿 $\vec{r}$ 的方向。将 $d\vec{E}$ 沿 x 轴和与 x 轴垂直的平面分解，

$$dE_x = dE\cos\theta, \quad dE_{yz} = dE\sin\theta$$