

内 部

粒子动力学和电子离子光学第二次学术讨论会

会 議 文 集

第 二 分 册

中国核学会粒子加速器学会

• • 一九八五年五月 温州

第 二 分 册 目 录

- 1、微米束聚焦静电透镜的研究
- 2、强激励单透镜的象差特性
- 3、静电双圆筒透镜、单透镜的一种传输矩阵计算方法
- 4、用电荷密度法求静电透镜光学参量的计算程序
- 5、电子束熔炼炉的电子光路系统的设计与实践
- 6、抛物面型和线段型电子枪的计算源程序及其应用
- 7、电子直线加速器电子枪的研制
- 8、S波段大功率速调管的研制
- 9、200千伏非线性强流加速管研究

微米束聚焦静电透镜的研究

高 杰 李明阳

摘要：本文采用三次样条函数来模拟静电透镜系统的轴上电位，对静电透镜的球差，色差进行了系统的研究。目的在于寻找用于亚微米离子束刻蚀的球差，色差比较小的静电透镜系统。

本文还对面电荷密度法在透镜研究和设计中的应用进行了讨论。

一、引言：随着高亮度的液态金属离子源的出现，对静电透镜系统的研究愈来愈注重如何减小系统象差这个问题。由于液态金属源的亮度高(1)，即物点很小，因此决定最小束斑的主要因素是透镜系统的象差，而最主要的象差是球差和色差。球差不仅对束斑有限制作用，同时也限制了用于刻蚀的离子束流强度。而色差则在 1000Å° — 5000Å° 范围内成为限制束斑进一步缩小的主要因素。由此可见，为了增加束流强度，缩小束斑斑点，对静电透镜系统的象差进行系统的研究，寻找小球差，色差的静电透镜是非常必要的。

近年来，许多文章对用于微细加工的静电透镜进行了广泛的研究(1—8)，但大多数文章都是对某些特殊的透镜结构进行分析研究，而很少对静电透镜系统作出一般性的结论。

根据电子光学理论，对于轴对称静电透镜系统，只要已知轴上电位分布，那么该系统的光学特性也就完全确定了。因此，对透镜

系统进行广泛深入的研究的方法之一，就是通过不断改变轴上电位分布来对各种各样的透镜进行研究。本文采用三次样条函数来模拟轴上电位分布。通过改变轴上一些分立节点上的电位值来达到改变整个轴上电位分布的目的。这种方法的优点是使透镜的光学参量与描述轴上电位的独立变量的函数关系变得比较直观，简单易于计算，并且能比较准确地对透镜的光学特性进行研究。不足的是，由三次样条函数描述的轴上电位分布不适于用来直接根据式(2)来寻找产生该电位分布的真实电极系统。但面电荷密度法 (Charge density method) 可用来达到由已知轴上电位分布而寻找真实电极系统的目的。这是因为面电荷密度法不象其它方法那样受到开放边界，运算速度等条件的制约，可以非常迅速地准确地求出给定电极系统下的轴上电位分布。这样，我们就可以不断调整改变透镜结构和电压配给来对已知的轴上电位分布进行模拟，从而达到对静电透镜系统进行设计的目的。面电荷法的另一个优点就是可以比较容易地对透镜细微结构变化对光学特性产生的影响进行准确的理论研究。例如改变电极厚度，模孔的锥度等对透镜特性的影响。

二、静电透镜的象差研究

对于轴对称静电透镜系统，当不考虑空间电荷效应时，空间电位分布满足拉氏方程：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} = 0 \quad (1)$$

方程(1)的解可由轴上电位分布来表示:

$$\phi(\gamma, Z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n!)^2} \phi^{2n}(Z) \left(\frac{\gamma}{2}\right)^{2n} \quad (2)$$

公式(2)意味着, 只要已知轴上电位分布便可求出空间电位分布从而决定电极形状。文献(12)对这个问题进行了讨论。

静电透镜的三阶球差系数和一阶色差系数(9, 10)为:

$$C_S = \frac{1}{16\phi_0^{\frac{1}{2}}\gamma_0'^4} \int_{Z_0}^{Z_1} \phi \left[\frac{3}{2}\gamma^4 \left(\frac{5}{4}\phi''^2 + \frac{5}{24}\phi'^4 + \frac{14}{3}\frac{\phi'^3}{\phi} \frac{\gamma'}{\gamma} - \frac{3}{2}\phi'^2 \frac{\gamma'^2}{\gamma^2} \right) \right] dZ \quad (3)$$

$$C_C = \frac{\phi_a}{(\phi_0)^{\frac{1}{2}}\gamma_0'^2} \int_{Z_0}^{Z_1} \frac{3}{8} \frac{\phi'^2}{\phi^{\frac{5}{2}}} \gamma^2 dZ \quad (4)$$

其中 ϕ_0 , ϕ_a 分别为物方和象方的电位值。 ϕ , ϕ' , ϕ'' 分别为轴上电位分布, 电位分布的一阶, 二阶导数。 γ , γ' 分别为在轴上电位分布中的作用下, 以某种初始条件入射的粒子轨迹, 且 γ 满足傍轴轨迹方程:

$$\frac{d^2 \gamma}{dZ^2} + \frac{\phi'}{2\phi} \frac{d\gamma}{dZ} + \frac{\phi''}{4\phi} \gamma = 0 \quad (5)$$

本文在计算 C_S , C_C 时初始条件和场边界条件为:

$$\begin{cases} \gamma = 1, \gamma' = 0 & Z = Z_1 \\ \varphi(Z_0) = \varphi(Z_1) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\varphi(Z_0) = \varphi(Z_1) = 0 \quad (7)$$

由式(3), (4), (5)可知:

$$C_S = \int_{Z_0}^{Z_1} f(\gamma, \gamma', \varphi, \varphi', \varphi'') dZ \quad (8)$$

$$C_C = \int_{Z_0}^Z F(\gamma, \varphi, \varphi') dZ \quad (9)$$

$$\gamma'' = \varphi(\gamma, \gamma', \varphi, \varphi', \varphi'') \quad (10)$$

$$\text{其中 } \varphi \text{ 是三次样条函数, 即 } \varphi = \varphi(U_1, U_2, \dots, U_{n+1}) \quad (11)$$

$U_1, U_2, \dots, U_{n+1}$ 是 $[Z_0, Z_1]$ 区间上的 $n+1$ 个节点上的电位值。 γ, γ' 是 U_1 的函数, C_S, C_C 是 γ, γ', U_1 的函数, 因此 C_S, C_C 是 U_1 的函数。给定一组 U_1 , 便得到在由 U_1 决定的轴上轴上电位分布情况下的 C_S, C_C 和其它光学参量。

下面我们将透镜系统的光学参量对场区长度进行归一化。令场区长度为 1。为了得到三次样条函数, 可将场区分为 n 等份, 共 $n+1$ 个节点。在第 1 个区间上的电位分布为:

$$\varphi_1(Z) = A_1 + B_1 Z + C_1 Z^2 + D_1 Z^3 \quad (12)$$

其中 Z 的零点是第 1 个区间的左端点。根据节点上已知的电位值 $U_1 (i=1, 2, \dots, n+1)$, 节点上电位的 0 阶, 一阶, 二阶导数连续条件, 及场区的边界条件可将 $A_1, B_1, C_1, D_1 (i=1, \dots, n)$ 唯一地确定。求出整个区间上的场分布后便可根据粒子轨迹方程(5)用 Libermann (11) 方法求出粒子的轨迹。

将每个区间再分 m 等份。这样在 $[0, 1]$ 区间上共存 $m \cdot n$ 个子区间，区间长度 $\Delta Z = \frac{1}{mn}$ 。

由 Libermann 方法，可得到粒子轨迹。

$$Y_{n+1} = Q_1 Y_n + Q_2 Y'_n \quad (13)$$

$$Y'_{n+1} = Q_3 Y'_n + Q_4 Y_n \quad (14)$$

$$\Delta Y_{n+1} = R_{n+1} - Y_{n+1} \quad (15)$$

$$\Delta Y_{n+1} = Q_1 \Delta Y_n + Q_2 \Delta Y'_n \quad (16)$$

$$\Delta Y'_{n+1} = Q_3 \Delta Y'_n + Q_4 \Delta Y_n + Q_5 \quad (17)$$

其中： $Q_1 = 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \Delta Z^2 + \frac{1}{48} \left(\frac{\phi'}{\phi} \right) \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \Delta Z^3 \quad (18)$

$$Q_2 = \Delta Z - \frac{1}{4} \left(\frac{\phi'}{\phi} \right) \Delta Z^2 + \frac{1}{24} \left[\left(\frac{\phi'}{\phi} \right)^2 - \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \right] \Delta Z^3 \quad (19)$$

$$Q_3 = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi'}{\phi} \right) \Delta Z + \frac{1}{8} \left[\left(\frac{\phi'}{\phi} \right)^2 - \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \right] \Delta Z^2 \quad (20)$$

$$Q_4 = -\frac{1}{4} \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \Delta Z + \frac{1}{16} \left(\frac{\phi'}{\phi} \right) \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \Delta Z^2 \quad (21)$$

$$Q_5 = \left\{ \left[\frac{1}{32} \left(\frac{\phi''''}{\phi} \right) - \frac{1}{16} \left(\frac{\phi'''}{\phi} \right)' \right] \gamma_n^3 + \frac{1}{8} \left[\left(\frac{\phi''''}{\phi} \right) - \left(\frac{\phi'''}{\phi} \right)' \right] \gamma_n^2 \gamma_n' - \frac{1}{4} \left(\frac{\phi'''}{\phi} \right) \gamma_n \gamma_n'^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\phi''}{\phi} \right) \gamma_n'^3 \right\} \Delta Z \quad (22)$$

R_{n+1} 是包括象差在内的真实轨迹， r_{n+1} 为高斯轨迹。

$$\Delta Z = \frac{1}{mn}$$

本文选 $n = 10$ ，因此有 11 个节点电位作为自变量。

改变这 11 个自变量的值便可得到求应的透镜的焦距 f 。

计算结果见图 1—10。

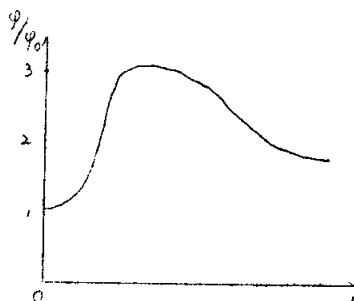


图 (1)

$U_i (i = 1, 11)$

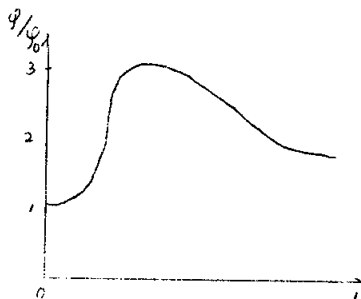
1.0 1.2 1.4 2.0 3.3 3.1 2.9 2.7 2.4 2.3 2.0

$G_S = 53877.704$

$G_C = 69.246$

$F_O = 4.097$

$F_I = 5.793$



$U_i (i = 1, 11)$

1.0 1.3 1.9 3.3 3.1 3.0 2.8 2.4 2.3 2.05 2.0

$G_S = 511.548$

$G_C = 6.83$

$F_O = 1.566$

$F_I = 2.214$

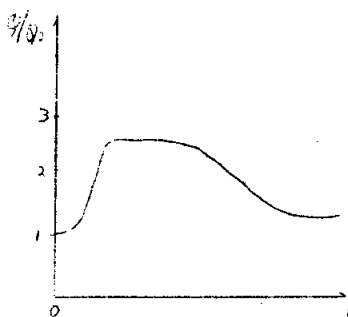


图 (3)

$U_1 (i=1, 11)$

1 0 1 1 2 5 2 5 2 5 2 4 2 3 1 8 1 6 1 55 1 5

CS=7. 24696

CC=0. 663818

FO=0. 3766

FI=0. 4612

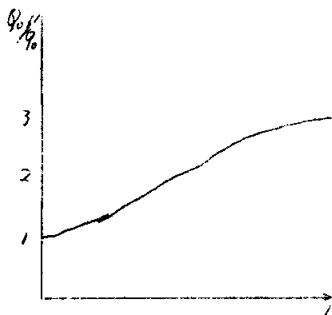


图 (4)

$U_1 (i=1, 11)$

1 0 1. 1 1. 2 1. 5 1. 8 2. 0 2. 2 2. 3 2. 6 2. 8 3. 0

CS=1172. 814

CC=17. 1799

FO= 3. 57337

FI= 6. 1893

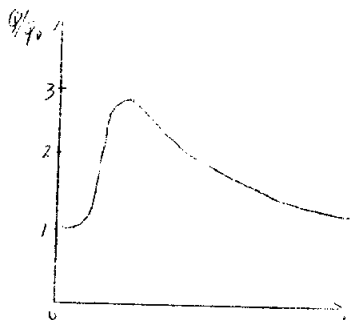


图 (5)

$U_1 (i=1, 11)$

1. 0 1. 2 3. 0 2. 5 2. 3 2. 1 2. 0 1. 9 1. 7 1. 5 0. 6 1. 5

CS=3. 399059

CC=0. 471303

FO=0. 3153

FI=0. 3861

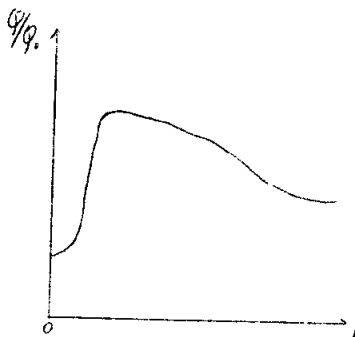


图 (6)

$U_1 (i=1, 11)$

1. 0 1. 2 3. 4 3. 3 3. 2 3. 1 2. 9 2. 6 2. 4 2. 2 2. 0

CS=2. 6030

CC=0. 5994

FO=0. 1981

FI=0. 2801

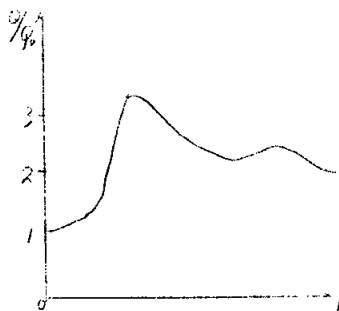


图 (7)

$U_1 (i=1, 11)$

1.0 1.1 1.4 3.2 2.9 2.6 2.2 2.0 2.5 2.3 2.0

CS=49.81

CC=2.0988

FO=0.5227

FI=0.73867

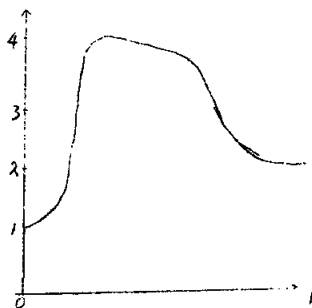


图 (8)

$U_1 (i=1, 11)$

1.0 1.02 2.6 3.7 4.0 3.9 3.7 2.6 2.3 2.05 2.0

CS=1.5432

CC=5.3760

FO=0.32

FI=0.4525

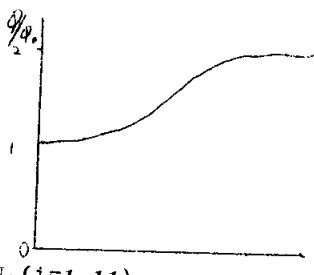


图 (9)

$U_i (i=1, 11)$

1 0 1 0 1 1 0 5 8 1 2 1 3 6 1 5 1 7 5 1 9 1 9 7 0
1 9 8 0 2 0

CS=2211. 6326

CC=15. 1745

FO=5. 263

FI=7. 443

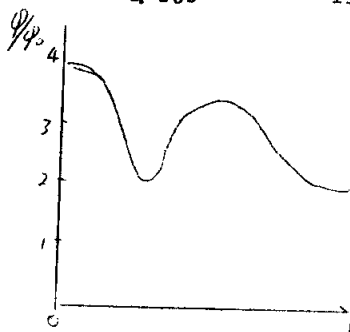


图 (1 0)

$U_i (i=1, 11)$

3. 9 3. 8 3. 4 2. 0 3. 2 3. 4 3. 5 2. 9 2. 8 2. 3 2. 0

CS=232. 939

CC=1. 534

FO=0. 9875

FI=0. 70716

为了使计算结果便于比较,除了图(3), (4)以外,其它各图中的最大 φ/φ_0 均小于3, 5。

由计算结果可见,轴上电位分布合理与否直接关系到透镜性能的好坏。对图(1)中的电位分布稍加改进得到图(2)的分布便可使球差减小100多倍,色差也减少了10倍。为了减小球差和色差,增加粒子入口处的电位梯度是十分必要的。同时,为了减小色差须使透镜后半部的轴上电位变化得比较缓。见图(5), (6), (8)。为了满足上面的条件一般说来电极至少为3个。

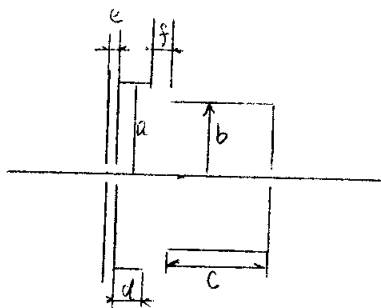
从计算结果中,我们还可以看到,球差和色差并不是同时达到比较小的值。我们必须根据情况来选择具有较小球差或色差的透镜系统。

本文得到的结论解释了为什么用微米束聚焦的静电透镜广泛采用三模片的非对称透镜而不采用各种简单的双圆筒静电透镜。

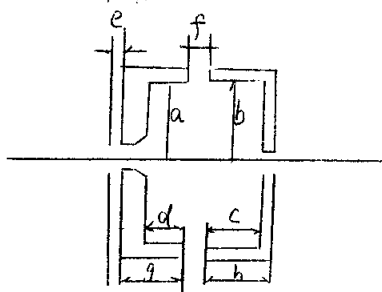
在实际透镜设计中在一定的范围内适当提高透镜的最高电压比 $\varphi/\varphi_{0\max}$, 缩小透镜尺寸都可对球差, 色差有减小作用。但由于电压梯度过高时电极之间而产生打火, 以及最小工作距离的要求, 电压比及透镜尺寸都不可无节制地提高和缩小。

本文根据大量的计算数据, 提出如图(11)的三电极透镜的理论结构, 图(12)为实际制造时的结构图。其中第一个电极很薄的目的在于减小球差。我们可以通过调整图(12)中的各电极来寻找最佳结构。

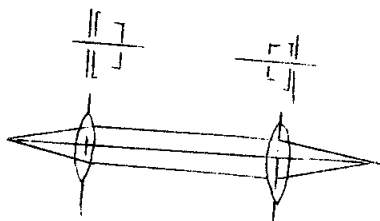
当系统采用图(2)的双透镜结构时，透镜方向切不可装反，否则会大大增加系统球差和色差。



图(11)



图(12)



图(13)

三、面电荷密度法

从已知的轴上电位反求电极形状可用不同的方法。本文仅讨论面电荷密度法，即通过改变电极的结构及电压配给来拟合已知的轴上电位。对于一定结构的静电透镜系统求出其轴上电位的方法有许多种，如有限元法，有限差分法，蒙特卡洛法，面电荷密度法等等。由于前三种方法受开放边界条件的限制计算精度受到很大影响。这是因为必须采用种种假设使边界条件均为已知。另一方面，运算速度也由于数目巨大的节点数而变得很低。然而，面电荷密度法基本上不受上述因素的影响可以用来准确地求出系统的轴上电位分布。

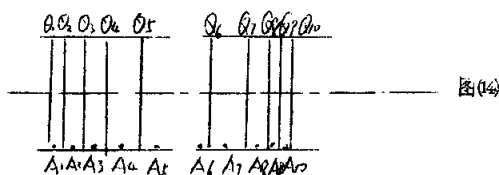
所谓面电荷密度法就是利用库仑定律，首先根据电极上的电位值求出其上的面电荷分布然后再利用已知的面电荷分布求出轴上电位分布。由于这一过程不是求解微分方程的过程，因此不会遇到开放边界的问题。另一方面，由于在实际计算中只需将电极划分数目有限的区域，因此计算速度也是非常快的。

除面电荷密度外，作者认为还可采用所谓模拟电荷法来计算旋转对称的静电透镜系统。下面以简单的双圆筒透镜来说明这种方法。见图(14)

在电极表面(从理论上讲应是在电极内部)放置 n 条圆环状线电荷。第1个环带电量为 q_1 。环状线电荷在电极上的分布可由 Read 提出的方法确定。在电极表面再选择 n 个节点，这几个节

点切不可与 n 条环状线电荷所在的位置重合。这 n 个节点最好均布在电极表面上。这 n 个节点处的电位为人们在电极所加的电位。现在，我们用 n 条环状电荷来替代真实电极，这样，每个节点上的已知电位都是由 n 个环状电荷产生的。由此我们可得到 $n \times n$ 的线性方程组 $V = A Q$ 。其中 V 是已知向量， Q 是未知向量， A 是与透镜结构及分环方式有关的 $n \times n$ 阶矩阵。解方程求出 Q 后，便可由库仑定律来求解轴上电位了。

本文对静电透镜的优化及实现进行了系统地讨论，对实际静电透镜系统的设计具有一定的指导意义。



图(14)

$A_1 \sim A_n$ 为节点

(注：本文由中国科学基金资助)